

VOL. 29 NO. 3 June 2019 ISSN 1598-2785(Print) ISSN 2287-5476(Online)

# 한국소음진동공학회논문집

Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering



# Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering 한국소음진동공학회논문집

http://Journal.ksnve.or.kr

#### Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering(Transactions of the KSNVE) Aims & Scope : This journal provides original articles on any aspect of noise and vibration issues in various fields including mechanical engineering, construction engineering, environmental engineering and so on. This journal publishes fundamental work, theoretical analysis, experimental investigation and practical application on noise and vibration problems. Recently, articles on advanced technology of active noise and vibration control are also included in this journal. ISO abbreviation of title : Trans. Korean Soc. Noise Vib. Eng. Transactions history : Journal of KSNVE(Bi-monthly) was launched in August 1991 and the Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering(Transactions of the KSNVE) has been published bi-monthly since July 2001 separately from the journal.

한국소음진동공학회논문집 목적과 범위 : 이 논문접은 기계공학, 건축공학, 환경공학 등 여러 분야에서 발생하는 소음과 진동에 관한 독창적 연구논문을 제공하는 것이 목적이며, 소음과 진동의 기본 연구, 이론적 연구, 실험적 연구 그리고 실제현장에서 일어나는 문제를 다룬 연구논문을 출판하며, 나야가서 첨단기술과 접목된 능동소음 및 능동진동 제어에 관한 연구논문도 이 논문집의 범주에 포함된다. 청간 및 발행 : 이 논문집은 1991년 8월 "소음·진동(Journal of KSNVE/격월간)"로 창간되어, 2001년 7월 한국소음진동공학회논문집(Transactions of the Korean Society for Noise and vibration Engineering, Transactions of the KSNVE)으로 분리하여 격월간 발행되고 있습니다.

Indexed/abstracted in : KCI(Korea Citation Index)/DOI(CrossRef)

Subscription info : For subscription of printed issues, contact to the journal office(subscription fee Korean \20,000(member \10,000)). | 이 논문집 인쇄본의 가격은 20,000원(회원 10,000원)으로 학회 시무국을 통해 구매 가능합니다. | The URL address of the Society is http://journal.ksnve.or.kr and the electronic version of a journal article is freely accessible by public without charge through the same URL address. | 한국소음진동공학회논문집의 URL 주소는 http://journal.ksnve.or.kr이며 논문집의 전자화된 논문 역시 같은 주소를 통해 일반에게 자유롭게 별도의 구독비용 없이 제공되고 있다.

## Trans. Korean Soc. Noise Vib. Eng. Volume 29 Number 3



Published by The Korean Society for Noise and Vibration Engineering Published on June 20, 2019(Bi-monthly) Publisher Hong-Jae Yim(President, KSNVE) Manuscript(Managing) Editor Jin Tai Chung(Vice president, KSNVE)

Journal Office Renaissance Officetel 1406-ho, 69, Seochojungang-ro, Seocho-gu, Seoul, 137-729 KOREA Tel 82-2-3474-8002/8003 | Fax 82-2-3474-8004 | http://Journal.ksnve.or.kr | E-mail ksnve@ksnve.or.kr

Printed by Nurimedia Co., Ltd. (63, Seonyu-ro, Yeongdeungpo-gu, Seoul, 07281 Korea)

Copyright © The Korean Society for Noise and Vibration Engineering.

 $\otimes$  This journal is printed on acid-free paper, which exceeds the requirements of KS X ISO 9706, ISO 9706-1994 and ANSI Z39.48-1992 specification for permanence of paper and library materials.

Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering

## Editorial Board

#### Editor-in-Chief

Prof. **Jin Tai Chung** Department of Mechanical Engineering, Hanyang University jchung@hanyang.ac.kr Tel : +82-31-400-5287

#### Editors

Prof. Jun Hong Park Department of Mechanical Engineering, Hanyang Univ. parkj@hanyang.ac.kr Tel : +82-2-2220-0424

#### Prof.

(Pukyoung National Univ.) Prof. **Jae Eun Kim** (Catholic Univ. of Daegu)

Byung Chang Jung (KIMM)

Byung Kwon Lee (KEI)

Chang Yull Lee (Chosun Univ.)

Do Young Ko (KHNP)

Eun Rim Baek (Seismic Simulation Test Center)

Han Shin Seol (KRISO)

Hang Kim (KOMERI)

Hyeong III Lee (Kyungpook National Univ.)

Hyo In Ko (KRRI)

Hyu Sang Kwon (KRISS)

Hyun Ung Oh (Chosun Univ.)

Hyun Woo Park (Dong-A Univ.)

Hyun Wook Lee (KRRI) Prof. Jong Kwan Ryu Department of Architecture, Chonnam Univ. jkryu@jnu.ac.kr Tel : +82-62-530-1631

Cheol Ung Cheong

(Kumoh National Institute

(Pusan National Univ.)

Jung Woo Sohn

In Hyung Yang

(LG Electronics)

(Dong-eui Univ.)

Jae Sung Bae

Jae Won Lee

(Kongju Univ.)

Je Heon Han

Ji Woo Yoo

Ji Hyun Lee

Jin Gyun Kim

Jin Woo Lee

(Ajou Univ.)

Jin You

(LIG Nex1)

(Kyung Hee Univ.)

(Samsung Electronics)

Jong Hak Lee

(KIMM)

Jae Young Kang

Jeong Ho Jeong

(Hyundai Motor Group)

(NIER)

(KPU)

(FILK)

(Korea Aerospace Univ.)

In Soo Son

of Technology)

Prof.

Prof.

Prof. Soo II Lee Department of Mechanical Information Engineering, UOS leesooi@uos.ac.kr Tel : +82-2-6490-2393

#### Field Leaders

Dr. **Deuk Sung Kim** (NVT) Dr. **Young Cheol Huh** (KIMM)

#### Board Members

Jong Jae Lee (Sejong Univ.)

Jong Seok Oh (Kongju National Univ.)

Joon Hee Ko (NECRC)

#### Jung Bin Im (Daewoo E&C)

Jung Soo Ryue (Ulsan Univ.)

Kuk Su Kim (DSME)

Kwan Woo Hong (Samsung Electronics)

Kyoung Woo Kim (KICT)

Kyung Taek Lee (KNUE)

Lae Hyong Kang (Chonbuk National Univ.)

Nam Cheol Kang (Kyungpook National Univ.)

Pyoung Jik Lee (Liverpool Univ.)

#### Prof. **Won Ju Jeon** Department of Mechanical Engineering, KAIST wonju.jeon@kaist.ac.kr Tel : +82-42-350-3219

Dr. Hong Seok Yang (LHI) Dr. Young Soo Seo (ADD)

Pyung Sik Ma (KIMM)

Sang Jin Oh (Jeonnam Provincial College)

Se Jin Ahn (Uiduk Univ.)

Seon Jun Jang (Hoseo Univ.)

Seung Chul Lee (POSTECH)

Seung Yup Yoo (LG Elctronics)

Soo Hong Jeon (DTaQ)

Sung Chan Lee (Youngsan Univ.)

Won Hyun Kim (Hyundai Heavy Industries)

Yong Hee Kim (KCL)

Yong Hwa Park (KAIST)

Yun Ho Seo (KIMM)

Editorial Staffs Copy editor Ho-Cheol Lee and Jun-Sung Yoo

Journal Office Renaissance Officetel 1406-ho, 69, Seochojungang-ro, Seocho-gu, Seoul, 137-729 KOREA Tel 82-2-3474-8002/8003 | Fax 82-2-3474-8004 | http://Journal.ksnve.or.kr | E-mail ksnve@ksnve.or.kr 한국연구재단 KCI(한국학술지인용색인) 등재학술지

# 한국소음진동공학회논문집

2019년 6월 제 29 권 제 3 호 통권 248호

목	차

진동 절연을 위한 KDamper 모델링 ..... 안진수·이찬규·송오섭…295 수중폭발 직접충격파에 의한 FRP 음향창의 초음파 펄스-에코 측정을 통한 열화 시편의 음향 비선형 특성 평가 ……………………………………………………………………. 조성종·정현조·신효정·주영상…312 차량용 파워 시트 슬라이드 장치 음질의 감성 평가 …………… 김성육 · 오종석 · 김기선 … 318 물리적 좌표기반 구조 변위해석 유한요소 코드 및 PARDISO, PCG, GMRES와 MATLAB 또는 OCTAVE 연산자 'V'를 포함하는 여러 고성능 계산기법 개발 …………… 박 석 태… 327 가속내구에 의한 자동차 내외장재 마찰소음 실험연구 고찰 ······· 배상규·김기선·강재영 ··· 347 CPU와 GPU를 이용한 혼성 방법을 이용한 고속 직접 경계 요소법 개발 ………… 박 석 태… 355 수소전기차용 공기압축기의 허니컴 샌드위치 패널 인서트의 충격파 전달 특성에 관한 실험 및 해석적 연구 ······ 박현수·황대현·한재흥··· 389 하이브리드 파워흐름해석법을 이용한 동일 평면상에서 연성된 평판의 횡진동 해석 연구 ......강현영·유정수·김기선…403 탄성경계조건을 가지는 회전하는 보의 자유진동 해석 ……………… 이정우·유충준·이정윤… 414 전기 자동차용 인휠 모터 시스템의 지향성을 고려한 야외공연장 옥외전달소음 예측식 비교·분석 …………………………… 김흥식·조순형… 429 June 2019 Volume 29 Number 3

## $C \bullet O \bullet N \bullet T \bullet E \bullet N \bullet T \bullet S$

Numerical Investigation on Rail Brake Squeal Shin, H. H., Nam, J. H., Choi, S. J. and Kang, J. Y 289
Modeling of KDamper for Vibration Isolation Ahn, JS., Lee, CK. and Song, O. S 295
Structural Safety Analysis of FRP Type Sonar Window Due to Direct Shock Wave of Underwater Explosion
Evaluation of Acoustic Nonlinearity of Heat-treated Specimens by Using Ultrasonic Pulse-echo Measurements
Sensory Evaluation of Sound Quality for Vehicle Power Seat Slide Adjuster Kim, SY., Oh, JS. and Kim, KS 318
Development of Structural Displacement Finite Element Codes Based on Physical Coordinates and High Performance Computing Methods Including PARDISO, PCG, GMRES and MATLAB or OCTAVE Intrinsic Operator '\' Park, ST 327
An Experimental Study on the Friction Noise of Interior and External Automotive Materials by Endurance Test
Development of High Performance Computing Codes in Direct Boundary Element Method Using Hybrid Method Combined with CPU and GPU
Identification of NVH Characteristics of Air Compressor for Fuel Cell Electric Vehicles
Acoustic Directivity of an Ultrasonic Sensor Depending on Horn Guide Dimension
Experimental and Analytical Study on Shock Wave Transfer Characteristic of Honeycomb Sandwich Panel Insert Park, HS., Hwang, DH. and Han, JH 389
Estimation of Measurement Uncertainty in Airborne Noise and Structureborne Noise Park, S. H 396
An Investigation on the Flexural Vibration of Coupled Co-planar Plates by Using Hybrid Power Flow Analysis
Free Vibration Analysis for a Rotating Beam with an Elastic Boundary Condition Lee, J. W., You, C. J. and Lee, J. Y 414
Noise Reduction of an In-wheel Motor System for an Electric Vehicle
Comparison and Analysis on the Prediction Equations of Transmission Noise Considering the Sound Directivity in Playing at the Outdoor Performance Hall Kim, HS. and Jo, SH 429

# 철도 브레이크 스퀼 소음 해석 연구

Numerical Investigation on Rail Brake Squeal

## 신 희 혁\*·남 재 현\*·최 성 진\*\*·강 재 영\*

Heehyuk Shin\*, Jaehyeon Nam\*, Sungjin Choi\*\* and Jaeyoung Kang<sup>†</sup>

(Received August 21, 2018 ; Revised April 8, 2019 ; Accepted April 8, 2019)

Key Words: Rail Brake(철도 브레이크), Brake Squeal(브레이크 소음), Friction Damping(마찰 댐핑)

#### ABSTRACT

In this study, the brake squeal of rail or subway brakes is investigated using the numerical finite element method. A complex eigenvalue analysis is applied to determine the squeal modes of the train brake. Because the geometry of the rail brake pad is relatively large, numerous natural modes of the pad exist, leading to its instability. Therefore, it is important to model the system damping including friction and modal damping. The results show that brake squeal noise in the rail is expected to occur at 3000 Hz ~ 8000 Hz and the corresponding squeal modes are found to occur owing to mode coupling in the rail pad. The unstable pad modes are stabilized by the increase in Rayleigh damping.

#### 1. 서 론

철도 품질의 고급화 및 승객들의 높아진 요구로 인 해 열차가 승강장에 정차할 때 발생하는 브레이크 스 퀼 소음의 이슈가 크게 대두되고 있다. 브레이크 스퀼 소음은 보통 80 dB~112 dB이<sup>(1)</sup> 발생하는데 이는 많 은 사람들에게 불쾌감을 주기 때문에 조속히 해결해 야 할 필요가 있다.

브레이크 스퀼 소음에 관한 연구는 수학적 모델을 통한 이론적 접근법, 제동 다이나모미터를 이용한 스 퀼 소음 시험법, 유한요소 모델을 이용한 해석법 등 많 은 연구가 진행되어 왔다. Kang은<sup>(2)</sup> 유한요소방법을 통해 인플레인 모드와 댐핑 심에 스퀼 성향을 연구하 였다. Lee et al.은<sup>(3)</sup> 기여도 분석법과 복소수 고유치 해 석을 통해서 저주파 스퀼 소음을 예측하였다. Choi et al.<sup>(4)</sup>은 압력을 변화시키면서 주과수 응답 시험과 복 소수 고유치 해석을 통하여 아웃 오브 플레인 모드를 연구하였다. Nam et al.은<sup>(5)</sup> 유한요소 모델을 이용하여 복소수 고유치 해석을 통해 발생한 불안정 실수부와 음의 기울기에 의해서 발생하는 불안정 실수부를 연 구하였다. Goo는<sup>(6)</sup> 철도 브레이크를 복소수 고유치 해 석을 하였고 탄성계수와 마찰계수를 변환시키면서 불 안정 진동 모드에 미치는 영향에 분석하였다. Cha et al.은<sup>(7)</sup> 틸팅 차량용 휠 제동장치를 유한요소 모델을 만들어 소음 발생 영역대의 복소수 고유치 해석을 하 였고 실험과 비교하였다. Liu et al.은<sup>(8)</sup> 자동차 브레이 크의 압력, 속도, 강성의 조건을 바꾸면서 복소수 고유 치 해석을 하고 분석하였다.

철도 브레이크의 경우 복소수 고유치 해석 시 불안정 모드가 0 Hz ~ 16 000 Hz 사이에 광범위하고 과도하 게 많이 나타난다.<sup>(9)</sup> 철도 브레이크 시스템은 휠과 슈에

<sup>\*</sup> Corresponding Author; Member, Department of Mechanical Engineering, Inha University

E-mail : kangj@inha.ac.kr

<sup>\*</sup> Member, Inha University

<sup>\*\*</sup> R&D Center, KATECH

Recommended by Editor Hyung Jo Jung

<sup>©</sup> The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

의한 조합, 휠과 레일에 의한 조합, 디스크와 패드에 의 한 조합으로 다양한 메커니즘에 의해 스퀼 소음이 발 생한다. 이중 가장 기본적으로 스퀼을 발현시키는 패드 와 제동디스크의 조합에 대해서 연구하였다. 또한 마 찰 소음 해석에서 모드연성 불안정성을 발현시키는 주 요 인자인 접촉강성을 해석을 통해 유추하고 Rayleigh 댐핑을 적용하여 철도 브레이크에 대한 스퀼 소음해 석을 수행하였다. 추가적으로 Rayleigh 댐핑을 파라미 터로 선정하여 Rayleigh 댐핑에 대한 스퀼 영향도를 분석하였다.

#### 2. 본 론

#### 2.1 FEM 해석 모델

Fig. 1에서 보듯이, 이 해석 모델은 디스크, 패드, 백 플레이트, 리벳으로 구성되어 있으며, 2개의 디스크 반 쪽 모형이 리벳을 통해서 연결되어 있다. 또한 현 차 조 건과 동일하게 디스크 사이에 2.5 mm의 공차(clearance) 를 두었다. 메쉬타입은 tetra mesh이고 노드는 33 310 개, 요소는 109 345개이다. 복소수 고유치 해석은 상용 해석 프로그램인 ABAQUS를 이용하였다.

#### 2.2 모달 테스트(Modal Test)

철도 디스크 브레이크 해석을 하기 전에 단품 모델 에 대한 모달 테스트를 수행하였다. 철도 패드의 고유 진동수를 측정하기 위해서 철도 패드 단품을 Fig. 2와 같이 설치한 후에 3축 가속도계를 부착하고 분석 소프 트웨어(B&K)를 이용하여 Fig. 3과 같은 주파수 응답 함수(frequency response function)를 구하였다.

고유진동수 측정결과 1147.3 Hz에서 1차 굽힘 모드, 2073 Hz에서 2차 굽힘 모드, 4243.8 Hz에서 3차 굽힘 모드가 발생하였다.



이 연구에서 스퀼 해석의 신뢰성을 높이기 위해 모

Fig. 1 FEM model of rail brake

달 테스트에서 얻은 고유진동수와 자유경계상태에서 모 달 해석결과를 비교하였다. 두 결과의 오차는 5% 이내

Table 1 Correlation of frequency response function of pad

Mode shape	FEM (Hz)	Hammering test (Hz)	Error (%)
	1147.3	1118	-2.6
	2073	1982	4.6
	4243.8	4204	0.95



Fig. 2 Pad for modal test



Fig. 3 Frequency response function of pad

로 나타났다. 탄성계수는 일반적인 물성치 범위를 초 과하지 않는 범위에서 보정하였고, 밀도는 3D 모델로 구현화한 모델의 질량과 직접 계측한 질량을 비교하여 산출하였다. 실험결과를 기반으로 해석에서 적용된 철도 패드의 기계적인 물성은 다음과 같다. 마찰재의 밀도는 2516 kg/m<sup>3</sup>, 탄성계수는 5.2 GPa, 푸아송비는 0.3이다.

다만 이 연구에서는 철도 브레이크 디스크의 모달 시험은 해석으로 대체하였고, 차후 연구에서 진행할 예정이다.

#### 2.3 복소수 고유치 해석 조건

이 연구는 스퀼 소음을 분석하는 방법 중 복소수 고 유치 해석을 이용하였다. 복소수 고유치 해석 절차는 다음과 같다.

(1) 제동 실린더 압력에 의한 제동디스크와 패드의 접촉 해석

(2) 제동 디스크의 회전을 고려한 디스크와 패드 마 찰 해석

(3) 디스크와 패드의 마찰과 감쇠를 무시한 고유 모 드 해석

(4) 디스크와 패드 마찰을 고려한 복소수 고유치 해석

복소수 고유치 문제는 다음과 같이 표현된다.

$$\left(\lambda^{2}[M] + \lambda([C_{1}] + [C_{2}]) + [K]\right)\{u\} = 0$$
 (1)

여기서 [*M*]는 대칭인 질량행렬, [*C*<sub>1</sub>]는 마찰 감쇠효 과에 의한 행렬, [*C*<sub>2</sub>]는 Rayleigh 감쇠 행렬, [*K*]는 강성행렬을 나타낸다. 또한 λ는 고유값을 나타내고, *u* 는 고유값에 상응하는 고유벡터를 나타낸다. 위의 운 동방정식을 질량 정규화 및 선형화시켜 풀면 복소수 형태의 고유값 λ를 얻을 수 있다. λ의 실수부가 양수 이면, 시스템이 불안정함을 나타내고, 음수이면 안정함 을 나타낸다<sup>(10)</sup>.

복소수 고유치 해석을 수행하기 위해 물성치 적용, 접촉조건 결정, 압력 부여, 경계조건 등을 결정하였다. 이 해석에 패드에 가해는 압력은 4.9 bar로 백 플레이 트와 패드에 수직으로 가해주었다. 디스크의 마운팅 볼트 부분은 모든 방향의 변위를 구속하였고, 리벳과 패드와 백 플레이트 사이의 접촉은 타이(tie) 조건으로 구속하였다.

일반적인 정적 구조해석의 결과는 상대적으로 접촉

강성 값에 넓은 범위에서 의존적이지 않다. 그러나 복 소수 고유치 해석의 경우 접촉강성에 따라 모드연성 에 의한 불안정성이 매우 민감하게 나타난다. 따라서 정적 구조해석을 통해 추정된 접촉강성을 반영하였다. 접촉강성은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$k_c = \frac{P_c}{u} \tag{2}$$

여기서 P<sub>c</sub>는 접촉 압력, k<sub>c</sub>는 접촉강성, u는 변위를 나타낸다. 패드의 접촉압력을 구하기 위해 강제 변위를 제어하여 정적 구조해석을 수행하였다. 결과로 나타난 최대 접촉압력을 이용하여 실제 패드의 최대 접촉강 성을 추정하고, 복소수 고유치 해석에 적용하였다. 정 적 해석을 통해 나타난 접촉압력 및 접촉압력의 분포 는 Fig. 4에서 보여준다.

또한 마찰 댐핑을 적용하여 속도항에 의존적인 댐 핑항을 고려하였다. 위와 같은 해석조건을 기반으로 복 소수 고유치 해석을 하였다. Fig. 5는 주파수에 대한 양의 실수부(real part)를 나타낸다. 양의 실수부는 불안



Fig. 4 Contact pressure on contact surface



Fig. 5 Instability modes of rail brake



Fig. 6 Frequency variation with respect to friction coefficient

정한 모드를 말하며 스퀼 소음이 발생할 수 있는 것 을 의미한다. 불안정한 모드가 3000 Hz ~ 10 000 Hz 사 이에 광범위하게 발생했으며 주로 패드 모드에서 불안 정 실수부가 많이 발현되었다. Fig. 6은 Fig. 5의 불안 정 모드들의 모드연성 특성을 나타낸 그림이다. Fig. 5 의 4000 Hz ~ 4500 Hz에서 특정 모드들이 모드 결합 (mode-merging)됨을 보여주고 있다.

#### 2.4 레일리 댐핑(Rayleigh Damping) 적용

자동차 브레이크 스퀼 대비 패드에 의한 스퀼모드 가 많이 발생하였다. 패드의 의한 스퀼 영향도를 분석 하기 위해서 패드와 디스크에 Rayleigh 댐핑을 적용하 여 해석을 수행하고 Rayleigh 댐핑에 의한 파라미터 스터디를 하였다.

Rayleigh 댐핑은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$[C] = \alpha [M] + \beta [K] \tag{3}$$

이 때 α[*M*]은 질량에 비례하는 댐핑, β[*M*]는 강 성에 비례하는 댐핑이다. Rayleigh 댐핑을 시스템에 적용시키기 위해 α,β 값을 다음과 같은 식으로부터 얻을 수 있다<sup>(11)</sup>.

$$\xi = \frac{\alpha}{2\omega} + \frac{\beta\omega}{2} \tag{4}$$

이 때  $\xi$ 는 댐핑 계수이고  $\omega$ 는 고유주파수이다.  $\xi$ ,  $\omega$  값은 모달 테스트를 이용하여 구할 수 있다. 이 연 구는 Mohammad et al.<sup>(12)</sup>이 위의 계산식을 이용하여 구한  $\alpha$ ,  $\beta$  값을 ABAQUS에 적용하여 복소수 고유치 해석을 하였다. 디스크의  $\alpha$  = 3.911,  $\beta$  = 2.524 × 10<sup>-7</sup>이



Fig. 7 Instability modes with Rayleigh damping



ing o mouthing mode shape

고 패드의 α = 731.98, β = 5.870 × 10<sup>-7</sup>이다.

Fig. 7은 Rayleigh 댐핑을 적용하여 해석한 결과이 다. 댐핑을 적용하였을 때 전체적으로 실수부의 크기가 작아지고 여러 불안정 모드들이 없어진 것을 볼 수 있 다. 하지만 여전히 스퀼 소음이 3000 Hz ~ 8000 Hz 사 이에서 발생할 것으로 예측할 수 있다. Fig. 8은 주요 불안정 모드 형상을 나타낸 그림이다. 불안정 모드가 발생한 주파수에서 모드 형상을 확인한 결과 철도 패 드 모드가 철도 브레이크 스퀼 발생에 중요한 진동모 드임을 알 수 있다.

Fig. 9는 위의 Rayleigh 댐핑 α, β 값을 100 %로 정 의하고 0 %, 50 %, 100 %, 150 %, 200 %, 250 %에서 해석을 수행한 결과를 보여준다. 대표적으로 4273.2 Hz, 5693.9 Hz, 7320.3 Hz 근방의 불안정 실수부는 댐핑이 커질수록 선형적으로 불안정 실수부의 크기가 감소한 다. 특히, 7320.3 Hz의 불안정 실수부는 Rayleigh 댐핑 이 250 %가 되면, 양의 실수를 발현시키지 않고 안정





Fig. 9 Parameter study with respect to Rayleigh damping

Fig. 10 Real part variation with respect to Rayleigh damping

화되는 것을 보여준다. Fig. 10은 0 Hz~4000 Hz 사이 에 발생되는 모든 불안정 모드에 대한 댐핑효과를 나 타낸 그림이다. 불안정 모드들은 Rayleigh 댐핑이 커질 수록 불안정한 실수부의 크기가 감소하는 경향이 있다. 또한 A, B를 제외한 대부분의 모드들은 300 %가 되었 을 때 더 이상 양의 실수부를 발현시키지 않으며, 안정 적인 모드로 변화되었다. 반면에 A, B모드는 Rayleigh 댐핑이 500 %가 되어도 여전히 큰 양의 실수부를 발현 시키는 불안정 모드임을 보여준다.

#### 3. 결 론

이 연구에서는 철도 브레이크 모델을 이용하여 모 달 테스트를 수행하였으며 모달 해석과 비교하여 오차 를 5% 이내의 오차에서 신뢰성을 확보하였다. 패드와 디스크에 Rayleigh 댐핑을 적용하여 Rayleigh 댐핑 효 과가 불안정성에 기인하는 영향도를 보여주고, Rayleigh 댐핑에 대한 파라미터 스터디를 수행하였다. 그 결과 다음과 같다.

(1) Rayleigh 댐핑 적용 시 전체적으로 실수부의 크 기가 줄어들었다.

(2) Rayleigh 댐핑을 적용하면 8000 Hz ~ 10 000 Hz 대역의 불안정 실수부는 감소되지만 3000 Hz ~ 8000 Hz 대역의 양의 실수부는 지속적으로 발현된다.

(3) 철도 브레이크 스퀼 소음은 브레이크 패드 모드 가 불안정성에 큰 기여를 한다.

(4) Rayleigh 댐핑이 철도 브레이크 스퀼에 중요한 인자이다.

철도 해석에 대한 검증을 위해 현차 시험은 준비중 에 있으며, 추후 해석결과와 비교검증하여 연구될 예 정이다.

#### 후 기

이 연구는 2018년 국토교통과학기술진흥원에서 주 관하는 국책과제 도시철도 제동 마찰 재개발 및 표준 화 연구의 일부분이며, 이 연구를 통하여 소음 우수 제 품을 개발하고 도시철도 분야의 소음해석 관련 신기술 을 확보하는 것이 목표이다.

#### References

(1) Kim, H. S., Yoo, Y. H., Yoon, C. J., Kim, S. Y. and Lee, J. H., 2007, Study on the Braking Noise Reduction of KTX, KORAIL, Report KORI-Technology-Yong-06-06.

(2) Kang, J., 2012, Finite Element Modelling for the Investigation of In-plane Modes and Damping Shims in Disc Brake Squeal, Journal of Sound and Vibration, Vol. 331, No. 9, pp. 2190~2202.

(3) Lee, J. G., Lim, H. S., Kim, H. Y. and Baek, J. W., 2009, The Prediction of Brake Corner Module Squeal Noise Using Participation Factor Analysis, Transactions of the Korean Society of Mechanical Engineers A, Vol. 33, No. 10, pp. 1074~1080.

(4) Choi, H., Kang, J. and Gil, H., 2014, Numerical and Experimental Analysis for Disc Brake Squeal Induced by Caliper Mode, Transactions of the Korean Society of Mechanical Engineers A, Vol. 38, No. 12, pp. 1351~1358.

(5) Nam, J. and Kang, J., 2014, Investigation of Friction Noise with Respect to Friction Curve by Using FEM and Its Validation, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 24, No. 1, pp. 28~34.

(6) Goo, B. C., 2013, Analysis of Unstable Vibration Modes Due to KTX Brake Disc/Pad Interaction, Journal of the Korean Society for Railway, Vol. 16, No. 4, pp. 253~261.

(7) Cha, J.-K. and Park, Y.-I., 2010, Analysis on the Squeal Noise of Wheel Brake System for Tilting Train, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 20, No. 1, pp. 98~105.

(8) Liu, P., Zheng, H., Cai, C., Wang, Y. Y., Lu, C., Ang, K. H. and Liu, G. R., 2007, Analysis of Disc Brake Squeal Using the Complex Eigenvalue Method, Applied Acoustics, Vol. 68, No. 6, pp. 603~615.

(9) Goo, B. C. and Oh, S. H., 2012, Analysis of the Brake Squeal Noise of KTX Train, Proceedings of the Korean Society for Railway Annual Spring Conference, pp. 358~362.

(10) ABAQUS Analysis User's Manual, Ver. 6.14.

(11) Chowdhury, I. and Dasgupta, S. P., 2003, Computation of Rayleigh Damping Coefficients for Large System, The Electronic Journal of Geotechnical Engineering, Vol. 8, pp. 1~11.

(12) Mohammad, E., Richard, T. and Oluremi, O., 2013, Effect of Damping in Complex Eigenvalue Analysis of Brake Noise to Control Over-prediction of Instabilities: An Experimental Study, SAE Technical Paper 2013-01-2034, doi: 10.4271/2013-01-2034.



Heehyuk Shin received the B.S. degree in the Department of Mechanical and Automotive Engineering, Kongju National University. He is currently a M.S candidate in Inha University and one of the members in Dynamic System and Vibration Lab. His re-

search interest is the simulation and experiment of friction noise and disc vibration.



Jaehyeon Nam received the B.S. and M.S. degree in the Department of Mechanical and Automotive Engineering, Kongju National University. He is currently a Ph.D. candidate in Inha University and one of the members in Dynamic System and Vibration

Lab. His research interest is the simulation and experiment of friction noise and disc brake squeal.



**Sungjin Choi** graduated the Ph.D. degree in Mechanical Engineering from Ajou University. He is currently an director of vehicle-platform R&D center in KATECH. His research interest is the vehicle dynamics and chassis design.



Jaeyoung Kang is a professor in the Department of Mechanical Engineering, Inha University. He received his Ph.D. degree in Mechanical Engineering from Purdue University in 2008. His research interests include friction noise, structural vibration

and nonlinear dynamics.

# 진동 절연을 위한 KDamper 모델링

## Modeling of KDamper for Vibration Isolation

## 안 진 수<sup>\*</sup>·이 찬 규<sup>\*</sup>·송 오 섭<sup>†</sup>

Jin-Soo Ahn\*, Chan-Kyu Lee\* and Ohseop Song<sup>†</sup>

(Received October 23, 2018 ; Revised April 26, 2019 ; Accepted April 26, 2019)

Key Words: Negative Stiffness(음강성), Vibration Isolation(진동 절연), KDamper(K댐퍼), TMD(동조질량댐퍼)

#### ABSTRACT

The KDamper is a new passive vibration isolation and damping concept based on the incorporation of negative stiffness elements. In this study, a mathematical model of the KDamper system is established and an analysis on the vibration isolation performance of a KDamper system is performed considering the effect of nonlinear negative stiffness. The results obtained are compared with those obtained using an existing tuned mass damper system in terms of transfer functions and the magnitude of added mass, which affects the vibration responses of the systems. Pertinent conclusions on the effectiveness of the KDamper system are derived.

#### 1. 서 론

지진 및 풍하중을 받는 건물 및 교량, 풍하중을 받 는 풍력발전기, 조과하중을 받는 선박이나 해양구조물, 각종 회전기계 등에서 발생하는 진동을 절연하기 위한 방법이 많이 연구<sup>(1~3)</sup>되어 왔다.

그 중에서 TMD(tuned mass damper) 방법<sup>(2)</sup>은 구 조물에 질량과 스프링으로 이루어진 진동시스템을 추 가하여 간단하게 진동을 절연할 수 있는 방법으로, 현 재까지도 널리 이용되는 진동 절연 방법 중 하나이다. 실제로 대만에 있는 101층 빌딩에서도 진동 절연 방법 으로 TMD를 이용하고 있다. 그러나 TMD는 효과적 인 진동절연을 달성하기 위하여 큰 부가질량으로 이루 어진 진동시스템을 적용해야 하는 단점을 가지고 있다. 이러한 단점을 보완하기 위해 고안된 KDamper는 기존 TMD 시스템에 음강성(negative stiffness) 요소<sup>(3)</sup> 를 추가로 배치하여 진동 절연 및 감쇠를 효과적으로 달성하는 새로운 "강성 + 감쇠 = K + Damper"라는 개 넘을 제시하고 있다.

KDamper는 지진 및 외부 가진에 의한 산업기계류, 발전설비 등의 진동절연 및 감쇠, 건물과 교량 등의 내진설계 등에 적용되어 기존 방법의 한계점을 보완 하고 진동 절연 및 감쇠에 큰 효과를 달성할 수 있을 것으로 기대된다.

이 논문에서 기존의 TMD<sup>(1,2)</sup>와 KDamper의 운동 방정식을 유도하고 TMD와 KDamper의 진동절연 효 과를 비교 고찰하여 KDamper의 진동절연 및 감쇠 효과의 우수성을 확인하였다.

#### 2. 진동 감쇠 모델의 운동방정식

#### 2.1 음강성의 정의 및 활용

양강성(positive stiffness)을 갖는 일반적인 스프링

\* Recommended by Editor Gi-Woo Kim

<sup>\*</sup> Corresponding Author; Member, Department of Mechanical Engineering, Chungnam National University E-mail: songos@cnu.ac.kr

Member, Dept. of Mechanical Engineering, Chungnam National University

<sup>#</sup> A part of this paper was presented at the KSNVE 2017 Annual Autumn Conference.

<sup>©</sup> The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

은 Fig. 1과 같이 외력이 작용하면 외력과 동일한 방향 으로 변위가 발생하고, 변위에 의한 스프링의 내력은 변 위를 복원하려는 방향으로 작용하며, 해당 변위에서 내 력과 외력은 평형을 이룬다. Fig. 1의 외력과 변위의 관 계 그래프에서 기울기가 강성(stiffness)을 나타내며, 기 울기는 양(positive)의 값을 갖는다.

Fig. 2는 음강성을 구현한 형상이다. 두 개의 바(bar) 가 힌지로 연결되어 있고, 바(bar) 끝단에 압축방향으 로 힘이 작용하고 있다. 외력(F)이 작용하지 않는 평형 상태는 바(bar)가 일직선으로 놓인 상태이다. 변위가 발 생하면 변위에 따른 내력은 변위를 확대시키려는 방 향으로 작용하며, 해당 변위에서 내력과 평형을 이루 기 위한 외력은 변위의 방향과 반대로 작용한다. 이러 한 외력과 변위의 관계를 그래프에서 기울기, 즉 강성 (stiffness)은 음(negative)의 값을 갖는다.

음강성을 이용한 기존 진동절연방법으로 QZS(quasi zero stiffness)은 진동시스템에 양강성 스프링과 평행 하게 음강성을 배치하여 전체 시스템의 고유진동수를 거의 0(zero)에 가깝게 만듦으로써 시스템의 전달률을 낮추어 진동절연을 구현하는 방법으로, 전체 시스템의 정적강성이 낮아지므로 외부의 추가적인 하중변화에 대한 시스템의 정적안정성이 취약하다는 단점이 있다.

#### 2.2 TMD 시스템

TMD(tuned mass damper)의 진동절연 방법은 Fig. 3 과 같이 기존 절연시스템의 절연 대상인 주질량(m)에, 부가질량 $(m_D)$ , 스프링 $(k_p)$ , 댐퍼 $(C_D)$ 로 구성된 진동시



Fig. 1 Relationship between the external force and the displacement of positive stiffness



Fig. 2 Relationship between the external force and the displacement of negative stiffness

스템을 추가하여 외력(f(t))에 의한 운동에너지를, 추 가된 부가질량(m<sub>D</sub>)의 운동에너지로 전환하여 주질량 (m)의 진동을 절연하는 방법이다. 힘의 관점에서 살펴 보면 주질량(m)에 가해지는 외력과 부가질량(m<sub>D</sub>) 운 동에 의해 주질량(m)에 전달되는 힘이 평형을 이루어 주질량(m)의 진동을 절연하게 된다.

Fig. 3의 TMD 시스템의 운동방정식은 식(1), 식(2) 와 같이 유도된다.

$$\ddot{x} + c_D(\dot{x} - \dot{y}) + kx + k_P(x - y) = f$$
(1)

$$m_D \ddot{y} - c_D (\dot{x} - \dot{y}) - k_P (x - y) = 0$$
 (2)

여기에서 외력을 조화가진(harmonic excitation)으로 가 정하면 외력 f(t)는 식(3)으로 표현되며,  $X_{ST}$ 는 외력 에 의한 시스템의 정적 처짐을 의미한다. 시스템의 조화 응답을 식(4), 식(5)로 표현할 수 있으며,  $\tilde{X}, \tilde{Y}$ 는 일 반적으로 복소수(complex)이다.

$$f(t) = k X_{ST} \exp\left(j\omega t\right) \tag{3}$$

$$x(t) = \widetilde{X} \exp(jwt), y(t) = \widetilde{Y} \exp(jwt) \quad (4.5)$$

식 (1), 식 (2)에 식 (3), 식 (4), 식 (5)의 관계를 적용 하여 정리하면 식 (6), 식 (7)을 얻으며, 식 (7)을 식 (6) 에 대입하면 식 (8)을 얻는다.

$$- \omega^2 m \widetilde{X} + j \omega c_D (\widetilde{X} - \widetilde{Y}) + k \widetilde{X} + k_P (\widetilde{X} - \widetilde{Y})$$

$$= k X_{ST}$$
(6)

$$-\omega^2 m_D \widetilde{Y} - j \omega c_D (\widetilde{X} - \widetilde{Y}) - k_P (\widetilde{X} - \widetilde{Y}) = 0$$
 (7)

$$-\omega^2 m \widetilde{X} + k \widetilde{X} - \omega^2 m_D \widetilde{Y} = k X_{ST}$$
(8)

식 (8)에서 TMD 시스템에 가해진 외력( $kX_{ST}$ )은 주질량의 관성력( $\omega^2 m \tilde{X}$ ), 변위에 의한 스프링력( $k \tilde{X}$ ), 부가질량의 관성력( $\omega^2 m_D \tilde{Y}$ )과 평형을 이루며, 부가질



Fig. 3 TMD(tuned mass damper) system

량의 관성력을 통해 주질량의 변위 감소, 즉 절연의 효과를 얻을 수 있다.

TMD시스템의 외력에 의한 정적 처짐( $X_{ST}$ )과 진동 하중에 의한 변위  $\tilde{X}$ ,  $\tilde{Y}$ 의 비, 즉 전달함수(transfer function)는 식(6), 식(7)을 이용하여 정리하면 식(9)와 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{split} \widetilde{T}_{XMT} &= \frac{\widetilde{X}}{X_{ST}} = \\ \frac{(-\omega^2 m_D + j\omega c_D + k_P)k}{(-\omega^2 m + j\omega c_D + k_P)(-\omega^2 m_D + j\omega c_D + k_P) - (j\omega c_D + k_P)^2} \\ \widetilde{T}_{YMT} &= \frac{\widetilde{Y}}{X_{ST}} = \\ \frac{(j\omega c_D + k_P)k}{(-\omega^2 m + j\omega c_D + k_P)(-\omega^2 m_D + j\omega c_D + k_P) - (j\omega c_D + k_P)^2} \\ \end{split}$$
(9)

무차원화된 변수를 이용하여 전달함수를 구하기 위하여 식(10)과 같이 무차원 변수<sup>(4)</sup>를 정의하였다. 식(10)을 적용하면 식(9)는 식(11)과 같이 표현된다.

$$q = \omega/\omega_0, \ \rho = \omega_D/\omega_0,$$
  

$$\omega_0 = \sqrt{k/m}, \ \omega_D = \sqrt{k_P/m_D},$$
  

$$\xi_D = C_D/2\sqrt{k_Pm_D}, \ \mu = m_D/m$$
(10)

$$\begin{split} \widetilde{T}_{XMT} &= \frac{\widetilde{X}}{X_{ST}} = \\ \frac{(\rho^2 - q^2) + j2\xi_D\rho q}{\left\{ [q^4 - q^2(1 + \rho^2 + \mu\rho^2) + \rho^2] + j2\xi_D\rho q [1 - q^2(1 + \mu)] \right\}} \\ \widetilde{T}_{YMT} &= \frac{\widetilde{Y}}{X_{ST}} = \end{split}$$
(11)

$$\frac{\rho^2 + j2\xi_D\rho q}{\left\{ \left[ q^4 - q^2 \left( 1 + \rho^2 + \mu\rho^2 \right) + \rho^2 \right] + j2\xi_D\rho q \left[ 1 - q^2 \left( 1 + \mu \right) \right] \right\}}$$





Fig. 4는 식 (11)에서 정의된  $\tilde{T}_{XMT}$ 를 무차원 가진 주파수 q의 함수로 나타낸 그래프이다. TMD 시스템 의 최대 전달율은 부가질량비( $\mu$ )의 값이 클수록 전달 률( $\tilde{T}_{XMT}$ )의 값이 작아진다. 즉, TMD 시스템에서 진 동절연 향상을 위해서는 부가질량( $m_D$ )의 크기를 증 가시켜야 한다. Fig. 4에서 전달함수  $\tilde{T}_{XMT}$ 는 전체 그 래프의 통일성을 위해  $\tilde{T}_{XM}$ 으로 나타내었다.

#### 2.3 KDamper 시스템

KDamper 시스템은 Fig. 5와 같이 Fig. 3의 TMD 시스템에 음강성 요소 $(k_N)$ 를 추가 배치한 형태이다. 전체 시스템 강성 $(k_{eq})$ 값은 음강성 $(k_N)$ 과 기존 강성 값  $(k_p, k)$ 의 함수로, 음강성과 기존 스프링의 직렬, 병렬 관계에 의해 식(12)와 같이 정리된다.

$$k + \frac{k_P k_N}{k_P + k_N} = k_{eq} \tag{12}$$

Fig. 5에서 *m*, *m*<sub>D</sub>에 대하여 각각 뉴턴의 운동법칙을 적용하여 유도된 운동방정식은 아래와 같다.

$$\ddot{mx} + c_D(\dot{x} - \dot{y}) + kx + k_P(x - y) = f$$
(13)

$$m_D \ddot{y} - c_D (\dot{x} - \dot{y}) - k_P (x - y) + k_N y = 0$$
(14)

식 (13), 식 (14)에 식 (3)~(5)를 적용하면 식 (15), 식 (16)이 유도되며, 식 (16)을 식 (15)에 대입하여 정 리하면 식 (17)을 얻을 수 있다.

$$-\omega^2 m \widetilde{X} + j \omega c_D (\widetilde{X} - \widetilde{Y}) + k \widetilde{X} + k_P (\widetilde{X} - \widetilde{Y})$$

$$= k_{eq} X_{ST}$$
(15)

$$-\omega^2 m_D \widetilde{Y} - j\omega c_D (\widetilde{X} - \widetilde{Y}) - k_P (\widetilde{X} - \widetilde{Y}) + k_N \widetilde{Y} = 0$$
(16)



Fig. 5 Configuration of a KDamper system

$$-\omega^2 m \widetilde{X} + k \widetilde{X} - \omega^2 m_D \widetilde{Y} + k_N \widetilde{Y} = k_{eq} X_{ST}$$
(17)

#### 2.4 KDamper 시스템의 특성

KDamper의 운동방정식 식 (17)을 TMD의 운동방 정식 식 (8)과 비교하여 살펴보면, 식 (17)에는 음강성 에 의한 스프링력 $(k_N \tilde{Y})$ 이 추가되어 있다. 여기서  $k_N$ 은 음의 값을 가지므로 음강성에 의한 스프링력 $(k_N \tilde{Y})$ 과 부가질량에 의한 관성력 $(-\omega^2 m_D \tilde{Y})$ 은 동일한 위상을 갖는다. TMD 시스템의 경우 절연효과 향상을 위하 여 부가질량 $(m_D)$ 의 크기 증가를 통한 부가질량의 관 성력 증가가 필요하지만 KDamper의 경우 부가질량  $(m_D)$ 의 크기를 증가시키지 않고 음강성의 스프링력 을 통해 TMD 시스템의 부가질량 관성력 증가와 갈 은 절연효과를 달성할 수 있다.

KDamper의 외력에 의한 정적처짐( $X_{ST}$ )과 진동변위  $\widetilde{X}$ ,  $\widetilde{Y}$ 의 비, 즉 전달함수(transfer function)는 식(18), 식(19)과 같으며 전달함수 식에서  $k_D$ 는 식(20)으로 정 의된다.

식 (21)과 같이 무차원 변수(κ)를 정의하면, k<sub>N</sub>이 음 수이므로 κ는 항상 양의 값을 갖으며 κ값의 증가는 음 강성(k<sub>N</sub>)의 증가를 의미한다.

식(10)에 정의된 변수들과 식(21)의 κ로 식(18), 식(19)을 정리하면 식(22), 식(23)과 같다.

Figs. 6~14 그래프에서 TMD( $\tilde{T}_{XMT}$ )와 KDamper 시스템( $\tilde{T}_{XMK}$ )의 전달 함수 크기 비교를 위해서, 통 합적으로( $\tilde{T}_{XM}$ )으로 나타내었다.

Figs. 6~7은 부가질량비(μ)와 음강성비(κ)에 따른

$$\widetilde{T}_{XMK} = \frac{\widetilde{X}}{X_{ST}} = \frac{(-\omega^2 m_D + j\omega c_D + k_D)k_{eq}}{(-\omega^2 m_+ j\omega c_D + k_+ k_P)(-\omega^2 m_D + j\omega c_D + k_D) - (j\omega c_D + k_P)^2}$$
(18)

$$\widetilde{T}_{YMK} = \frac{Y}{\widetilde{X}} \ \widetilde{T}_{XK} = \frac{(j\omega c_D + k_P)k_{eq}}{(-\omega^2 m + j\omega c_D + k + k_P)(-\omega^2 m_D + j\omega c_D + k_D) - (j\omega c_D + k_P)^2}$$
(19)

$$k_D = k_P + k_N \tag{20}$$

$$\kappa = -k_N/k_D = -k_N/(k_P + k_N) \tag{21}$$

$$\widetilde{T}_{XMK} = \frac{\widetilde{X}}{X_{ST}} = \frac{(\rho^2 - q^2) + j2\xi_D\rho q}{\left\{ \left[ q^4 - q^2(1 + \rho^2 + (1 + \kappa)^2 \mu \rho^2) + \rho^2 \right] + j2\xi_D\rho q \left[ (1 + \kappa^2 \mu \rho^2) - q^2(1 + \mu) \right] \right\}}$$
(22)

$$\widetilde{T}_{YMK} = \frac{Y}{X_{ST}} = \frac{(1+\kappa)\rho^2 + j2\xi_D\rho q}{\left\{ \left[ q^4 - q^2(1+\rho^2 + (1+\kappa)^2\mu\rho^2) + \rho^2 \right] + j2\xi_D\rho q \left[ (1+\kappa^2\mu\rho^2) - q^2(1+\mu) \right] \right\}}$$
(23)



Fig. 6 Transfer function  $\tilde{T}_{XM}$  vs. q for different mass ratios ( $\kappa = 0.5$ )



Fig. 7 Transfer function  $T_{XM}$  vs. q for different mass ratios ( $\kappa = 1.0$ )

KDamper 시스템의 전달함수 $(\tilde{T}_{XMK})$ 를 나타낸다. TMD 시스템과 마찬가지로 부가질량비 $(\mu)$ 가 증가할수록 절 달률이 감소, 즉 절연효과가 향상되며, 동일한 부가질 량비 $(\mu)$ 를 갖는 경우 음강성비(x)가 클수록 절연효과 가 향상됨을 알 수 있다.

KDamper는 TMD에 음강성을 추가함으로써, 진동 절연효과 향상을 위해 부가질량을 증가시켜야 하는 TMD의 단점을 극복하고 음강성의 크기를 증가시킴 으로써 진동절연을 효과적으로 달성할 수 있다.

#### 3. TMD와 KDamper 진동절연효과 비교

TMD 시스템과 KDamper 시스템의 진동절연효과 를 비교하기 위하여 Fig. 8과 같이 주질량(*m*=500 kg) 과 스프링(*k*=6×10<sup>6</sup> N/m)으로 구성된 진동절연대상 을 고려하였다.

가진력에 따른 주질량의 절연효과를 비교하기 위해 TMD와 KDamper를 Fig. 9와 같이 구성했다.

TMD 시스템의 부가질량(*m<sub>D</sub>*)의 증가에 따른 진동 절연효과를 살펴보기 위하여 Table 1과 같이 부가질량 을 부여하였으며, 주질량과 부가질량 사이의 스프링(*k<sub>P</sub>*) 과 댐퍼(*C<sub>D</sub>*)의 값은 부가질량에 따라 TMD 시스템의 전달함수 값이 최소화되는 최적값<sup>(4)</sup>을 사용하였다.

KDamper 시스템의 경우 음강성 증가에 따른 진동 절연효과를 살펴보기 위하여 부가질량을 5 kg로 고정 하고 음강성을 Table 2와 같이 부여하였다. 주질량과 부가질량 사이의 스프링(kp)과 댐퍼(CD)의 값은 전달 함수의 최대값이 최대한 작아지는 값을 찾아 적용하 였다.

Fig. 10은 TMD 시스템을 적용한 경우 주질량(m)의 가진주파수에 따른 전달률을 나타내고 있다. 부가질량



Fig. 8 Mass-spring system to be isolated from external vibration force

(*m<sub>D</sub>*) 증가에 따라 주질량의 전달률이 감소하나 부가 질량이 200 kg(주질량의 40%)으로 증가시켜도 전달 률 1 이상 되는 영역이 존재하여 TMD 시스템을 통한 모든 주파수 영역에서 진동절연 달성에 어려움이 존 재한다.



Fig. 9 TMD and KDamper system to isolate mass (m)

Table 1 Material properties of TMD system

Case	$m_D$ (kg)	k <sub>P</sub> (N/m)	$c_D$ (N–sec/m)
1	5	5881.8	20.69
2	10	11 534	57.10
3	20	22 189	153.86
4	200	122 450	2314.1

Table 2 Material properties of KDamper system

Case	m <sub>D</sub> (kg)	k <sub>P</sub> (N/m)	$c_D$ (N–sec/m)	k <sub>N</sub> (N/m)
1	5	8736.6	35.95	-2912.2
2	5	11 536	47.65	-5768.1
3	5	16 976	70.83	-11 318
4	5	45 728	227.3	-40 647



Fig. 10 Transfer function  $\tilde{T}_{XM}$  vs. q for 4 different values of  $m_D$  (TMD)



Fig. 11 Transfer function  $\tilde{T}_{XM}$  vs. q for 4 different values of  $k_N$  (KDamper)

Fig. 11은 KDamper 시스템을 적용한 경우 주질량 (m)의 가진주파수에 따른 전달률을 나타내고 있다. 부 가질량( $m_D$ )이 동일할 때 (즉, 부가질량의 증가 없이) 음강성( $k_N$ )이 증가함에 따라 진동절연효과가 향상됨을 알 수 있다. 특히 음강성이 가장 큰 경우( $k_N = -40$  647 N/m) 모든 주파수 영역에서 전달률이 1 이하가 되며, KDamper 시스템을 이용할 경우 음강성의 크기를 증 가시켜 모든 주파수 영역에서 절연효과를 달성할 수 있음을 알 수 있다.

Fig. 12는 TMD와 KDamper의 진동절연효과를 비교 하기 위하여 부가질량( $m_D$ ) 5 kg, 20 kg인 경우의 TMD 전달률과 부가질량( $m_D$ ) 5 kg, 음강성  $k_N = -11$  318 N/m 을 적용한 KDamper 전달률을 나타낸 것이다. 부가질 량의 크기를 4배로 증가시킨 TMD보다 음강성을 이용 한 KDamper의 진동절연이 더 효과적임을 알 수 있다.



Fig. 12 Comparison of transmissibilities of TMD and KDamper systems (I)



Fig. 13 Comparison of transmissibilities of TMD and KDamper systems (II)

Fig. 13은 KDamper의 부가질량(*m<sub>D</sub>*) 5 kg, 음강성 (*k<sub>N</sub>*) -11 318 N/m인 경우의 진동절연효과와 TMD 시 스템의 부가질량(*m<sub>D</sub>*)이 50 kg일 때의 진동절연효과를 비교하였다. 이를 통해 TMD 시스템이 KDdamper 시 스템과 동일한 진동절연효과를 갖기 위해 부가질량을 10배 가까이 증가시켜야 함을 보여준다. 이러한 부가 질량의 증가 때문에 기계분야에서의 TMD 적용이 제 한적임을 알 수 있다.

#### 4. 결 론

이 논문에서 TMD(tuned mass damper)와 KDamper 시스템의 운동방정식을 유도하고 각 시스템의 진동절 연효과에 대하여 비교 고찰하여 다음과 같은 결론을 얻었다. (1) TMD 시스템의 진동절연효과를 향상시키기 위 해서는 부가질량을 크게 증가시켜야 하며, 부가질량 을 주질량의 40 %까지 증가시켜도 모든 주파수 영역 에서 진동절연효과 달성이 어려움을 확인하였다.

(2) KDamper 시스템은 TMD의 단점인 부가질량 의 증가 없이 음강성의 크기를 증가시켜 효과적으로 진동절연을 달성할 수 있음을 확인하였다.

(3) KDamper 시스템은 음강성의 크기를 증가시켜 모든 주파수 영역에서 진동절연효과를 달성이 가능함 을 확인할 수 있었다.

#### 후 기

이 논문은 2018년도 교육부의 재원으로 한국연구 재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(No. 2017 R1D1A1B03031601).

#### References

(1) Carrella, A., Brennan, M. J. and Waters, T. P., 2007, Static Analysis of a Passive Vibration Isolator with Quasi-zero-stiffness Characteristic, Journal of Sound and Vibration, Vol. 301, No. 3-5, pp. 678~689.

(2) Bae, S. R., Jung, W. J., Ham, I. B., Han, H. H., and Son, S. W., 2017, Structureborne Noise Reduction of Floating Raft System Using Tuned Mass Dampers, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 27, No. 10, pp 784~789.

(3) Antoniadis, I., Chronopoulos, D., Spitas, V. and Koulocheris, D., 2015, Hyper-damping Properties of a Stiff and Stable Linear Oscillator with a Negative Stiffness Element, Journal of Sound and Vibration, Vol. 346, No. 13, pp 37~52.

(4) Den Hartog, J. P., 1956, Mechanical Vibrations

(4th edition, Chap. 3), McGraw-Hill, New York.

(5) Brzeski, P., Kapitaniak, T. and Perlikowski, P., 2015, Novel Type of Tuned Mass Damper with Inerter which Enables Changes of Inertance, Journal of Sound and Vibration, Vol. 349, No. 4, pp 56~66.

(6) Carrella, A., Brennan, M. J., Waters, T. P. and Lopes Jr., V., 2012, Force and Displacement Transmissibility of Nonlinear Isolator with High-static-low-dynamic-stiffness, International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 55, No. 1, pp. 22~29.



Jin-Soo Ahn received his M.S. degree in Aerospace Engineering from KAIST. He works for Agency for Defense and Development. His research interest is structural vibration and control.



**Chan-Kyu Lee** received his B.S. and M.S. degree in Mechanical Engineering from Chungnam National University. His research interests include vibration of composite structures and electromechanical system.



**Ohseop Song** received his Ph.D. degree from Virginia Polytechnic Institute & State Univ. He is a professor in Chungnam National University. His research interests include vibration of composite structures and rotor-dynamics.

# 수중폭발 직접충격파에 의한 FRP 음향창의 구조안전성 분석

Structural Safety Analysis of FRP Type Sonar Window Due to Direct Shock Wave of Underwater Explosion

김 완 호<sup>†</sup>·정 병 규<sup>\*</sup>·강 명 환<sup>\*</sup>·서 영 수<sup>\*</sup>·김 소 윤<sup>\*\*</sup> Wan-Ho Kim<sup>†</sup>, Byung-Kyoo Jung<sup>\*</sup>, Myung-Hwan Kang<sup>\*</sup>, Young-Soo Seo<sup>\*</sup> and So-Yoon Kim<sup>\*\*</sup>

(Received November 16, 2018 ; Revised April 4, 2019 ; Accepted April 4, 2019)

Key Words : Underwater Explosion(수중폭발), FRP Type Sonar Window(복합재질 음향창), Direct Shock Wave (직접충격파), Fluid-structure Analysis(유체-구조 연성해석), Explicit Nonlinear Analysis(명시적 비선형 해석), Safety Analysis(안정성 분석)

#### ABSTRACT

This paper describes an experimental and analytical analysis on structural safety owing to direct shock waves generated by an underwater explosion in an FRP-type acoustic window of a surface ship. First, an underwater explosion test in a cylindrical water tank was conducted to determine the impact response. In order to set the underwater shock test conditions ruled by MIL-S-901D, this study referred to foreign impact test technical documents BV-043 that define the Keel shock factor and shock profile. Then, LS-DYNA, a commercial nonlinear analysis tool, was used analyze the responses of the acoustic window specimens by direct shock waves. The results of the experiment and analysis confirmed that structural safety could be secured by deriving the stress per direction of the acoustic window specimen lower than the allowable stress.

#### 1. 서 론

수상 전투함의 선체에 고정 및 장착되어 운용되는 음향창(acoustic window)은 수중의 외부 위협요소들을 탐지하는 수중음파탐지시스템(SONAR system, 이하 "소나"라 칭한다)을 다양한 상황의 외력(수중폭발, 슬 래밍, 정수압, 부유물 충격 등)을 겪을 수 있다. 특히, 수중폭발이 일어난 상황에서는 선체에 치명적인 피해 를 전달하기 때문에 함정개발 단계에서 구조물의 안

\*\* InnoQual

정성을 평가하기 위한 충격시험 및 해석은 필수적이다. 수중폭발의 충격 응답 해석과 관련된 연구는 많은 시행착오를 거치면서 수행되어 왔다. Robert 교수는 수 중폭발의 현상에 관련한 이론과 개요를 집필하였다<sup>(1)</sup>. 그리고 Swisdak은 수상함의 수중폭발에 대한 응답 특 성을 연구하였다<sup>(2)</sup>. 특히 그는 선체에 전달되는 수중폭 발의 충격을 폭발 전개에 따라 직접충격파에 의한 충 격과 가스구체에 의한 충격으로 나누었고 각각의 상황에 따라 나타날 수 있는 충격 효과를 기술하였다. Swisdak 의 기술에 따르면, 수중폭발이 발생할 때 가장 먼저 생

Recommended by Editor Jae Hung Han

<sup>\*</sup> Corresponding Author; Member, Agency for Defense Development E-mail: kwh0192@add.re.kr

<sup>\*</sup> Member, Agency for Defense Development

<sup>#</sup> A part of this paper was presented at the KSNVE 2018 Annual Autumn Conference.

<sup>©</sup> The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

성되는 직접충격파는 초기에 음속보다 빠른 속도로 전 파되고 그 뒤에 생성되는 가스구체는 수축/팽창을 반 복하며 종래에는 수면으로 떠오른다. 여기서 가스구체 에 의한 충격은 충격파와 거의 대등한 에너지로 선체 에 전달되어 중요하게 다루어야 하지만 일반적인 수 중폭발 시험의 경우 시험여건 상(시험장 크기 및 해석 단순화 등) 그 영향을 고려하지 않는 것으로 알려져 있다<sup>(3)</sup>. 따라서 이 연구에서도 가스구체에 의한 영향은 다루지 않는다.

선체에 전달되는 충격파는 직접적으로 충격을 주며, 선체에 부딪힌 후 간접적으로 탄성파 형태로 응력이 전달된다. 따라서 수중폭발에 의한 충격응답을 검증하 려면 적절한 직접충격파와 구조전달 충격파를 선정하 여야 한다. 일반적으로 선체 탑재장비의 내충격 성능 의 확인을 위한 충격파는 독일 해군의 충격규정인 BV-043<sup>(4)</sup>을 기준으로 선정한다. BV-043에 따르면 수중폭 발에 의해 발생된 직접충격파는 시간에 따른 압력의 지수적 감쇠를 동반하는 형태로 정의할 수 있다. 특히 폭약의 특성과 목표물과의 이격거리 등으로 첨두 압력 과 감쇠시간 등을 정의할 수 있다. 그리고 구조전달 충 격파는 함정의 배수량에 따라 정의하고 있다. 따라서 충격 시험을 통해 충격 응답을 검증하려면 선정된 충 격파의 특징을 실제로 나타낼 수 있어야 한다. 그래서 BV-043은 충격 시험 조건을 규정하는 지표인 충격지 수(shock factor)를 규정하고 있다<sup>(4)</sup>.

이러한 충격 응답 해석의 조건 및 기준을 이용하여 수중폭발의 충격파에 의한 선체 탑재장비 구조물의 안 정성을 충격 해석을 통하여 평가한 많은 연구들이 수 행되었다. Chung et al.은 수중충격 해석의 방법을 거시 적 방법과 미시적 방법으로 나누어 정의하였고, 유체-구조의 연성해석을 위한 비선형 운동방정식을 구축하 여 함정과 같은 대형구조물에 대한 충격 및 파손해석 법을 연구하였다<sup>(5)</sup>. Seo et al.은 폭약의 사양에 따른 직접충격파의 첨두 압력과 감쇠 시간을 정의하고 소나 의 주요 장비인 트랜스듀서(transducer)의 수중폭발 직 접충격파에 의한 내충격 성능을 분석하였다<sup>(6)</sup>. Shin et al.은 BV-043에서 규정한 구조전달 충격파를 모델링 하여 소나의 주요 장비인 배열 센서의 내충격 응답 특 성을 분석하였고 그에 따른 구조물의 건전성을 평가하 였다<sup>(7)</sup>. Jeon et al.은 원통형 배열 센서의 수중폭발에 의한 내충격 성능을 고유모드 해석과 구조전달 충격파

에 의한 응답, 그리고 JWL(Jones-Wilkins-Lee) 모델<sup>(8)</sup> 을 적용한 직접충격파에 의한 응답을 통하여 분석하 였다<sup>(9)</sup>. 그리고 일반적으로 수중 내충격 해석에 사용 되고 있는 상용 명시적 비선형(explicit nonlinear) 해 석도구인 LS-Dyna<sup>(10)</sup>를 이용한 해석 연구도 활발히 수행되었다. 특히, 최근 미국 해군은 AEGIS급 함정 DDG-53의 실선 충격시험과 동일한 수중폭발 조건에 대한 해석을 수행하기 위해서 LS-Dyna/USA를 이용 하였고, 시험결과와 해석결과의 비교를 통하여 그 유 용성을 검증하였다(11). 그리고 Kim은 LS-Dyna를 활 용하여 기존의 해석방법인 CFA(computer fluid analysis)와 이중 점근 근사 기법(DAA: doubly asymtotic approximation)<sup>(12)</sup>보다 사용자 입장에서 사용하 기 쉬운 방법인 ALE(arbitrary lagrangian-euler) 기법 을 제안하였다<sup>(13)</sup>. ALE 기법은 물의 조건을 선형 근사 상태방정식으로 정의하는 방법으로 Kim의 연구에 따 르면, 근거리의 폭발 해석에는 ALE 기법이 적합하다 는 것을 알 수 있다. 또한, 수중폭발 충격 시험 결과의 신 뢰성을 확보하기 위한 연구도 수행되었다. Park et al. 은 미 해군의 수중충격 시험조건인 MIL-S-901D<sup>(14)</sup>을 적용한 실선의 충격응답을 200 채널의 센서로 가속도, 변위, 응력을 동시에 계측 및 기록할 수 있는 시스템 을 개발하였다<sup>(15)</sup>. 최근에 Moon et al.은 수중폭발에 의 한 충격파의 첨두 압력의 계측신호를 측정불확도 측 면에서 검토하여 유효성을 검증하였다<sup>(16)</sup>.

이 연구에서는 음향창의 수중폭발시 발생하는 직접 충격파에 의한 구조안정성을 시험과 해석으로 검토하 였다. 먼저 실제 음향창의 재질과 체결부를 모사하여 축소 시편을 제작하였고, BV-043과 MIL-S-901D 규 정을 고려하여 충격지수 및 shock wave를 정의하였 다. 그리고 이에 해당하는 수조시험 환경을 구현하여 수중폭발 시험을 수행하였다. 축소 시편 단위의 시험 결과에 대한 신뢰성 검토를 위하여 상용 내충격 해석 도구인 LS-Dyna를 활용하여 해석을 수행하였다. 해 석의 수중 유체모델은 ALE로 모델링하여 근거리 수 중폭발 해석의 신뢰성을 높였다. 이후, 수중폭발 시험 에서 측정된 재질의 표면응력과 해석적으로 산출된 응력을 비교하여 음향창 축소 시편의 구조안전성을 평 가하였다. 이를 통해, 음향창 축소 시편이 재료적인 측 면과 두께설계적인 측면에서 안정성을 평가하는 것을 목표로 한다.

#### 2. 시험을 통한 분석

#### 2.1 시험 개요

이 시험에서 구조안정성을 평가하고자 하는 대상 인 음향창은 소나돔을 수중에서의 다양한 외력으로부 터 보호할 수 있는 수준의 구조 강도와 센서의 성능을 저해하지 않는 수준의 음향 성능을 동시에 만족하여 야 한다. 이를 위해, 국내외 주요국들의 함정은 복합재 (FRP: fiber reinforced plastic) 재질의 음향창을 탑재 및 운용하고 있다. 이는 복합재가 비교적 낮은 밀도에 높은 강도를 가지고 있기 때문이다. 음향창은 Fig. 1에 도시된 바와 같이 복합재 사이의 중간재질을 삽입하 는 다층구조 형태를 갖추고 있으며, 수지에 함유된 섬 유의 방향에 따라 허용 응력 값이 다른 이방성(anisotropy)을 가지고 있다.

수중폭발 시험은 이 연구소의 내부 수조에서 수행 되었다. 폭약, 시편, 압력센서로 구성된 수중폭발 시험 환경에서는 Fig. 2(a)와 같이 5개 채널의 압력센서를 설치하였으며, 음향창 축소 시편은 Fig. 2(b)와 같다. 음향창 축소 시편은 Fig. 3과 같이 실제 음향창 체결 부를 모사하였으며, 충격파에 의한 표면응력의 응답 을 측정하기 위해서 안쪽에 3개(상부, 중앙부, 하부)의 strain gage를 부착하였다. 그리고 수중폭발 시험은 직 접충격파에 대한 구조안전성 평가를 위해 근거리 시 험법을 선택하였다. 그리고 이 연구소의 수조에서 수 행하는 수중폭발 시험은 가스구체와 반사파의 영향을 제거하기 위해서 시험 폭약의 이론적인 가스구체의 반 경을 계산하여 반경 이내에 폭약과 시험시편을 위치시



Fig. 1 Configuration of acoustic window

키고 폭발 후 약 5 ms 이내의 데이터를 수집한다.

#### 2.2 충격 조건 설정

(1) 용골 충격 지수

용골 충격 지수(KSF: keel shock factor)는 수상함 의 수중폭발 시험조건의 가혹도를 표현한 지수로서, 다음과 같은 식으로 표현할 수 있다<sup>(4)</sup>.



(a) Composition of test environment







Fig. 3 Location of strain gage for measurement of surface stress of acoustic window

$$KSF = K \frac{\sqrt{W}}{R} \left(\frac{1 + \sin\alpha}{2}\right) \tag{1}$$

여기서 W는 화약의 중량이고, R은 폭약과 용골(음향 창) 사이의 이격거리, 그리고  $\alpha$ 는 수평선과 이격거리 의 방향선이 이루는 각도이다. K는 화약특성과 폭발 조건에 관련한 무차원 상수이다. 이 연구에서는 MIL-S-901D의 충격 시험 기준을 적용하여 KSF를 계산하 였으며, 시험 폭약을 기준으로 수조시험 환경의 등가 폭발 이격거리를 선정하였다.

(2) 충격파 응답

이론적인 충격과 압력-시간 선도는 다음의 식을 이 용하여 표현할 수 있다<sup>(4)</sup>.

$$P(t) = P_{\max} e^{-\frac{t-t_i}{\theta}}; t \ge t_i$$
<sup>(2)</sup>

여기서 P<sub>max</sub>는 첨두 압력이고, t<sub>i</sub>는 폭발 이후 충격파 가 목표물에 도달하는 시간, 그리고 θ는 압력 값이 1/e 로 감쇠되는 시간이다. P<sub>max</sub>와 θ 역시 화약특성과 폭 발조건에 따라 결정되는 값으로 아래의 식과 같이 정 의된다<sup>(4)</sup>.

$$P_{\max} = K_1 \left(\frac{W^{1/3}}{R}\right)^{A_1}$$
(3)

$$\theta = K_2 W^{1/3} \left(\frac{W^{1/3}}{R}\right)^{A_2} \tag{4}$$

여기서 K<sub>1</sub>, A<sub>1</sub>, K<sub>2</sub>, A<sub>2</sub>는 폭약의 특성에 따라 결정되 는 상수이다. 이 관계식을 이용하여 산출한 충격파 압 력-시간 선도를 실제 수조 시험시 측정한 측정 압력-시간 선도와 함께 Fig. 4(a)에 도시하였다. Fig. 4(a)에 서 확인되는 바와 같이 최초 충격파는 음향창 시편에 약 1.2 ms에 도달하는 것을 확인할 수 있으며, 첨두 압력의 측정값과 이론값은 약 2 % 정도의 오차를 가 지는 것을 확인하였다. 그리고 파형이 유사한 것으로 보아 시험 폭약의 성능을 계획대로 구현했다는 것을 확인하였다. 다만, Fig. 4(b)에서 보이는 것처럼 ch.1 의 압력센서가 다른 채널의 센서와 달리 압력이 0으로 돌아오지 않은 것은 장비의 결함으로 확인된다.

#### (3) 가스구체 및 반사파 영향

가스구체는 원래 수중폭발 발생 시 직접충격파의 영향만큼 큰 부분을 차지하지만 선행 연구들과 같이 시험장 여건과 해석 단순화를 위하여 이 연구에서는 다루지 않는다. 이 연구에서는 가스구체의 영향을 제 거하기 위해서 다음과 같이 이론적인 가스구체의 반 경을 계산하였다<sup>(3)</sup>.

$$A_{\max} = K_3 \frac{W^{\frac{1}{3}}}{\left(D+33\right)^{\frac{1}{3}}} \tag{5}$$

여기서  $A_{\text{max}}$ ,  $K_3$ , 그리고 D는 각각 가스구체 최대 반 경, 가스구체 상수, 그리고 폭약 깊이이다. 시험조건을



Fig. 4 Shock pressure curves

기준으로 이론적인 가스구체 반경을 계산한 결과 이 격거리 대비 약 85% 정도로 확인되었다. 그러므로 이 시험에서는 시험장비가 초기 가스구체의 영향을 받 지 않는 것을 알 수 있다. 그리고 반사파는 계측 시작 후 약 12 ms 이후에 도달하므로 영향은 생각하지 않 는다.

#### 2.3 시험 결과

수중폭발 시험(Fig. 5) 후 strain gage에서 측정한 음향창 축소 시편의 방향별 표면응력을 Fig. 6에 도시 하였다. 시험 과정에서 3개의 strain gage중 시편 상 부에 부착된 gage에서 측정 데이터를 받지 못하여 결 과에는 중앙부와 하부의 결과만 도시하였다. 그리고 시험에 사용한 strain gage는 수조의 압력센서와 별도 로 측정하였기 때문에 계측 시작시간이 다른 것을 감 안하여야 한다. 검은색 선도가 중앙부에서의 측정값이



Fig. 5 Photograph of underwater explosion test



고 빨간색 선도가 하부에서의 측정값이다. 먼저 섬유 의 길이방향 0°일 때, 중앙부와 하부의 최대 표면응력 은 허용 응력 값 대비 각각 45%, 40%의 수준으로 측정되었다. 그리고 섬유의 수직방향 90°일 때, 각각 44%, 9%의 수준으로 측정되었다. 따라서 음향창 축 소 시편은 수중폭발의 직접충격파에 대한 구조안전성 을 보유하고 있음을 확인할 수 있다.

#### 3. 해석을 통한 분석

#### 3.1 충격파 생성

이 연구에서 수행한 수중폭발 해석에서는 앞선 연 구와는 달리 직접충격파를 근거리 평면파로 선정하여 수행하였다. 그 이유는 다음과 같다.

#### (1) 충격파 모사의 정확도 증가

기존의 해석방식은 요소에 폭약무게와 J-W-L방정 식의 계수를 입력하여 폭약을 정의하였는데, 이 방식 을 통해 실제 해석상에서 생성된 충격파는 목표한 충 격파와 맞지 않을 확률이 매우 높다. 이는 생성된 충 격파가 요소의 개수나 크기에 따라 다르게 나타나기 때문이다. 이 연구에서는 이러한 시행착오를 줄이기 위 해서 충격이 전달되는 시간대에서 직접적으로 충격파 를 정의하여 Fig. 4(a)에서 확인할 수 있는 바와 같이 충격파 모사의 정확도를 증가시켰다.

(2) 해석시간의 감소근거리 평면파 방식을 사용하면 해석에 필요한 부



Fig. 6 Acquired surface stress by underwater explosion test

분만 모델링을 국부적으로 수행하기 때문에 기존의 방 식보다 해석시간을 크게 단축시킬 수 있다.

#### 3.2 유한요소 모델

이 연구에서 수행한 수중폭발 해석에서는 상용 명 시적 비선형 해석도구인 LS-Dyna를 이용하였다. 전 체적인 유한요소는 Solid 육면체로 모델링하였고 그 개요를 Fig. 7에 도시하였다. 유한요소 설정에 있어서 음향창 축소 시편은 Lagrangian 요소, 수중환경은 Euler 요소로 모델링하였다. 그에 따른 Euler 요소 모 델링에는 육면체 형상의 수중 유체 입자들의 움직임 을 정의하기 위해서 아래와 같이 Gruneisen 관계식을 적용하였다<sup>(10)</sup>.

$$p = \frac{\rho_0 C^2 \mu [1 + (1 - \frac{\gamma_0}{2})\mu - \frac{a}{2}\mu^2]}{[1 - (S_1 - 1)\mu - S_2 \frac{\mu^2}{\mu + 1} - S_3 \frac{\mu^3}{(\mu + 1)^2}]^2} \quad (6)$$

 $+(\gamma_0+a\mu)E$ 

$$\mu = \frac{\rho}{\rho_0} - 1 \tag{7}$$

여기서, *p*는 충격파의 압력, *ρ*는 물의 밀도, *ρ*<sub>0</sub>는 물 의 초기 밀도, *C*는 충격파 속도, *S<sub>k</sub>*(*k* = 1, 2, 3)는 충격



Fig. 7 Overview of FE model

Table 1 Specification of the FE model

	Acoustic window	Water (ALE)
No. of element	11 978	114 000
Size of mesh	40 mm	50 mm

파 속도-유체 입자 속도 곡선에서의 기울기 계수, γ<sub>0</sub> 는 Gruneisen gamma, *a*는 부피 보정 상수, 그리고 *E* 는 물의 단위 체적 당 에너지이다. 이에 따라 FE 모델 에 적용한 변수들을 Table 1에 정리하였다. Euler 모 델의 설정에 적용한 변수들은 Table 2에 정리하였다. 각 요소들은 절점 공유를 통하여 연결하였으며, FRP layer는 섬유의 방향별 응력 해석을 위해서 재료의 직 교 이방성 재질 설정 카드인 "MAT\_ORTHOROPIC\_ ELASTIC"을 적용하였다. 그리고 Lagrangian 모델(음 항창 시편)과 Euler 모델(물)의 접촉 조건을 설정하기 위해서 "CONSTRAINED\_LAGRANGE\_IN\_SOLID" 카드를 적용하였다. 또한, 해석 시간은 0.005 초로 설 정하였다.

#### 3.3 경계 조건 설정

수중폭발 해석을 수행하기 위해서 다음과 같이 3 개의 경계 조건을 설정하였다. Fig. 8에 경계 조건에

Table 2 Parameters of Euler model

Parameter	Value	Unit
$ ho_0$	1000	kg/m <sup>3</sup>
C	1484	m/s
$S_1$	1.979	-
$S_2$	0	-
$S_3$	0	-
$\gamma_0$	0.11	-
a	3	-



Fig. 8 Demonstration of boundary conditions

대한 개요가 설명되어 있다.

#### (1) 충격파 입력 경계

이 경계에는 수중폭발 시험시 산출했던 충격파 (Fig. 4(a) 참조)를 평면파(plane wave) 형태로 입력 한다.

(2) 미끄럼 경계

미끄럼(slip) 경계는 충격파의 전개시 벽면의 전단









(c) 
$$t = 0.5$$
 msec



(d) t = 0.7 msec Fig. 9 Propagation of shock wave

력에 의해 감쇠되는 효과를 제거하기 위해서 설정한다. 위와 같이 경계 조건을 설정하면, Fig. 9에서 확인 할 수 있는 바와 같이 Euler 요소 상부 경계에서 발생 한 평면 충격파는 벽면에서 소멸되지 않으면서 반대 편 무반사 경계에서 소멸한다.

#### 3.4 해석 결과

직접 충격파의 전개에 따른 음향창 축소 시편의 요 소에 응력이 발생하는 것을 Fig. 10에서 확인할 수 있 다. 그리고 시간에 따른 응력 해석 결과가 Fig. 11와 같이 도출되었다. 2장의 시험결과와 마찬가지로 검은 색 선도가 중앙부, 빨간색 선도가 하부의 결과이다. 해 석결과를 검토하면, 섬유의 길이방향 0°일 때 중앙부 와 하부의 최대 표면응력은 허용 응력값 대비 각각 42 %, 31 %의 수준으로 계산되었다. 그리고 섬유의 수 직방향 90°일 때는 각각 37%, 17%의 수준으로 계산 되었다. 따라서 해석 결과 역시 허용 응력에 비해 상당 히 낮은 수준이므로 현재의 음향창 축소 시편이 구조 적 안전성을 보유하고 있음을 확인할 수 있다. Fig. 12에 정리된 바와 같이 해석 결과를 시험 결과와 비 교하였을 때, 길이 방향 0°에서는 중앙부와 하부에 각 각 3%. 9% 정도 적게 산출되었고. 수직방향 90°에 서는 중앙부가 7% 적게, 하부는 8% 정도 초과되어 산출되었다.



Fig. 10 Stress contour from underwater explosion analysis



Fig. 11 Simulated surface stress by underwater explosion analysis



Fig. 12 Comparison of results between measured stress and simulated stress

#### 4. 결 론

이 연구에서는 음향창 축소 시편을 대상으로 수중 폭발시 발생하는 직접충격파에 대한 구조안전성을 시 험과 해석을 통하여 평가하였다. 평가 결과, 음향창 섬 유의 길이 방향에 대하여 허용응력 대비 중앙부에서 실험값 45 %, 해석값 42 %, 하부에서 실험값 40 %, 해 석값 31 %로 비교적 유사한 수준으로 도출되었음을 확인하였다. 섬유의 수직 방향에 대해서는 허용응력 대비 중앙부에서 실험값 44 %, 해석값 37 %, 하부에 서 실험값 9 %, 해석값 17 %로 길이방향 대비 오차가 크게 나타나나 전반적으로 유사하게 도출되었음을 확 인하였다.

결론적으로 시험 결과와 해석 결과의 검토를 통하여 이 음향창 축소 시편은 MIL-S-901D의 충격 시험 조 건에서 재료선택과 두께 설계에 의한 구조안전성을 갖 추었다는 것을 확인하였다. 다만, 이 연구의 결과는 축 소시편으로서의 결과이며, 실선 적용시 크기와 구조 측 면에서 다르기 때문에 완벽하게 검증되었다고는 할 수 없다. 이는 현재 실제크기의 음향창을 대상으로 추가 연구 중에 있다.

#### References

 Robert, H. C., 1948, Underwater Explosions, Princeton, New Jersey: Princeton University Press.

(2) Swisdak Jr., M. M. (Ed.), 1978, Explosion Effects and Properties: Part II - Explosion Effects in Water, White Oak, Silver Spring, Naval Surface Weapons Center, MD 20910.

(3) Park, B. W., An, C. W. and Cho, Y. S., 1996, Underwater Shock Analysis of Ship Hull Girder with Charge Conditions, ADD Technical Report, NWSD-513-960861.

(4) The German Navy, 1985, BV-043 (Shock Resistance Demonstration by Experimental of Comparison), Federal German Army Procurement Office.

(5) Chung, K. T., Kim, K. S. and Kim, Y. B., 1995, The Shock and Fracture Analysis of Ship Structure Subject to Underwater Shock Loading, Transactions of the Society of Naval Architecture of Korea, Vol. 32, No. 1, pp. 118~ 131. (6) Seo, H. S. and Koh, B. J., 2006, Analysis for Antishock Characteristics of Underwater Acoustic Transducers to the Explosive Shock, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 16, No. 11, pp. 1108~1114.

(7) Shin, C. J., Hong, C. S., Jeong, W. B. and Seo, H. S., 2009, Dynamic Response of Hull Mounted Cylindrical Array Sonars to Shocks, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 19, No. 2, pp. 146~154.

(8) Lee, E. L., Hornig, H. C. and Kury, J. W., 1968, Adiabatic Expansion of High Explosive Detonation Products, UCRL-50422, University of California, Lawrence Livermore National Laboratory, Livermore, CA.

(9) Jeon, S. H., Hong, C. S., Jeong, W. B., Seo, H. S. and Cho, Y. H., 2012, Structural Response and Reliability of a Cylindrical Array Sensor due to Underwater Explosion, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 22, No. 1, pp. 81~87.

(10) LSTC, 2007, LS-DYNA Keyword User's Manual: Volume I, Version 971, Livermore Software Technology Corporation.

(11) Lee, S. G., Kwon, J. I. and Chung, J. H., 2003, 3-dimensional Underwater Explosion Shock Response Analysis of a Floating Structure considering Cavitation Effects, Journal of the Society of Naval Architects of Korea, Vol. 40, No. 6, pp. 1~11.

(12) Geer, T. L., 1971, Residual Potential and Approximate Methods for Three-dimensional Fluid-structure Interaction Problems, The Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 49, No. 5B, pp. 1505~1510.

(13) Kim, J. H., 2007, Shock Response Analysis under Underwater Explosion for Underwater Ship Using ALE Technique, Journal of the Korean Society for Marine Environmental Engineering, Vol. 10, No. 4, pp. 218~226.

(14) The United States Navy, 1989, MIL-S-901D (Shock Tests, HI[High Impact] Shipboard Machinary, Equipment and Systems, Requirement for).

(15) Park, I. K., Cho, D. S. and Kim, J. C., 2003, Development of Measurement System for the Underwater Explosion Shock Test of Naval Ships, Journal of the Society of Naval Architects of Korea, Vol. 40, No. 4, pp. 66~74.

(16) Moon, S. J., Kwon, J. I., Park, J. W., Chung, J.

H. and Hwang, E. H., 2017, Validation, Verification and Accreditation of Measured Signal of Maximum Shock Pressure Due to Underwater Explosion, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 27, No. 7, pp. 933~939.



Wan-Ho Kim finished his Bachelor Degree and Master Degree from Inha University in 2015 and 2017 respectively. He is researcher of Agency for Defense Development. His research interests are in the area of finite element analysis of shock fluid-structure interactions

and vibration and fluid-structure interactions.



**Byung-Kyoo Jung** is received B.S., M.S., and Ph.D. degrees from Pusan National University in 2010, 2012 and 2017. He is researcher of Agency for Defence Development. His research interests are in the area of finite/boundary element analysis

of noise and vibration and fluid-structure interactions.



Myung-Hwan Kang is received a B.S. degree from Kyungpook National University in 2007. M.S. degree from Postech in 2009. He is currently a researcher at the Agency for Defense Development, Korea. His research interests are underwater

acoustic stealth technologies.



Young-Soo Seo is currently a senior researcher at Agency for Defense Development. He received the B.S. degree, M.S. degree and the Ph.D. degree in Mechanical Engineering from Pusan National University, Korea in 1999, 2001 and 2005, res-

pectively. His research interests are in the reduction of noise in the ship.

# 초음파 펄스-에코 측정을 통한 열화 시편의 음향 비선형 특성 평가

Evaluation of Acoustic Nonlinearity of Heat-treated Specimens by Using Ultrasonic Pulse-echo Measurements

조 성 종 $^* \cdot$ 정 현 조 $^{\dagger} \cdot$ 신 효 정 $^* \cdot$ 주 영 상 $^{**}$ 

Sungjong  $Cho^*$ , Hyunjo Jeong<sup>†</sup>, Hyojeong Shin<sup>\*</sup> and Young Sang Joo<sup>\*\*</sup>

(Received January 15, 2019 ; Revised May 7, 2019 ; Accepted May 7, 2019)

Key Words : Acoustic Nonlinearity(음향 비선형), Pulse-echo(펄스-에코), Dual Element Transducer(이중 요소 탐촉자), Heat Treatment(열처리)

#### ABSTRACT

An experimental study was conducted to accurately measure the absolute nonlinear parameter ( $\beta$ ) of damaged solid samples in a pulse-echo setup; the results are presented in this paper. Artificially aged Al 6061 specimens were used as the damaged specimens. To improve the amplitude of the second harmonic wave received in the pulse-echo mode with a stress-free boundary to a measurable level, we developed a dual element transducer in which the transmitter and receiver were separated. To measure absolute  $\beta$ , the transfer function was determined from the calibration experiment of the receiving transducer, and diffraction and attenuation corrections were made. The results of  $\beta$  measurement were presented as a function of the aging time, and the change in  $\beta$  were found to well represent the variation in the microstructure of the material owing to the change in precipitate.

#### 1. 서 론

음향의 비선형 효과의 발생과 이를 이용하는 비선형 초음파 비파괴평가 기술은 재료의 미세 구조 특성에 민 감한 것으로 알려져 있으며, 기존의 선형 기법으로 평가 하기 어려운 열화, 소성 변형, 닫힘 균열 등과 같은 재 료의 손상 정도를 평가할 수 있는 기술로 주목받고 있 으며, 활발한 연구가 진행되고 있다<sup>(1,2)</sup>.

단일 주파수를 갖는 유한한 진폭의 탄성파가 매질 내 부를 전파할 때 재료 물성의 비선형성으로 인하여 기 본 주파수의 정수 배에 해당하는 고조파가 발생하게 되는데 이를 비선형 초음파라고 부른다. 특히, 피로, 열화, 크리프 등과 같은 재료 손상은 결정 격자의 비조화성, 전위 또는 석출 등의 미세구조 특성을 변화시켜 재료의 비선형성에 변화를 가져와 고조파의 발생에 영향을 미친다. 재료의 비선형성 또는 손상의 정량적 척도로서 기본파 주파수 성분과 2차 고조파 주파수 성분의 변위 진폭 크기로 정의되는 비선형 파라미터 β가 자주 측정되고 있다<sup>(3-6)</sup>. β 측정에는 현재 대부분 투과법이 사용되고 있으며, 이 경우 시편의 양면 이용성, 송수신 탐촉자의 정렬 등의 문제로 인하여 실제 사용이 쉽지 않

© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

<sup>\*</sup> Corresponding Author; Member, Dept. of Mechanical Engineering, Wonkwang University

E-mail : hjjeong@wku.ac.kr

 <sup>\*</sup> Dept. of Mechanical Engineering, Graduate School, Wonkwang University
 \*\* Member, SEP, NSSS System, Design, Division, Korea, Atomic Research

<sup>\*\*</sup> Member, SFR NSSS System Design Division, Korea Atomic Research Institute

Recommended by Editor Won Ju Jeon

다. 또한 많은 경우에 회절 및 감쇠를 무시하고 상대적 개념의 비선형 파라미터를 측정하므로 그 적용이 매우 제한적이다. 이러한 이유로 기존 측정에서의 제약을 없 애고 일반성과 실제 적용성을 갖춘 절대적 개념의 비 선형 파라미터 측정기술 개발이 필요하다.

펄스-에코법은 현장 적용성을 개선하는데 있어 가장 적합한 측정법이라고 할 수 있다. 하지만, 단일 요소 탐 촉자를 이용하는 펄스-에코법의 경우 다음과 같은 이유 로 제2고조파가 거의 수신되지 않는다. 제2고조파의 발 생 및 수신 과정을 살펴보면, 최초 송신 위치에서 수신 되는 제2고조파는 다음의 두 가지 성분으로 구성된다. 하나는 반사하기 전 단계에서 전파된 기본파에 의해 발 생한 제2고조파가 경계면에서 반사된 후 되돌아오는 것 이며, 다른 하나는 반사된 후 원래 위치로 되돌아오는 기본파에 의해 발생하는 제2고조파이다. 이 두 가지 제 2고조파는 반사면의 성질에 따라 상쇄 또는 보강 간섭 을 일으킨다. 응력 자유 경계의 경우 반사 계수 R=-1 에 의해 위상이 정반대가 되므로 상쇄 간섭이 일어나고 따라서 수신되는 제2고조파의 진폭은 거의 측정할 수 없을 정도로 작아진다. 또한 정확한 β값을 구하기 위 해서는 회절 및 감쇠 보정이 필수적이다. 이러한 이유로 지금까지 고체 시편의 비선형 파라미터 측정에 펄스-에 코법이 사용될 수 없었다. 이러한 문제점을 개선하기 위 해 이 연구진은 송신부와 수신부가 분리된 형태의 이중 요소 탐촉자를 개발하였으며, 이를 이용해 손상이 없는 알루미늄 시편에 대해 기존의 측정법인 투과법과의 비 교 측정을 통해 그 타당성을 검증한 바 있다<sup>(7)</sup>.

이 논문에서는 이중 요소 탐촉자를 이용하여 인공시 효한 알루미늄 시편의 절대 비선형 파라미터 β를 펼스-에코법으로 측정하고, 열처리 시간에 따른 석출물의 생 성, 진화 및 소멸에 의한 재료 미세구조 변화와의 상관 관계를 관찰하였다.

#### 2. 비선형 이론

#### 2.1 비선형 파라미터

종파의 경우 절대 비선형 파라미터 β는 1차원 평면 파동이 비선형 매질을 전파할 때 발생하는 기본파의 절 대 변위와 제2차 고조파의 절대 변위의 함수로 식(1)과 같이 정의된다<sup>(8~10)</sup>.

$$\beta = \frac{8U_2}{k^2 z U_1^2}$$
(1)

여기서 U<sub>1</sub>는 기본과 절대 변위 진폭, U<sub>2</sub>는 제2차 고조 파 절대 변위 진폭, k는 파수, z는 전파거리이다. 상대 비선형 파라미터 β'는 수신된 신호 스펙트럼의 기본주 파수 진폭 A<sub>1</sub>과 제2차고조파 주파수 진폭 A<sub>2</sub>의 함수 로 식 (2)와 같다.

$$\beta' = \frac{8A_2}{k^2 z A_1^2}$$
(2)

#### 2.2 회절 및 감쇠 보정

절대 비선형 파라미터 β는 평면파 변위 해로부터 구 해진다. 하지만 실제 파동은 빔의 회절과 매질의 감쇠 현상으로 이상적인 평면파에서 많이 벗어나게 된다. 이 에 측정된 기본파 및 제2고조파 변위에 대하여 회절과 감쇠 효과에 대한 보정이 필요하다. 비선형, 회절 및 감 쇠 효과를 모두 포함하는 Westervlet 파동 방정식 또는 KZK 방정식에 대하여 준선형 이론을 적용하면, 이전에 개발한 단일 탐촉자에 대한 기본파와 제2고조파의 변 위 해 결과를 이중 요소 탐촉자로 확장 적용할 수 있 다<sup>(11)</sup>. 지면 관계상 회절과 감쇠 보정에 대한 자세한 내 용은 생략하고 회절과 감쇠가 보정된 절대 비선형 파 라미터 β를 정의하면 식 (3)과 같다.

$$\beta = \frac{8U_2}{k^2 z U_1^2} \left[ \frac{D_1^2}{D_2} \right] \left[ \frac{M_1^2}{M_2} \right]$$
(3)

여기서  $D_1$ 과  $D_2$ 는 각각 기본파와 제2고조파의 회절 보정계수,  $M_1$ 과  $M_2$ 는 각각 기본파와 제2고조파의 감 쇠 보정 계수이다<sup>(12)</sup>.

#### 3. 열처리 시편

#### 3.1 시편 제작

열처리에 의해 재료는 미세구조가 변하고 따라서 기 계적 성질의 변화가 발생한다. 대표적인 예로서 알루 미늄 합금은 금속간 화합물의 시효석출에 의해 강화된 다. 시효석출은 퀜칭 조건, 열처리 조건(시간, 온도)에 따라 재료의 강도와 경도에 영향을 주는 것으로 알려져 있다<sup>(13,14)</sup>.

열처리를 진행하기 위해 두께 4 cm의 Al6061 시편 을 준비하였다. 열처리 과정은 Al6061에서 강도 증대를 위해 주로 사용되는 T6 열처리와 유사하게 진행하였다. Fig. 1과 같이 먼저 540 ℃에서 4시간 동안 용체화 처리 후에 2시간 동안 수냉처리 하였다. 수냉처리 후 220 ℃ 에서 시간을 달리하여 인공시효 처리하였다. 시편은 용 체화 전 1개, 용체화 후 2개, 인공시효 14개로 총 17개 를 준비하였다. 인공시효 시편의 상세 내역을 Table 1에 수록하였다.

#### 3.2 시편의 가공

비선형 파라미터 측정에 있어 시편의 표면 상태(평행 도, 표면조도 등)는 측정값에 영향을 주는 것으로 알려 져 있다<sup>(15)</sup>. 특히 펄스-에코법은 경계에서 반사된 신호 를 수신하고 이용하므로 경계면의 표면 상태가 매우 중 요하다. 표면이 거친 경우 경계면에서 초음파의 산란으 로 인해 수신 신호의 진폭이 감소하며, 따라서 β 측정 결 과에 직접적인 영향을 미친다. 정확한 측정을 위해서는 시편의 표면 조건을 최대한 동일하게 맞출 필요가 있다. 이 연구에서는 시편 준비 과정에서 윗면과 아랫면이 서 로 평행하도록 모두 기계가공을 실시하였고, 금속 연마 제로 연마하여 표면 조도를 최대한 일정하게 유지하였다.

#### 4. 비선형 파라미터 β 측정

β 측정 과정은 측정된 전기적 신호를 절대 변위로 변
 환하기 위한 수신부의 교정 측정과 제2고조파 측정의
 2단계로 구성된다.



Fig. 1 Heat treatment process

No.	Time (min)	No.	Time (min)
1	20	8	360 (6 hr)
2	40	9	480 (8 hr)
3	60 (1 hr)	10	960 (16 hr)
4	90 (1.5 hr)	11	1440 (24 hr)
5	120 (2 hr)	12	2880 (48 hr)
6	180 (3 hr)	13	5760 (96 hr)
7	240 (4 hr)	14	8640 (144 hr)

Table 1 Details of heat-treated Al6061 samples

#### 314 | Trans. Korean Soc. Noise Vib. Eng., 29(3): 312~317, 2019

#### 4.1 이중 요소 탐촉자

이 연구에서 사용한 이중 요소 탐촉자의 특징은 송 신부와 수신부가 분리된 형태로서, Fig. 2와 같이 링 요 소를 통해 송신하고 중앙의 요소를 통해 수신하게 된 다. 송신부는 고전압 인가를 위해 중심 주파수 5 MHz, 내경 0.5인치, 외경 1.1인치의 LiNbO3 압전소자를 사 용하였고, 중앙의 수신부는 광대역 상용 탐촉자로 10 MHz, 직경 0.25인치를 사용하였다. 시험 중에 탐촉자 와 시편 사이에 적절한 압력을 유지하기 위하여 3D 프 린터로 플라스틱 하우징과 뚜껑을 제작하였으며, 상부 의 뚜껑을 통하여 송·수신 요소에 압력을 가하였다.

#### 4.2 수신 탐촉자의 교정

전기적 신호를 변위로 변환하기 위해서는 수신 탐촉 자의 전달함수를 구해야 한다. 전달함수 측정법은 Jeong et al.에 의해 제안된 교정법을 이용하였다<sup>(16)</sup>. 수신 탐 촉자의 교정을 위한 실험 개략도가 Fig. 3에 나와 있다. 수신 탐촉자에 들어가는 입력 전류 신호(*I<sub>in</sub>(ω*))와 시편 내부를 전파 후 반사되어 나오는 출력 전류 신호(*I<sub>out</sub>(ω*)) 를 측정하면 식(4)와 같이 전달함수를 구할 수 있다.

$$H_{r}(\omega) = \sqrt{\frac{50 |R_{12}| |M_{1}| |D_{1}| |I_{in}|}{\rho c \omega^{2} S_{R} |I_{out}|}}$$
(4)

여기서, ω는 각주파수, ρ와 c는 각각 시편의 밀도와 속 도, R은 반사계수, S<sub>R</sub>은 수신 탐촉자의 면적이다. 수신 한 전기적 신호로부터 절대변위는 식 (5)와 같이 구할 수 있다.

$$A_{out}(\omega) = H_r(\omega) I_{out}(\omega) \tag{5}$$

수신 탐촉자의 교정에는 광대역 펄서 리시버 (Panametrics 5052 PR)를 사용하고, 전류 신호의 측정 은 1:1 전류 프로브 CT-2를 사용하였다.



Fig. 2 Schematic illustration of a dual element transducer for nonlinear parameter measurement in pulse-echo setup with stress-free boundary

#### 4.3 제2고조파의 발생 및 측정

제2고조파의 발생 및 측정 장비 구성은 Fig. 4와 같 다. 기본파와 제2고조파 성분을 효과적으로 분리하기 위하여 수십 사이클의 톤버스트 신호가 사용되며, 이 를 위하여 함수 발생기(Agilent 33250A)를 사용하였다. 고전압 인가를 위해 50 dB의 신호 증폭기(E&I 2100L) 를 사용하였다.

#### 4.4 측정 결과

Fig. 5는 열처리 시간에 따른 비선형 파라미터의 측 정 결과를 보여 준다. Fig. 5(a)는 회절 및 감쇠를 보정 하지 않은 상대 비선형 파라미터 β' 결과이며, 여기에 표시된 에러 바는 일련의 입력 전압에서 구한 β' 값의 표준편차를 나타낸다. 전 구간에 걸쳐 평균값에 대한 최대 오차는 2%를 넘지 않는다. Fig. 5(b)는 회절 및 감쇠를 보정한 절대 비선형 파라미터 β 결과이며, β' 값에 총 보정 값으로 약 6.4가 곱해져서 구해졌다. 에 러 바는 따로 표시하지 않았다. Fig. 5를 참고하면 인공



Fig. 3 Calibration measurement setups for acquiring the input and output currents



Fig. 4 Harmonic generation measurement in pulse-echo mode

시효된 Al6061 시편은 시효시간 2시간에서 β의 최대 값을 보인다. 이를 기준으로 인공시효 초기에는 시효 시간이 증가함에 따라 β값의 미소 증가와 감소 경향이 나타나며 최소값에 도달한 후 2시간에서 급격한 증가 를 보인 이후부터 다시 비교적 급격한 감소와 완만한 증가 경향을 보여주고 있다.

이러한 β의 변화 경향은 인공시효 열처리 시간에 따 른 시편 내부의 석출물의 생성, 진화 발전 및 소멸에 의 한 재료의 미세구조 변화에 기인하는 것으로 설명할 수 있다<sup>(17-19)</sup>.

열처리가 시작되면 GP(guinier-preston) zone 석출상 (Mg<sub>2</sub>Si)이 초기에 생성되는데 이러한 정합(coherence) 석출상의 생성은 알루미늄 기지와 석출물 사이의 규칙 적인 격자 구조의 변형을 일으키고 이러한 격자 구조의 변형이 시편 내부에 전파되는 초음파를 왜곡시켜 β값 을 증가시킨다. 따라서 열처리 시간의 증가에 따라 β는 증가하고 20분에서 β의 약한 피크가 발생한다.

이후 열처리가 계속되면 정합관계를 나타내면서 알 루미늄 기지와 석출물 사이의 격자의 뒤틀림에 의한 격 자 변형을 일으키던 GP zone 석출상은 안정된 석출물



Fig. 5 Nonlinear parameter measurement results of heattreated Al6061 samples as a function of heat treatment time

로 상변태하고 격자와 부정합의 관계를 나타내게 된다. 따라서 전파되는 초음파를 효과적으로 왜곡시키지 못하 게 되고 결과적으로 β는 열처리 시간 20분에서 1시간까 지 감소하게 된다.

한편 석출물의 성장은 재료 내부의 전위 발생을 지연 시키고, 열처리가 더 지속되면서 결과적으로 석출물의 수는 감소하고 크기만 성장하게 된다. 조대화된 석출물 은 전위의 증가와 이동에 기여하므로 β는 급격하게 증 가하고 2시간에서 최대값을 갖는다.

2시간 이후부터 알루미늄 기지에 용해되었던 GP zone 상은 더 미세한 β<sub>p</sub>" 상으로 대체되기 시작하고 10시간까 지 β는 비교적 급격하게 감소한다. 이후 시효가 계속 되면서 β<sub>p</sub>" 상의 밀도는 감소하고 β<sub>p</sub>' 상이 출현하기 시 작하는데 이로 인하여 β는 매우 완만하게 증가한다.

이와 같이 열처리 시간의 변화에 따른 β의 변화는 석 출물의 변화에 의한 것이다. 석출물의 미세구조 특성은 재료의 항복강도나 경도와 같은 기계적 성질에 직접적 인 영향을 미치는 것으로 알려져 있으며, 이러한 상관 관계로부터 Al6061의 시효경화 열처리 과정에서 최대 의 기계적 성질이 나타나는 열처리 시간을 β측정을 통 하여 결정할 수 있을 것으로 판단된다. 이러한 목적으 로 현재 이 연구에서 사용된 시편들의 기계적 성질 측 정과 미세구조 분석이 진행 중에 있다.

#### 5. 결 론

이 논문에서는 손상을 받은 고체 시편의 절대 비선 형 파라미터()를 펄스-에코법으로 정확하게 측정하기 위한 실험적 연구를 수행하고 그 결과를 제시하였다. 손상 시편으로서 인공시효된 Al6061시편을 사용하였 다. 먼저 응력자유경계를 갖는 펄스-에코 모드서 수신 되는 제2고조파의 진폭을 측정 가능한 수준으로 개선 하기 위하여 송·수신부가 분리된 이중 요소 탐촉자를 제작하여 사용하였다. 절대 β의 측정을 위하여 수신 탐 촉자의 교정 실험으로부터 전달함수를 구하였고, 회절 및 보정계수를 도입하였다. 시효시간에 따른 β 측정 결과를 제시하였으며, 요의 변화는 석출물의 변화에 기 인하는 재료의 미세구조 변화를 잘 대변하였다. 석출물 의 특성은 재료의 기계적 성질에 직접적인 영향을 미치 는 것으로 알려져 있으며, 이러한 β-미세구조-기계적 성 질의 상관관계로부터 Al6061의 시효경화 열처리 과정 에서 최대의 기계적 성질이 나타나는 열처리 시간을 β 측정을 통하여 결정할 수 있을 것으로 기대된다.

#### 후 기

이 논문은 한국연구재단의 지원사업에 의해 수행됨 (과제번호 2016M2A2A9A03913683, 2019R1F1A104 5480).

#### References

 Matlack, K. H., Kim, J.-Y., Jacobs, L. J. and Qu, J., 2015, Review of Second Harmonic Generation Measurement Techniques for Material State Determination in Metals, Journal of Nondestructive Evaluation, Vol. 34, No. 1, pp. 273~296.

(2) Jhang, K.-Y., 2009, Nonlinear Ultrasonic Techniques for Nondestructive Assessment of Micro Damage in Material: A Review, International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, Vol. 10, No. 1, pp. 123~ 135.

(3) Kim, C. S. and Park, I., 2008, Ultrasonic Nonlinearity Parameter Due to Precipitate and Dislocation, Journal of the Korean Society for Precision Engineering, Vol. 25, No. 7, pp. 131~138.

(4) Kim, C. S., Jhang, K.-Y. and Hyun, C. Y., 2010, Creep Characterization of Superalloy IN-738 Using Ultrasonic Nonlinearity Measurement, International Journal of Modern Physics B, Vol. 25, No. 10, pp. 1385~1392.

(5) Kim, J.-Y., Jacobs, L., Qu, J. and Littles, J., 2006, Experimental Characterization of Fatigue Damage in a Nickel-base Super alloy Using Nonlinear Ultrasonic Waves, The Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 120, No. 3, pp. 1266~1273.

(6) Cantrell, J. H. and Yost, W. T., 2000, Determination of Precipitate Nucleation and Growth Rates from Ultrasonic Harmonic Generation, Applied Physics Letters, Vol. 77, No. 13, pp. 1952~1954.

(7) Cho, S., Jeong, H. and Shin, S., 2018, Reflection Mode Nonlinear Parameter Measurements of Aluminum Alloys Using a Dual Element Transducer, Journal of the Korean Society for Nondestructive Testing, Vol. 38, No. 6, pp. 367~374.

(8) Hurley, D. C. and Fortunko, C. M., 1999, Determination of the Nonlinear Ultrasonic Parameter  $\beta$  Using a Michelson Interferometer, Meas. Sci. Technol., Vol. 8, No. 6, pp. 634~642.

(9) Jeong, H., Nahm, S.-H., Jhang, K.-Y. and Nam,

Y.-H., 2003, A Nondestructive Method for Estimation of the Fracture Toughness of CrMoV Rotor Steel Based on Ultrasonic Nonlinearity, Ultrasonics, Vol. 41, No. 7, pp. 543~549.

(10) Barnard, D., Dace, G. E. and Buck, O., 1997, Acoustic Harmonic Generation Due to Thermal Embrittlement of Inconel 718, Journal of Nondestructive Evaluation, Vol. 16, No. 2, pp. 67~75.

(11) Jeong, H., Zhang, S., Barnard, D. and Li, X., 2015, Significance of Accurate Diffraction Corrections for the Second Harmonic Wave in Determining the Acoustic Nonlinearity Parameter, AIP Advances, Vol. 5, No. 9, p. 097179.

(12) Jeong, H., Zhang, S., Barnard, D. and Li, X., 2016, A Novel and Practical Approach for Determination of the Acoustic Nonlinearity Parameter Using a Pulseecho Method, Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation, Vol. 1706, p. 060006.

(13) Ozturk, F., Sisman, A., Toros, S., Kilic, S. and Picu, R. C., 2010, Influence of Aging Treatment on Mechanical Properties of 6061 Aluminum Alloy, Materials and Design, Vol. 31, No. 2, pp. 972–975.

(14) Mrówka-Nowotnik, G., 2010, Influence of Chemical Composition Variation and Heat Treatment on Microstructure and Mechanical Properties of 6xxx Alloys, Arch. Mater. Sci. Eng., Vol. 46, No. 2, pp. 98~107.

(15) Chakrapani, S. K., Howard, A. and Barnard, D., 2018, Influence of Surface Roughness on the Measurement of Acoustic Nonlinearity Parameter of Solids Using Contact Piezoelectric Transducers, Ultrasonics, Vol. 84, pp. 112~118.

(16) Jeong, H., Barnard, D., Cho, S., Zhang, S. and Li, X., 2017, Receiver Calibration and the Nonlinearity Parameter Measurement of Thick Solid Samples with Diffraction and Attenuation Corrections, Ultrasonics, Vol. 81, pp. 147~157.

(17) Edwards, G. A., Stiller, K., Dunlop, G. L. and Couper, M. J., 1998, The Precipitation Sequence in Al-Mg-Si Alloys, Acta Mater., Vol. 46, No. 11, pp. 3893~ 3904.

(18) Buha, J., Lumley, R. N., Crosky, A. G. and Hono, K., 2007, Secondary Precipitation in an Al-Mg-Si-Cu Alloy, Acta Mater., Vol. 55, No. 9, pp. 3015~3024.

(19) Kim, J., Lee, K., Jhang, K.-Y. and Kim, C., 2014, Evaluation of Ultrasonic Nonlinear Characteristics

in Artificially Aged Al6061-T6, Journal of the Korean Society for Nondestructive Testing, Vol. 34, No. 3, pp. 220~225.



Sungjong Cho received the MS degree in mechanical engineering from Wonkwang University, Korea. He has been a PhD student at Wonkwang University since 2016. His current research includes sensor design, signal processing and nonlinear evalua-

tion of damaged materials.



Hyunjo Jeong received his PhD degree in engineering mechanics from Iowa State University, USA in 1990. He has been a professor of Mechanical Engineering at Wonkwang University since March 2000. His current research interests include non-

linear characterization of material properties, time reversal signal processing and ultrasonic NDE.



**Hyojeong Shin** received the BS degree in mechanical engineering from Wonkwang University, Korea in 2018. Currently she is a MS student at Wonkwang University. Her research is focused on ultrasonic transducer design for nondestructive evaluation.



Young Sang Joo received the Ph.D degree in mechanical engineering from KAIST in 1998. He works as a principal researcher at SFR NSSS System Design Division in Korea Atomic Energy Research Institute. He has worked on the projects using

ultrasonic methods applied to NDE. His research is mainly focused on the under-sodium viewing technique using ultrasonic waveguide sensor and the in-service inspection of reactor vessel and steam generator tubes of sodium-cooled fast reactor.

# 차량용 파워 시트 슬라이드 장치 음질의 감성 평가

## Sensory Evaluation of Sound Quality for Vehicle Power Seat Slide Adjuster

## 김 성 육<sup>\*</sup>·오 종 석<sup>\*</sup>·김 기 선<sup>†</sup>

Sung-Yuk Kim\*, Jong-Seok  $\mathrm{Oh}^*$  and Key-Sun  $\mathrm{Kim}^\dagger$ 

(Received January 15, 2019 ; Revised April 8, 2019 ; Accepted April 8, 2019)

Key Words : Sensory Evaluation(감성평가), Sound Quality(음질), Slide Adjuster(슬라이드), Factor Analysis(요인 분석)

#### ABSTRACT

In this study, we analyzed the image characteristics of vehicle type and the operating sound quality by jury testing the operating noise of the power seat slide adjuster for the vehicle. First, the operating noise for five test power seats was measured and adjectives for subjective sound quality evaluation were extracted through questionnaires. Next, the images according to vehicle type were examined using the extracted adjectives. Third, a subjective evaluation of sound quality was performed using a loud speaker. At this time, the sound quality and the sound image of the operating noise were extracted by examining the preference, adjective score using the semantic differential, and vehicle matching the sound source. Thus, it was possible to suggest sound quality characteristics of slide operating noise and improvements in sound quality according to vehicle type.

#### 1. 서 론

자동차 산업은 최근 감성품질에 대한 소비자의 요 구사항에 부응하기 위해 기술적 요소와 감성을 연계 한 연구가 활발히 진행되고 있다<sup>(1-3)</sup>. 이로 인해 차량 의 실내 소음은 탑승자가 자동차의 품질을 결정하는데 중요한 요소로 작용하고 있으며, 이에 대한 노력의 결 과로 최근 파워트레인, 구동계, 노면 등으로부터 유입 되는 외부 기인 소음에 대해 소음 저감 및 브랜드와 차종의 이미지를 반영한 배기 소음 구현 등 감성 품 질 측면에서 상당부분 개선되어왔다<sup>(4-7)</sup>. 그러나 외부 기인 소음의 개선으로 인해 실내 정숙성과 감성 품질 이 향상됨으로써 기존에 이슈가 되지 않았던 파워 윈 도우, 파노라마 선루프, 파워 시트 등과 같은 인테리 어 파트의 메커니즘 소음이 상대적으로 증가함으로써 새로운 실내 소음 문제가 부각되고 있다.

이와 같은 메커니즘 소음은 탑승자와 매우 근접한 거리에서 발생하기 때문에 소음의 수준이 낮더라도 인 간의 감성에 매우 민감하게 작용하게 된다. 뿐만 아니 라 자동차 브랜드 및 차종에 따라 가지고 있는 고유 한 개성과 이미지도 감성 영역에 상당한 영향을 미치 게 된다. 따라서 물리적 음압 수준의 저감뿐만 아니라 탑승자의 심리적 영향을 반영한 소음의 질적 수준을 높일 수 있는 음질 개선이 필요한 실정이다<sup>(&-10)</sup>. 그 중 파워 시트의 경우, 최근 편의성과 안락성을 충족시

<sup>\*</sup> Corresponding Authors; Member, Division of Mechanical and Automotive Engineering, Kongju National University E-mail: keysun@kongju.ac.kr

Member, Department of Mechanical Engineering, Graduate School, Kongju National University

Recommended by Editor Jun Hong Park

<sup>©</sup> The Korean Society for Noise and Vibration Engineering
키기 위한 고감성 시트의 개발로 인해 다양한 편의 기능들이 좁은 공간에 장착되고 있으며, 심지어 소형 차종에도 파워 시트가 적용되고 있다<sup>(11)</sup>. 이로 인해 차 량 실내에서 인체와 가장 밀접하게 접촉되는 시트는 구동 메커니즘의 작동 소음에 매우 취약한 구조를 가 지게 되었으며, 이에 대한 개선이 상당부분 필요로 하게 되었다. 그 중 슬라이드는 시트의 전후 위치를 조절하는 장치로, 작동 범위가 넓고 대칭을 이루는 양 방향 레일 구동 메커니즘의 조합으로 인해 구동 소음 의 음질 측면에서 취약한 구조를 가지고 있다.

슬라이드의 구동 메커니즘은 우선 소형 DC 모터에 의해 작동하고 동력을 전달하는 축과 기어. 그리고 직 접적으로 움직이는 레일 파트로 나눠지며 이들은 모두 소음원으로 작용하게 된다. DC 모터의 경우 브러쉬-정 류자의 마찰 소음과 영구자석-코일 슬롯에 의한 토크 리플 소음이 발생하며, 감속기어에서는 기어 맞물림 주 파수가 소음으로 발생한다<sup>(12)</sup>. 그 외 리드 스크류와 레일 의 공진에 의한 소음 증폭, 축 정렬 불량 및 베어링 결 함 등과 같은 소음이 발생하기도 한다. 이와 관련된 연구 로, 과거 1995년 Cerrato et al.<sup>(13)</sup>은 슬라이드의 작동 소 음에 대한 음질 평가를 실시하였으며, 1997년 Pickering et al.<sup>(14)</sup>은 lead screw와 drive block 사이에서 발생하는 squeal noise에 대한 원인을 분석하였다. 2010년 Kang et al.<sup>(15)</sup>은 슬라이드의 lead screw system에서 발생하는 squeak noise에 대해 연속체 모델을 사용하여 lead screw - nut 마찰 소음 모델을 구축하였다. 2016년 Kim et al.<sup>(2)</sup> 은 슬라이드 레일의 동특성을 파악하여 200 Hz ~ 300 Hz 영역에서 발생하는 구조 공진에 의한 소음 증폭을 실험 을 통해 규명하였다. 이와 더불어 2018년에는 lead screw 의 동특성에 의한 슬라이드 작동 소음의 영향을 실험 과 수치해석을 통해 도출하였다<sup>(16)</sup>. 이와 같이 과거부터 현재까지 슬라이드 작동 소음에 대한 연구는 주로 소 음원에 대한 규명과 저감 대책을 위주로 진행되었다. 그러나 음질에 대한 연구의 경우, 주관평가를 이용한 단순 음질 선호도를 조사하거나 회귀 모델을 구축하는 것에 그침으로써 차종에 대한 이미지는 전혀 반영되지 못한 실정이다.

따라서 이 연구에서는 차량용 파워 시트 슬라이드 의 작동 소음에 대한 주관적 평가를 통해 차종의 이미 지와 작동음질 특성을 분석함으로써 차종에 따른 작 동 음질의 개선 방향을 제시하였다. 우선 파워 시트 5종 에 대한 작동 소음을 측정하였으며, 주관적 음질 평가 를 위한 어휘 설문 조사를 통해 형용사를 추출하였다. 다음으로 추출된 어휘를 이용하여 차종에 따른 이미 지를 조사하였다. 세 번째로 주관적 음질 평가는 스 피커를 이용하였으며, 이때 작동음의 선호도, 의미 분 별법(semantic differential method)<sup>(17)</sup>을 이용한 형용 사 어휘 점수, 그리고 음원과 어울리는 차종을 조사함 으로써 작동음에 대한 음질 특성과 음의 이미지를 추 출하였다. 이를 통해 슬라이드 작동 소음의 음질 특성 과 차종에 따른 음질 개선 방향을 제시할 수 있었다.

### 2. 연구 방법

### 2.1 슬라이드 장치 메커니즘 및 작동 시험방법

파워 시트 슬라이드는 Fig. 1과 같이 DC 모터로 작동하며, 플렉시블 샤프트(flexible shaft)를 통해 웜 (worm)과 웜 휠(worm wheel)로 구동력을 전달한다. 웜 과 웜 휠은 기어박스(gearbox)의 내부에 맞물려 있으 며, 기어박스는 어퍼 레일(upper rail)에 결합되어 있다. 웜 휠의 나사산은 리드 스크류(lead screw)와 맞물린 상태에서 웜 휠이 회전을 할 경우, 기어박스와 어퍼 레 일이 함께 직선운동을 하게 된다. 리드 스크류에 작용 하는 힘은 추력(thrust), 접선력(tangential force), 반경 방향 힘(radial force)이 있으며, 이것은 모두 모터의 토크에 의해 발생한다. 이 외에 시트 무게와 사람의 하 중에 의해 가해지는 힘은 시트 레일에 전달된다. 즉, 리드 스크류는 모터의 토크에 의해 전달되는 힘의 영 향만을 받게 되는 구조이다<sup>(16)</sup>.

Fig. 2는 작동 시험을 진행했던 반무향실을 나타낸 것이다. 반무향실의 환경조건은 온도 약 23 ℃±2 ℃, 습도 약 40 %±10 %, 암소음 약 25 dB를 유지하였다. 소음 측정 및 분석은 head acoustics Artemis system 을 이용하였으며, PCB Piezotronics사의 1/2인치 마 이크로폰(microphone)으로 소음을 녹음하였다. Fig. 3 은 이 연구에서 사용되었던 파워 시트 5종과 작동 시 험방법을 나타낸 것이다<sup>(18)</sup>. 우선 마이크로폰의 위치는 좌석 기준점(seat reference point; SRP)으로부터 상단 700 mm에 설치하였으며, 시트 쿠션에 더미 웨이트 (dummy weight) 75 kg을 이용하여 하중 조건을 부가 하였다. 마지막으로 파워 시트의 작동 모드는 cw와 ccw로 총 2가지로 진행하였으며, cw는 최후방에서 최 전방으로의 움직임, ccw의 경우 cw와 반대로 움직이 는 모드로 하였다.



Fig. 1 Driving mechanism of the slide adjuster



Fig. 2 Test environment

### 2.2 주관적 음질 평가 방법

이 연구에서는 자동차 시트의 슬라이드 작동 소음에 대한 주관적 음질 평가 및 분석을 위해 다음과 같은 절차로 진행되었다.

첫 번째로 청음 평가에 사용될 감성 형용사 어휘는 이 연구진의 기존 연구<sup>(18)</sup>에서 추출되었던 형용사 쌍 들을 채택하였으며, Table 1에 나타내었다.

두 번째로 시트 슬라이드 작동 음질의 개선 목표 방향을 구축하기 위해 차종별 이미지 조사를 진행하였 다. 이는 차종의 이미지에 부합하는 음질 구현 또한 중요한 감성 요소로 작용하기 때문에 차종에 부합하 는 이미지를 조사함으로써 음질 개선의 목표 방향을 명확히 구축할 수 있다. 차종별 이미지 조사는 어휘 선 정에서 추출된 형용사들을 이용하였으며, 조사 대상 은 20대~30대 남녀 97명을 대상으로 진행되었다. 차종에 대한 항목은 세단, SUV, 쿠페로 선정하였으 며, 다중 응답 방식을 채택함으로써 차종에 부합하는 형용사들을 모두 선택하도록 하였다.

세 번째로 의미 분별법을 이용한 청음 평가를 진행 하였으며, 우선 정상 청력을 가진 20대~30대 남녀 47 명을 피시험자로 선출하였다. 다음으로 작동 소음 재 생 방식은 Fig. 4와 같이 라우드 스피커(loud-speaker) 를 이용한 모노 재생(monophonic reproduction)을 채 택하였다. 모노 재생 방법은 스피커의 잡음을 포함한 기계적인 문제, 그리고 음색 변화를 스테레오 재생에 비해 정확히 표현하는 장점을 가진다<sup>(18,19)</sup>. 뿐만 아니 라 주변 환경에 의한 영향을 적게 받으면서 좋은 재현 성을 가지기 때문에 이 연구의 주관적 음질 평가 목적 에 가장 알맞은 재생 방식이라고 판단하였다.

네 번째로 라우드 스피커의 주파수 응답 보정, 청음 평가 절차 및 유의사항은 이 연구진의 기존 연구 문헌을





Fig. 3 Test method and samples





Fig. 4 Subjective evaluation using loud-speaker

기초로 동일하게 진행되었다<sup>(18)</sup>. 다섯 번째로, Table 1 의 형용사 쌍들을 이용한 의미 분별법의 7점 척도 설 문지와 10점 척도의 음질 선호도 설문지를 제작하였 다. 음질 선호도의 경우 전체 음질에 대한 점수 및 순 위를 나타내며, 형용사 점수의 결과를 설명해주는 역 할을 하게 된다. 이와 더불어 각각의 음원을 청취한 피험자들에게 음원과 어울리는 차종을 자유롭게 기재 하도록 항목을 추가하였으며, 이를 통해 작동음의 이 미지를 유추할 수 있도록 하였다.

마지막으로 청음 평가에서 수집된 평가 점수는 식(1)

Table 1 Selected emotional adjective pairs

No.	Adjective pairs	No.	Adjective pairs
1	Buzzing-rumbling	7	Expensive-cheap
2	Monotonous-fluctuating	8	Strong-weak
3	Deep-high	9	Soft-rough
4	Quiet-loud	10	Smooth-sharp
5	Slow-fast	11	Comfortable-uncomfortable
6	Heavy-light	12	Stable-unstable

과 식(2)의 정규화 과정을 통해 피험자들 간의 평가 편 차 및 평가 기준을 제거하였으며, 식(3)의 표준화를 거 침으로써 표준 점수를 획득할 수 있었다<sup>(18,19)</sup>. 여기서 *i*는 피험자, *j*는 음원, *k*는 평가 항목(형용사 쌍, 선호 도), *x*는 평가점수, *μ*는 평가치 평균, *J*는 피험자 수, *X'* 은 범위 보정된 평가 점수, *μ*는 표준 편차를 의미한다.

$$d_i = \left(\sum_{j=1}^i (x_{ijk} - \mu_k)\right) / J \tag{1}$$

$$X_{ijk}^{'} = x_{ijk} - d_i \tag{2}$$

$$Z_{ijk} = (X_{ijk} - \mu_k) / \sigma_k \tag{3}$$

### 3. 결과 및 분석

### 3.1 분산 분석

청음 평가에서 형용사 쌍들과 선호도에 대한 평가 가 음원별로 유의한 차이가 있는지를 판단하기 위해 서는 분산 분석(analysis of variance; ANOVA)을 수 행할 필요가 있다. 우선 형용사 쌍들에 대한 정규성 검정을 실시하여 정규분포 가정을 검정하였다. 그 결 과, rumbling-buzzing, monotonous-fluctuating, deephigh, expensive-cheap 항목에서 정규성을 만족하지 못하였다. 따라서, 비모수 검정을 통해 분석을 진행하 였다. 우선 크러스칼-월리스 검정(Kruskal-Wallis test) 를 이용하였으며, 그 결과 음원별 모든 평가 항목에서 유의한 차이가 있음을 확인하였다. 이를 근거로 좀 더 명확한 분석을 위해, 음원별 평가항목 평균값을 Fig. 5의 그래프로 작성하여 분석하였다. 우선 A cw와 A ccw의 경우 strong-weak, heavy-light, rumblingbuzzing 항목을 제외한 나머지 항목에서 모두 (-) 점 수에 집중되어 있었다. 이는 다른 음원에 비해 비교적 긍정적인 형용사가 높은 점수를 가짐으로써 우수한 음 질임을 유추할 수 있었다.

C\_cw와 B\_cw의 경우 -0.5점~0점 사이에 위치하 고 있었으며, E\_ccw는 -0.5점~+0.5점 사이에 위치 함으로써 평균 점수와 가장 근접한 음원들임을 알 수 있었다. C\_ccw는 rough, strong, heavy, loud, deep,



Fig. 5 Mean score of jury testing

rumbling에 대한 점수가 비교적 높게 나타났으며, 이 는 역동적인 느낌이 가장 강하게 나타남을 유추할 수 있었다.

B\_ccw, D\_cw, D\_ccw, E\_cw는 주로 (+) 점수에 집 중되어 있었으며, 특히 D\_ccw와 E\_cw는 대부분의 어 휘에서 높은 (+) 점수를 보임으로써 가장 부정적인 느 낌을 가진 음질임을 알 수 있었다.

다음으로 선호도 점수에 대한 분산 분석을 수행하 였다. 위와 마찬가지로 정규성 검정과 분산의 동질성 검정을 실시하였으며, 그 결과 정규분포와 등분산 가 정이 만족함으로써 분산 분석이 가능한 표본임을 확인 하였다. 그리고 Table 2의 분산 분석 결과를 통해 모 든 음원에 대한 선호도 점수의 유의한 차이가 있음을 확인하였다.

마지막으로 던컨의 다중 검정(Duncan's multiple range test)을 이용한 사후 검정을 통해 음원들의 선호 도 점수에 대한 등급화 및 등급의 유효 점수 범위를 확인하였으며, Table 3에 나타내었다. 우선 가장 우수 한 음질 선호도인 A 등급에 속하는 음원은 A\_ccw와

Table 2 ANOVA of preference score

	Sum of squares	df	Mean square	F	Sig.
Between groups	170.006	9	18.890	29.061	0.000
Within groups	298.994	460	0.650	-	-
Total	469.000	469	-	-	-

Table 3 Homogeneous subsets of preference score

	Sound	Subset for $alpha = 0.05$			Crada	N	
	source	1	2	3	Grade	IN	
	A_ccw	1.14			(A)	47	
	A_cw	1.05			(A)	47	
	C_cw		0.15		(B)	47	
	B_cw		0.02		(B)	47	
	E_ccw		0.00		(B)	47	
Duncan	C_ccw			-0.32	(C)	47	
	B_ccw			-0.42	(C)	47	
	D_cw			-0.49	(C)	47	
	E_cw			-0.55	(C)	47	
	D_ccw			-0.58	(C)	47	
	Sig.	0.17	0.42	0.59			

A\_cw로 나타났으며, C\_cw, B\_cw, E\_ccw가 B 등급, C\_ccw, B\_ccw, D\_cw, E\_cw, D\_ccw가 C 등급으로 분류되었다. 특히 D차종의 경우 cw와 ccw 모두 C등 급으로 분류됨으로써 가장 불량한 음질로 판단되었다.

#### 3.2 차종 이미지를 반영한 요인 분석

Fig. 6은 차종별 이미지 조사 결과에 대한 정규화 과정을 거친 데이터를 교차 분석한 결과이다. 세단의 경우 quiet, expensive, soft, comfortable, stable, SUV 는 heavy와 strong, 쿠페는 fast 항목에서 모두 80% 이상의 채택률을 보였다. 즉, 세단은 고급스러운 이미 지, SUV는 역동적인 이미지, 쿠페는 스피디한 이미지 임을 알 수 있었으며, 이를 통해 각 차종의 시트에 대 한 작동 음질의 추구 방향을 제시할 수 있었다.

다음으로 Fig. 7과 Fig. 8은 주관평가 결과 중 [음원 과 어울리는 차종]을 형식없이 자유롭게 작성했던 것 으로, 총 470개의 설문 항목 중 결측값 15개를 제외 한 455개의 응답을 일괄적으로 정리하여 교차 분석한 결과이다. 우선 Fig. 7을 살펴보면, 모든 시험 차종들 이 세단과 어울리는 작동음임을 알 수 있었으며, 특히 대형 SUV인 D 차종의 경우 정답률 약 16%로 중형 세단(B, C 차종)의 정답률보다도 낮음을 알 수 있었 다. 즉, 시험에 사용된 시트들은 차종에 관련 없이 모 두 세단의 이미지만을 반영한 작동음을 가지고 있는 것으로 판단되었다. 좀 더 세분화된 결과를 확인하기 위해 Fig. 8의 그래프에서 살펴보면, 대형 세단 (A, E 차종)의 경우 대형 세단 채택률 30%, 중형 세단 (B, C



Fig. 6 Cross tabulation analysis for car image

타났으며, 이는 대형 세단과 중형 세단의 작동음이 차 종의 이미지가 잘 부합하는 것으로 파악되었다. 그 러나 대형 SUV(D 차종)의 경우 소형/중형/대형 세단 의 채택률이 27 %, 23 %, 13 %였으며, 소형/중형/대형 SUV가 각각 4 %, 2 %, 1 %의 채택률을 보였다. 즉, SUV에 대한 이미지가 전혀 반영되지 못한 작동음임을 알 수 있었다.

마지막으로 차량 이미지를 반영한 요인 분석을 위 해, Fig. 6에서 80% 이상의 채택률을 보인 형용사 항 목이 포함된 형용사 쌍의 주관점수를 변수로 채택하 였다. Table 4는 요인 분석과 신뢰도 분석에 대한 결 과를 나타낸 것으로, KMO와 Bartlett검정, Cronbach 알파 계수를 통해 요인 분석의 타당성과 신뢰도를 확 보하였다. 그 결과, 세단의 이미지를 나타내었던 항목 들과 SUV에 대한 항목들이 각각의 요인으로 축소되 는 것을 확인할 수 있었으며, 추출된 요인들을 각각



Fig. 7 Vehicle type that match sound sources 1



Fig. 8 Vehicle type that match sound sources 2

Factor	Adjactiva pair	Rotated c	Cronbach's		
name	Adjective pair	1	2	alpha	
	Comfortable- uncomfortable	0.899	0.185		
Factor 1	Soft-rough	0.885	-0.062		
(comfort)	Stable-unstable	0.856	0.241	0.928	
	Quiet-loud	0.855	0.134		
	Expensive-cheap	0.830	0.342		
	Heavy-light	0.105	0.893	0.745	
Factor 2	Strong-weak	0.177	0.860	0.745	
(dynamic)	Total	4.172	1.383		
	% of variance	59.596	19.758	-	
Ka	aiser-Meyer-Olkin sampling ade	n measure o quacy	0.854		
		Approx. c	hi-square	2212.326	
Bartlett's t	est of sphericity	d	21		
		Si	0.000		

Table 4 Factor analysis and reliability statistics results



comfort와 dynamic으로 명명하였다. 다음으로 추출된 요인 점수를 Fig. 9의 의미공간상에서 확인해보면, comfort축에서 (-) 방향으로 갈수록 음질의 선호도가 증가함을 Table 3과의 비교를 통해 파악할 수 있었다. 그러나 dynamic축의 경우, 전체 음질 선호도에 대한 영향은 상대적으로 미비하였으나 차종의 이미지 특성 이 잘 반영되었음을 알 수 있었다. 즉, 대형 SUV인 D 차종에 대한 역동성이 세단 차종인 A, B, C 차종보다 상대적으로 부족한 것으로 확인되었다. 이는 SUV의 이미지가 충분히 고려되지 못한 음질로 파악되었으며, 주관 평가의 음원과 어울리는 차종에서 도출된 결과 와 일치함을 알 수 있었다. 결론적으로, 세단과 SUV 의 시트 슬라이드 작동음에 대한 음질 개선 방향을 명 확하게 제시할 수 있었다.

#### 4. 결 론

이 연구에서는 차종별 감성 인자를 고려한 차량용 파워 시트 슬라이드 장치의 작동 음질에 대한 분석을 실시하였으며 다음과 같은 결론을 도출할 수 있었다.

(1) 주관적 음질 평가 결과에 대한 분산 분석을 통 해 차종별 시트의 형용사 점수와 선호도 점수 간의 선형성을 확인할 수 있었다. 그리고 사후 분석을 통 해 선호도 점수에 대한 등급화 및 등급별 점수 유효 범위를 도출함으로써 슬라이드 작동음의 선호도를 정 량화할 수 있었다.

(2) 차종에 대한 이미지 조사를 통해 세단은 고급 스러운 이미지, SUV는 역동적인 이미지, 쿠페는 스피 디한 이미지임을 알 수 있었다. 이는 단순히 슬라이드 작동 소음의 음질 개선뿐만 아니라 차종의 이미지에 부합하는 음질 구현의 기초자료로써 활용할 수 있을 것으로 사료된다.

(3) 차종의 이미지와 차종별 슬라이드 작동 음원과 어울리는 차종을 조사한 결과, SUV 차종의 슬라이드 작동음은 SUV의 이미지를 반영하지 못한 결과를 확 인할 수 있었다. 이는 SUV의 역동적인 이미지가 고 려되지 못하고 세단의 이미지만 반영된 작동 음질이 차종에 관련 없이 발생되고 있음을 알 수 있었다. 따 라서 차종별 정체성이 반영될 수 있는 작동음의 구현 이 필요할 것으로 사료된다.

(4) 주관적 음질 평가 결과와 차종의 이미지를 고 려한 요인 분석을 통해 comfort와 dynamic이라는 2 가지 요인들로 묶여졌다. 이에 대한 요인점수를 의미 공간상에서 분석한 결과, comfort 요인은 음질 선호도, dynamic 요인은 차종의 역동적 이미지에 대해 서로 선형적인 특성이 나타남을 알 수 있었다. 이로써 슬 라이드 작동음에 대한 음질 추구 방향을 2차원적으로 제시할 수 있었다.

(5) 추후 슬라이드 작동 소음에 대한 객관적 분석을 통해 고급감과 역동성에 미치는 소음원을 분석할 예 정이며, 이를 통해 차종별 메커니즘 개선 방향을 도출 할 수 있을 것으로 사료된다.

### 후 기

이 논문은 2019년도 정부(교육부)의 재원으로 한국 연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(NRF -2017R1D1A1B03033881).

#### References

(1) Kim, S. Y., Jeon, O. H. and Kim, K. S., 2017, A Study on the Abnormal Noise Characteristics for Moving Device of Automotive Power Seat, Information: An International Interdisciplinary Journal, Vol. 20, No. 5(B), pp. 3667~3674.

(2) Kim, S. Y., Jeon, O. H. and Kim, K. S., 2016, A Study on the Experimental Analysis of Noise from Vehicle Power Seat Slide Rail, International Journal of Control and Automation, Vol. 9, No. 3, pp. 133~142.

(3) Kim, S. Y. and Kim, K. S., 2018, A Study on Radiation Noise of Vehicle Power Seat Recliner Using Finite Element Analysis, Journal of the Korean Society of Manufacturing Process Engineers, Vol. 17, No. 1, pp. 101~107.

(4) Shin, S. H., Cheong, C. U., Kim, D. W. and Jung, S. S., 2010, Evaluation of BSR Noise Properties of Instrument Panel in a Vehicle, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 20, No. 7, pp. 644~650.

(5) Kim, S. H., Park, D. C., Jo, H. H., Sung, W. C. and Kang, Y. J., 2014, The Development and Application of Sound Quality Index for the Improving Luxury Sound Quality of Road Vehicle Power Window System, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 24, No. 2, pp. 108~116.

(6) Kang, H. S., Lee, S. K., Shin, T. J., Jung, K. W. and Park, D. C., 2015, Study Concerning Preference for Noise Quality of Automotive Horn for Improvement of Perceived Quality and Improvement of New Noise Metric, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 25, No. 3, pp. 141~149.

(7) Jung, I. S., Kim, H. K., Shin, D. H., Lim, H. G. and Kim, S. H., 2015, A Study on Sound Quality of

Exhaust Tail-pipe Noise of Vehicle, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 25, No. 2, pp. 90~100.

(8) Naoki, S. and Yasuo, M., 1999, Study on Exterior Idling Sound Quality Evaluation Method for Diesel Engine Trucks, SAE Technical Paper 1999-01-1739.

(9) Blommer, M., Amman, S., Gu, P., Tsou, P., Dawson, V. and Vandenbrink, K., 2003, Sound Quality Aspects of Impact Harshness for Light Trucks and SUVs, SAE Technical Paper 2003-01-1501.

(10) Park, S. G., Lee, H. J., Sim, H. J., Lee, Y. Y. and Oh, J. E., 2006, Construction and Comparison of Sound Quality Index for the Vehicle HVAC System Using Regression Model and Neural Network Model, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 16, No. 9, pp. 897~903.

(11) Kim, S. Y., Lee, J. B. and Kim, K. S., 2017, A Study on the Dynamic Analysis of Recliner Gear for Vehicle Power Seats, Journal of the Korean Society of Manufacturing Process Engineers, Vol. 16, No. 6, pp. 15~ 20.

(12) Kim, S. Y. and Kim, K. S., 2018, Analysis of Operating Noise Characteristics and Contribution for Automotive Seat Backrest Adjuster, International Journal of Engineering & Technology, Vol. 7, No. 2.33, pp. 336~341.

(13) Cerrato, G., Crewe, A. and Terech, J., 1995, Sound Quality Assessment of Powered Seat Adjusters, SAE Technical Paper 951288, doi: 10.4271/951288.

(14) Pickering, D. J. and Rachel, T. L., 1997, Intermittent Modal Vibration and Squeal Sounds Found in Electric Motor-operated Seat Adjusters, SAE Technical Paper 972060, doi: 10.4271/972060.

(15) Kang, J. Y. and Kim, K. S., 2010, Squeak Noise in Lead Screw Systems: Self-excited Vibration of Continuous Model, Journal of Sound and Vibration, Vol. 329, No. 17, pp. 3587~3595.

(16) Kim, S. Y. and Kim, K. S., 2018, Dynamic and Noise Characteristics of Lead Screw in Vehicle Power Seat Adjuster, Engineering Design Applications, Vol. 92, pp. 43~54.

(17) Park, H. K. and Kim, J. T., 1998, Evaluation of Door Closing Sound by Using Semantic Difference Method, Transactions of the Korean Society of Automotive Engineers, Vol. 6, No. 2, pp. 67~79. (18) Kim, S. Y., Jang, J. G., Ji, H. S., Kim, O. W. and Kim, K. S., 2019, A Study on the Emotional Adjective Extraction and Subjective Evaluation of Sound Quality for Vehicle Power Seat, Journal of the Korean Society of Manufacturing Process Engineers, Vol. 18, No. 2, pp. 29~37.

(19) Shin, S.-H., Ih, J.-G., Jeong, H. and Yu, D.-G., 2000, On the Correlation between Subjective Test and Loudness Measurement of the Loudspeaker, The Journal of the Acoustical Society of Korea, Vol. 19, No. 7, pp. 66~76.



**Key-Sun Kim** received his Ph. D. degree in the Department of mechanical engineering from Inha University. His research interests include machinery and automotive manufacturing process.



Sung-Yuk Kim is a Ph.D. Candidate in Department of mechanical engineering from Kongju National University. His research interests include noise, vibration and sound quality.

# Development of Structural Displacement Finite Element Codes Based on Physical Coordinates and High Performance Computing Methods Including PARDISO, PCG, GMRES and MATLAB or OCTAVE Intrinsic Operator '\' 물리적 좌표기반 구조 변위해석 유한요소 코드 및 PARDISO, PCG, GMRES와 MATLAB 또는 OCTAVE 연산자 '\' 를 포함하는 여러 고성능 계산기법 개발

# Seok-Tae Park<sup>†</sup> 박 석 태<sup>†</sup>

(Received February 14, 2019 ; Revised April 23, 2019 ; Accepted April 23, 2019)

Key Words : Analytical Integration(해석적 적분), CG(Conjugate Gradient, 켤레 기울기법), Direct Solver(직접 해법), GMRES(Generalized Minimal RESidual, 일반화된 최소 잔차법), FGMRES(Flexible Generalized Minimal RESidual, 유연한 일반화된 최소 잔차법), Iterative Solver(반복 해법), Kirchhoff-Love Plate(키르히호프-러브 평판), Krylov Subspace Method(크릴로프 부 공간 법), MATLAB or OCTAVE Intrinsic Operator '\'(매트랩 또는 옥타브 내재 연산자 '\'), MGMRES(Multiple(Restarted) Generalized Minimal RESidual, 다중 일반화된 최소잔차법), Mindlin-Reissner Plate(민들린-라이즈너 평판), PARDISO(PARallel DIrect Sparse sOlver, 병렬 직접 희박 해법), PCG(Preconditioned Conjugate Gradient, 선조건 적용 켤레 기울기법), Physical Coordinates Based FEM(물리적 좌표기반 유한요소법), Sparse Matrix Solver(희박행렬 해법)

### ABSTRACT

This paper presents physical coordinate-based 3-node triangular, 4-node rectangular, and 4-node quadrilateral FE codes on the Kirchhoff thin plate theory. Isoparametric 4-node quadrilateral and 4-node plate shell FE codes based on natural coordinates are also presented. The calculation time needed to solve a system equation was compared using direct, iterative, and full matrix and sparse matrix solvers including Gauss elimination method, CG, DGESV, DSGESV, SOR, PCG, GMRES, FGMRES, MGMRES, PARDISO, etc. The full matrix and the sparse matrix were applied to compare the computing time of the system equation using OCTAVE or the MATLAB intrinsic operator '\'. The computation times for PCG methods using four types of preconditioners were also compared. The computation time of the finite element method is compared with that of the PCG method after processing the system matrix with the full matrix and sparse matrix forms. We showed that PARDISO and sparse MATLAB or OCTAVE operator '\' could be useful and effective methods for conducting large-scale finite element analyses using personal computers.

\* Corresponding Author; Member, Dept. of Academic Affairs, Chungbuk Health and Science University E-mail: stpark@chsu.ac.kr

- # A part of this paper was presented at the KSNVE 2019 Annual Spring Conference.
- Recommended by Editor Won Ju Jeon
- © The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

### 요 약

이 논문에서는 키르히호프 평판 이론에 기초하여 물리적 좌표기반 3절점 삼각형 유한요소, 4절점 직 사각형 유한요소, 4절점 사각형 유한요소 코드들을 제시하였다. Natural coordinates에 기반한 isoparametric 4절점 사각형 유한요소 코드와 4절점 plate shell 유한요소 코드도 제시하였다. 직접법, 반복법 및 full matrix 해법들과 희박행렬 해법들을 이용하여 시스템 방정식을 푸는데 필요한 계산시간을 비교하였다. Gauss 소거법, CG, DGESV, DSGESV, SOR, PCG, GMRES, FGMRES, MGMRES, PARDISO 법 등을 비교 검토하였다. OCTAVE와 MATLAB에 내장된 연산자 '\'를 full matrix 형태와 희박행렬 형태 시스템 방정식 에 적용하여 계산시간을 비교하였다. 4가지 종류의 preconditioners를 채택한 PCG 방법들에 대한 계산 시간도 비교 검토하였다. 또한, 유한요소법에서 시스템 행렬을 full matrix와 희박행렬로 처리한 후에 각 각의 경우에 PCG 방법을 적용했을 때의 계산시간도 비교하였다. PC에서도 PARDISO와 sparse MATLAB 연산자 '\'를 사용하여 대규모의 유한요소 해석을 수행할 수 있음을 보였다.

# 1. History and Research Motivation of Thin Plate Analysis

In this paper, the development of structural displacement finite element method (FEM) codes and the computational time comparisons of system equation using several solvers were described. For the first topic, we dealt with the Kirchhoff flat plate theory in Section 2, and described the formulations of the finite element (FE) in Section 3. We verified the validity of the developed FE codes in Section 4. As a second theme, in Section 5, we compared the computation times obtained by various solving methods of the system equation within structural static displacement FE codes, and proposed an appropriate analysis methods. Acoustic BEM (boundary element method) code and structural vibration FEM code were needed to perform structural-acoustical coupling analysis by developing high-speed computations of large degrees of freedom without using commercial software.

The reason for developing the structural displacement analysis FEM program was that Holmström<sup>(1)</sup> omitted the FEM program for vibration analysis with blackbox in the program presented in the vibrationacoustic coupled analysis paper. (1) In this paper, the first developed FEM codes were the same as rectangular FE codes presented by Irvine<sup>(2-4)</sup>. It was a physical coordinate based rectangular FE codes that could be applied only when the four sides were all parallel to the x or  $y \operatorname{axis}^{(2)}$ , developed according to the assumptions used in the Kirchhoff plate theory (thin plate theory). (2) Semie suggested a physical coordinate based 3-node triangular plate FE codes that could model arbitrary two-dimensional shapes and analyzed the displacement of a thin plate<sup>(5)</sup>. He investigated two cases where four sides of the square plate were simply supported or fixed (clamped). However, the analytical results were significantly deviated from the values of the commercial software ANSYS® and Kirchhoff thin plate's theory. In this paper, we developed a physical coordinate based triangular FE codes according to the methodology suggested by Semie, and found that there would be some errors in the FE codes presented by Semie. (3) We have also developed a physical coordinate based 4-node quadrilateral FE codes that can model any two-dimensional shape in order to complement the disadvantages of FEM using rectangular FEs parallel to the x- or y-axis. (4) On the other hand, the above three FE codes were assumed to ignore transverse shear strain effects because of the Kirchhoff thin plate theory. Ferreira proposed an isoparametric quadrilateral FE codes based on the Mindlin-Reissner plate theory, which considered transverse shear deformation<sup>(6)</sup>. We also developed the natural coordinates based isoparametric quadrilateral FE codes which were based on the thick plate theory, and compared with the displacement analysis results of the Kirchhoff plate theory. (5) The displacement analysis FEM codes based on the Kirchhoff plate and Mindlin-Reissner plate theories were able to only analyze the *z*-direction displacement in the normal direction of the 2-D coplanar plate. Kwon proposed a 3-dimensional isoparametric plate shell FE codes for static displacement analysis in 3-D space using MATLAB<sup>®</sup> language<sup>(7)</sup>.

We have translated this codes into FORTRAN ones to improve memory scalability and computational speed. Consequently, four 2-D coplanar structural FE codes and one 3-D structural displacement FE codes were described in this paper. The differences between Kirchhoff theory, Mindlin-Reissner plate theory and three dimensional plate shell element were described for two dimensional plate. In order to evaluate the performance of FEM system equation, which was a system matrix equation Ax = b, the computation times of MATLAB<sup>®</sup>, OCTAVE<sup>®</sup> and FORTRAN codes were compared in both direct and iterative methods. We also compared the computation time for full matrix solvers that processed the coefficient matrix A of system equation as a full matrix form and sparse matrix solvers for the sparse matrix one. The computation times for PCG methods using four kinds of preconditioners were also compared in sparse system matrix. The finite element method was compared with the computation time of PCG method after processing the system matrix with full matrix and sparse matrix form, respectively.

### 2. Kirchhoff Thin Plate Theory

According to Semie<sup>(5)</sup>, in 1776 Euler first attempted to solve the free vibration problem of the plate. Germain developed differential equations for flat plates without considering warping term, and Lagrange proposed general plate differential equations by considering warping term. Poisson proposed the Germain-Lagrange plate equation assuming a constant flexural rigidity for the plate subjected to static loads. Navier has established a flat bending theory that uses flexural rigidity as a function of plate thickness and proposed a method to obtain exact solution using Fourier trigonometric series. Kirchhoff proposed the theory of plate bending using basic assumptions known as 'Kirchhoff's hypothesis.' Kirchhoff's thin plate's hypothesis is expressed: the cross sections of the plate are remained as straight and unstretched and also normal to midsurface even after the plate is deformed. That is,  $\gamma_{xz} = 0$ ,  $\gamma_{yz} = 0$ ,  $\sigma_{zz} = 0$  and  $\varepsilon_{zz} = 0$ . Let the reference in the z direction be the middle of the plate thickness, and the displacements in the x and y directions in the plate u, v respectively, and the displacement in the z direction w (Fig. 1).

$$u = -z\theta_x = -z\frac{\partial w}{\partial x} \tag{1}$$

$$v = -z\theta_y = -z\frac{\partial w}{\partial y} \tag{2}$$

For inplane strains, strain-displacement relationships:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \tag{3}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \tag{4}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$
(5)

The relationship between plane stress and plane strain for isotropic materials according to Kirchhoff's assumptions is as follows. Stress-strain relationships:

$$\sigma_x = \frac{E}{1 - v^2} \left( \varepsilon_x + v \varepsilon_y \right) \tag{6}$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1 - v^2} \left( \varepsilon_y + v \varepsilon_x \right) \tag{7}$$



Fig. 1 Slice cut of plate normal to y axis

$$\tau_{xy} = G \gamma_{xy} \tag{8}$$

Where, shear modulus  $G = \frac{E}{2(1+v)}$ , Young's modulus *E*, Poisson's ratio *v* 

Bending moments<sup>(7)</sup> along the x, y, and xy edge (Fig. 2):

$$M_x = \int_{-t/2}^{t/2} z \sigma_x dz = -D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + v \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) \tag{9}$$

$$M_y = \int_{-t/2}^{t/2} z \sigma_y dz = -D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + v \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)$$
(10)

$$M_{xy} = \int_{-t/2}^{t/2} z \tau_{xy} dz = -D(1-\upsilon) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$
(11)

Where, bending rigidity of the plate  $D = \frac{Et^3}{12(1-v^2)}$ 

and t is thickness of the plate.

By the moment equilibrium,

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + q = 0 \tag{12}$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x = 0 \tag{13}$$

$$\frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - Q_y = 0 \tag{14}$$

Inserting Eq. (9) ~ Eq. (11) into Eq. (13) and Eq. (14),



Fig. 2 Free body diagram of the plate element

after 
$$\frac{\partial (\text{Eq.}(13))}{\partial x} + \frac{\partial (\text{Eq.}(14))}{\partial y} + (\text{Eq.}(12)):$$
$$D\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right) = q$$
(15)

This is the governing equation for Kirchhoff thin plate bending theory with transversely loaded.

### 2.1 Analytical Solution of Thin Plate

Boundary conditions for a simple supported rectangular plate: width and length of the plate are aand b, respectively.

$$W = 0, \ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0, \text{ at } x = 0, a$$
$$W = 0, \ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0, \text{ at } y = 0, b$$

Using the infinite double Fourier trigonometric series satisfying the boundary condition in the method proposed by Navier<sup>(5,8)</sup>, out of plate displacement w(x, y) can be expressed as Eq. (16).

$$w(x,y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} w_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{m\pi y}{b}$$
(16)

For sinusoidal load q,

$$q = p(x,y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} p_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{m\pi y}{b}$$
(17)

Where,

$$p_{mn} = \frac{4}{ab} \int_0^a \int_0^b p(x,y) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} dx dy$$
(18)

Equation (16) and Eq. (17) can be inserted into Eq. (15) and solved w(x, y), but Levy<sup>(8)</sup> proposed a simple series method and got the maximum displacement at the center of the square plate (a = b).

$$w_{\rm max} = 0.00406 \frac{p_0 a^4}{D} \tag{19}$$

The displacement due to concentrated load P at the center of the square plate is followed<sup>(8)</sup>.

$$w_{\rm max} = 0.01160 \frac{Pa^2}{D}$$
(20)

The maximum displacements at the center of the square plate with respect to the distributed loads  $p_0$  and concentrated loads P for the fixed boundary conditions are given by Eq. (21) and Eq. (22)<sup>(8)</sup>.

$$w_{\rm max} = 0.00126 \frac{p_0 a^4}{D} \quad \text{for } p_0 \tag{21}$$

$$w_{\rm max} = 0.00560 \frac{Pa^2}{D}$$
 for  $P$  (22)

# 3. Formulations of Various Structural Displacement Finite Elements

In this paper, three-node triangular, four-node rectangular and quadrilateral FE codes based on physical coordinates and Kirchhoff thin plate theory were presented and also natural coordinates based isoparametric four-node quadrilateral FE codes according to Reissner-Mindlin thick plate theory and 3-D plate shell FE codes. According to Kirchhoff's thin plate theory, the transverse shear strain energy is negligible compared to the bending energy. Therefore, the total strain energy of the plate<sup>(2)</sup> is as Eq. (23).

$$U = \frac{1}{2} \int_{v} \{\sigma\}^{t} \{\varepsilon\} dv$$

$$= \frac{D}{2} \iint \left[ \left( \frac{\partial^{2} w}{\partial x^{2}} \right)^{2} + \left( \frac{\partial^{2} w}{\partial y^{2}} \right)^{2} \right] dx dy$$

$$+ 2v \left( \frac{\partial^{2} w}{\partial x^{2}} \right) \left( \frac{\partial^{2} w}{\partial y^{2}} \right)$$

$$+ 2(1-v) \left( \frac{\partial^{2} w}{\partial x \partial y} \right)^{2} \right]$$
(23)

$$\{\sigma\}^t = \begin{bmatrix} \sigma_x & \sigma_x & \tau_{xy} \end{bmatrix}$$
(24)

$$\{\varepsilon\}^t = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \epsilon_x & \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$
(25)

Total potential energy  $\Pi$ , potential energy of external forces V

$$\Pi = U - V \tag{26}$$

Where, 
$$V = \int_{v} w^{t} f dv$$

## 3.1 Triangular Finite Element Based on Physical Coordinates

Batoz proposed a DKT (discrete Kirchhoff theory) element<sup>(9)</sup> with the origin of the local coordinate of the geometric centroid of the triangle. But, in this paper, the origin of the local coordinates was defined as in Fig. 3. In Fig. 3, let the longest side of the triangular element coincide with the x-axis of the local coordinates. The local triangle with new coordinate values was constructed by translational and rotational movement so that the vertex facing the longest side was in the first quadrant. FE codes using 9 degrees of freedom (DOF) triangular element with 3 DOF per the triangular node were developed. The node numbering order was counterclockwise. Local FEs constructed from local coordinates were converted to their original global coordinates by rotational movement. The global total stiffness matrix was constructed by assembling each global FEs. W was out of plane displacement in z coordinate and was expressed by physical coordinates like as Eq. (27)<sup>(5)</sup>.

$$w(x,y,t) = a_{1}(t) + a_{2}(t)x + a_{3}(t)y + a_{4}(t)x^{2} + a_{5}(t)xy + a_{6}(t)y^{2} + a_{7}(t)x^{3} + a_{8}(t)(x^{2}y + xy^{2}) + a_{9}(t)y^{3} = \{A(t)\}^{t}\{Z\}$$
(27)

$$\{A(t)\}^t = \begin{bmatrix} a_1(t) & \cdots & a_9(t) \end{bmatrix}$$
 (28)

$$\{Z\}^{t} = \begin{bmatrix} 1 \ x \ y \ x^{2} \ xy \ y^{2} \ x^{3} \ x^{2}y + xy^{2} \ y^{3} \end{bmatrix}$$
(29)

For node *i*,

1



Fig. 3 Local and global coordinates

$$\begin{split} &w(0,0)\!=w_i=a_1\\ &\theta_{xi}=\partial w/\partial x=a_2, \quad \theta_{yi}=\partial w/\partial y=a_3 \end{split}$$

After applying the same processes for node j and node k,

$$\{w\}_{e}^{t} = \begin{bmatrix} w_{i} \ \theta_{xi} \ \theta_{yi} \ w_{j} \ \theta_{xj} \ \theta_{yj} \ w_{k} \ \theta_{xk} \ \theta_{yk} \end{bmatrix}$$
(30)  
$$\{w\}_{e} = \begin{bmatrix} B \end{bmatrix} \{A\}$$
(31)

That is,

$$\begin{cases} w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \\ w_j \\ \theta_{xj} \\ \theta_{yj} \\ w_k \\ \theta_{yk} \end{cases} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_j & 0 & x_j^2 & 0 & 0 & x_j^3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2x_j & 0 & 0 & 3x_j^2 & 0 & 0 \\ 1 & x_k & y_k & x_k^2 & x_k y_k & y_k^2 & x_k^3 & x_k^2 y_k + x_k y_k^2 & y_k^3 \\ 0 & 1 & 0 & 2x_k & y_k & 0 & 3x_k^2 & 2x_k y_k + x_k^2 & y_k^2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & x_k & 2y_k & 0 & x_k^2 + 2x_k y_k & 3y_k^2 \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \\ a_9 \end{bmatrix}$$

$$\{A\} = [B]^{-1} \{w\}_e = [C] \{w\}_e$$
 (33)

Where,  $[C] = [B]^{-1}$ 

Equation (23) can be rewritten as Eq. (34).

$$U = \frac{D}{2} \{w\}_{e}^{t} [C]^{t} \iint S(x,y) dx dy [C] \{w\}_{e}$$
  
=  $\frac{1}{2} \{w\}_{e}^{t} [k]_{e} \{w\}_{e}$  (34)

Local element stiffness matrix  $[k]_e$ ,

$$[k]_e = D[C]^t \iint S(x,y) dx dy [C]$$
(35)

$$S(x,y)_{9x9} = \left\{\frac{\partial^2 Z}{\partial x^2}\right\} \left\{\frac{\partial^2 Z}{\partial x^2}\right\}^t + \left\{\frac{\partial^2 Z}{\partial y^2}\right\} \left\{\frac{\partial^2 Z}{\partial y^2}\right\}^t \\ + v \left[\left\{\frac{\partial^2 Z}{\partial x^2}\right\} \left\{\frac{\partial^2 Z}{\partial y^2}\right\}^t + \left\{\frac{\partial^2 Z}{\partial y^2}\right\} \left\{\frac{\partial^2 Z}{\partial x^2}\right\}^t\right] \\ + 2(1-v) \left\{\frac{\partial^2 Z}{\partial x \partial y}\right\} \left\{\frac{\partial^2 Z}{\partial y \partial x}\right\}^t$$
(36)

Where,  $\beta = 2(1-v)$ 

Analytical area integration (Fig. 4) for  $S_{47} = 12x$ ,

$$\begin{split} \iint S_{47} dx dy &= \int_{0}^{y_k} \int_{y/p_1}^{(y-q)/p_2} 12x dx dy \\ &= 2y_k \big( 3q^2 - 3qy_k + y_k^2 \big) / p_2^2 - 2y_k^3 / p_1^2 \end{split}$$



Fig. 4 Analytical integration

Where,  $p_1 = y_k/x_k$ ,  $p_2 = y_k/(x_k - x_j)$ ,  $q = -x_jp_2$ 

Global element stiffness matrix  $[k]_g$  was obtained like as follows.

$$[k]_{q} = [T]^{t}[k]_{e}[T]$$
(37)

Where, rotation matrix  $[T] = \begin{bmatrix} T_1 & 0 & 0 \\ 0 & T_1 & 0 \\ 0 & 0 & T_2 \end{bmatrix}$ 

$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(-\phi) - \sin(-\phi) \\ 0 & \sin(-\phi) & \cos(-\phi) \end{bmatrix}$$

By variational approaches for Eq. (26),

$$[k]_{g}\{w\}_{g} = \{f\}_{g}$$
(38)

Total global stiffness matrix, displacement vector and force vector were followed, respectively.

$$[K] = \sum [k]_g \tag{39}$$

$$\{W\} = \sum \{w\}_g \tag{40}$$

$$\{F\} = \sum \{f\}_g \tag{41}$$

System equation was expressed as Eq. (42).

$$[K] \{ W \} = \{ F \}$$
(42)

### 3.2 Rectangular Finite Element Based on Physical Coordinates

According to Tom Irvine<sup>(2)</sup>, the out of displacement W can be expressed as physical coordinates as 4 DOF at each of four vertices of a rectangle.

$$\begin{split} w(x,y,t) &= a_1(t) + a_2(t)x + a_3(t)y + a_4(t)x^2 \\ &+ a_5(t)xy + a_6(t)y^2 + a_7(t)x^3 \\ &+ a_8(t)x^2y + a_9(t)xy^2 \\ &+ a_{10}(t)y^3 + a_{11}(t)x^3y + a_{12}(t)xy^3 \end{split} \tag{43}$$

The FE could be obtained in the same way as Sec. 3.1. For  $S_{47} = 12x$ ,

$$\iint S_{47} dx dy = \int_0^b \int_0^a 12x dx dy = 6a^2b$$

Where, a and b was side length of rectangular element.

Analytical area integration was simple compared to triangular FE, but rectangular FE suggested by Irvine could be applied only if all sides were parallel to x or y axis. However, in this paper, even though the local rectangular element was not parallel to the x or y axis, we have modified the FE codes so that it could be applicable to any orientation of rectangle FE by applying the rotational transformation as shown in Eq. (37).

## 3.3 Quadrilateral Finite Element Based on Physical Coordinates

Batoz developed the DKQ (discrete Kirchhoff quadrilateral) element by extending the DKT concept. However, the results of the convergence rates during displacement analysis were not good compared to McNeal or LORA by Robinson and Haggenmacher<sup>(10)</sup>. In this paper, quadrilateral FE were developed by the same physical coordinate based methodology as the triangular FE mentioned in Sec. 3.1. The FE formulation process was the same as the triangular FE in Sec. 3.1, but the analytical area integration  $\iint S(x,y)dxdy$ was very lengthy and was obtained using software.

# 3.4 Isoparametric Quadrilateral Finite Element (Mindlin-Reissner Thick Plate Theory) Based on Natural Coordinates

Mindlin-Reissner, Naghdi plate theory<sup>(6,7,11–13)</sup> used a generalization of the Kirchhoff hypothesis: points of the plate which are on the normal to the undeformed middle surface remain on a straight line even after deformations are proceeded but, which are not necessarily normal to the deformed middle surface<sup>(11)</sup>. That means  $\gamma_{xz} \neq 0$ ,  $\gamma_{yz} \neq 0$ ,  $\sigma_{zz} = 0$  and  $\varepsilon_{zz} = 0$ . Therefore, shear deformation term was added to traditional Kirchhoff plate theory, Eq. (23) as a second term.

$$U = \frac{1}{2} \int_{v} \sigma^{t} \{\varepsilon\} dv + \frac{\alpha}{2} \int_{v} \{\sigma_{c}\}^{t} \{\varepsilon_{c}\} dv \tag{44}$$

$$\{\sigma_c\}^t = \begin{bmatrix} \tau_{xz} & \tau_{yz} \end{bmatrix}$$
(45)

$$\{\varepsilon_c\}^t = \begin{bmatrix} \gamma_{xz} & \gamma_{yz} \end{bmatrix}$$
(46)

Where,  $\alpha$  is shear correction factor<sup>(6)</sup>, 5/6, { $\sigma_c$ } and { $\varepsilon_c$ } are stress and strain due to shear deformations. Transverse shear strain-displacement relationship<sup>(6)</sup>:

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial x} + \theta_x \tag{47}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial y} + \theta_y \tag{48}$$

$$\sigma = D\varepsilon \tag{49}$$

$$\sigma_c = D_c \varepsilon_c \tag{50}$$

Where, 
$$D = \frac{E}{1 - v^2} \begin{bmatrix} 1 & v & 0 \\ v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - v}{2} \end{bmatrix}$$
,  $D_c = \begin{bmatrix} G & 0 \\ 0 & G \end{bmatrix}$ 

With the shape function,

[B] =

 $[B_a] =$ 

$$w = \sum_{i=1}^{4} N_i(\zeta, \eta) w_i,$$
  

$$\theta_x = \sum_{i=1}^{4} N_i(\zeta, \eta) \theta_{xi},$$
  

$$\theta_y = \sum_{i=1}^{4} N_i(\zeta, \eta) \theta_{yi}$$
(51)

$$\{\varepsilon\} = -z[B]\{w\}_e \tag{52}$$

$$\{\varepsilon_c\} = [B_c] \{w\}_e \tag{53}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial y} \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial y} & \frac{\partial N_4}{\partial x} \end{bmatrix}$$
(54)

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & N_1 & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x} & N_2 & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial x} & N_3 & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial x} & N_4 & 0 \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & N_1 & \frac{\partial N_2}{\partial y} & 0 & N_2 & \frac{\partial N_3}{\partial y} & 0 & N_3 & \frac{\partial N_4}{\partial y} & 0 & N_4 \end{bmatrix}$$
(55)

$$\{w\}_e^t = \begin{bmatrix} w_i \ \theta_{xi} \ \theta_{yi} \ w_j \ \theta_{xj} \ \theta_{yj} \ w_k \ \theta_{xk} \ \theta_{yk} \ w_l \ \theta_{xl} \ \theta_{yl} \end{bmatrix}$$
(56)

$$U = \frac{1}{2} \{w\}_{e}^{t} \int_{A} [B]^{t} \frac{t^{3}}{12} D[B] dA\{w\}_{e} + \frac{1}{2} \{w\}_{e}^{t} \int_{A} \alpha t [B_{c}]^{t} D_{c} [B_{c}] dA\{w\}_{e}$$

$$= \frac{1}{2} \{w\}_{e}^{t} [k]_{e} \{w\}_{e}$$
(57)

$$\begin{split} [k]_{e} &= \frac{t^{3}}{12} \int_{A} [B]^{t} \frac{t^{3}}{12} D[B] dA \\ &+ \int_{A} \alpha t [B_{c}]^{t} D_{c} [B_{c}] dA \end{split} \tag{58}$$

$$\{f\}_{e} = \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} [N] \{P\} |J| d\xi d\eta$$
(59)

 $[k]_{e} \{w\}_{e} = \{f\}_{e} \tag{60}$ 

# 3.5 Plate Shell Finite Element Based on Natural Coordinates

Kwon proposed MATLAB® FE codes using plate shell finite element, 5 DOFs per node, which combined membrane element and plate bending element using natural coordinates based isoparametric elements<sup>(7)</sup>. Since the inplane rotational term was not included in plate shell element, it left null or zero values in the stiffness matrix. So-called drilling DOF incurred singularity in structural stiffness matrix if all the elements were coplanar<sup>(7)</sup>. To solve this problem, Knight<sup>(14)</sup> suggested that a very small value be specified for the stiffness of the drilling DOF so that the contribution to the strain energy equation from this term would be zero<sup>(7)</sup>. The local stiffness matrix in the natural local coordinates was transformed into the global coordinates and assembled to obtain the total global stiffness matrix.

### 4. Validation

The FE codes suggested in Section 3 were validated using a square plate with four sides fixed. The plate specifications and the analysis conditions used in the analysis were as followed. Young's modulus  $E = 2 \times 10^{11}$  Pa, Poisson ratio v = 0.285, density  $\rho =$  7874 kg/m<sup>3</sup> and width × length,  $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$  with thickness 0.1 m. A square plate with a uniform distribution load of 50 000 Pa was modeled on a  $10 \times 10$ ,  $20 \times 20$ ,  $40 \times 40$  grids on a flat plate. Theoretical calculations, results calculated from the Semie model<sup>(5)</sup>, ANSYS® shell 63, ANSYS® shell 163 and LISA® software are shown in Table 1. The results using the five FE codes suggested in Section 3 are also presented. The displacement at the center of the square plate calculated by the theoretical formula (Eq. (21)) was -3.47 µm. Semie model using triangular FE showed a displacement of -4.81  $\mu$ m when modeling a square plate at 100 × 100. It was 38.6 % error compared with the value predicted by the theoretical Eq. (21), and it was also reported that the error was -42.4 % and 384.15 %, respectively, when using ANSYS® shell 63 and ANSYS® shell 163 element (5). However, in Sec. 3.1, the result using the triangle FE codes formulated by the methodology proposed by Semie was -3.50 µm, which was within 0.9% of the theoretical value. The FE codes presented in Sec. 3.1 ~ Sec. 3.3 which were formulated according to the Kirchhoff thin plate theory showed a maximum error of 0.9 % with the theoretically predicted value. Therefore, there would be some errors in the FE codes programmed by Semie, and it was assured that the analys using ANSYS® software was also applied incorrectly. Consequently, it showed that the

 
 Table 1 Comparison of displacement at center of square plate under distributed load 50 000 Pa with fixed boundary condition by several methods (Unit: µm)

	Elem × elem	10 × 10	20 × 20	40 × 40
1	Theory, Eq. (21)	-3.47	-3.47	-3.47
2	Semi <sup>(5)</sup>	-	-	-4.81
3	ANSYS 63 <sup>(5)</sup>	-	-	-2.00
4	ANSYS 163 <sup>(5)</sup>	-	-	-16.80
5	LISA	-4.01	-4.02	-4.03
6	Triangular FE	-3.65	-3.54	-3.50
7	Rectangular FE	-3.56	-3.51	-3.49
8	Quadri. FE	-3.56	-3.51	-3.49
9	Mindlin-Reissner	-3.74	-3.76	-3.77
10	Plate shell	-4.12	-4.13	-4.13

FEM codes formulated according to the Kirchhoff thin plate theory were suitable for use. The analysis result by the commercial software  $LISA^{(B)}$  version 8.1.0 beta version was 16.14 %. In case of Mindlin-Reissner thick plate theory considering shear deformation, it showed 8.6 % error with Kirchhoff thin plate theory. On the other hand, 3 dimensional plate shell FE codes showed 19.02 % error with Kirchhoff thin plate theory.

# 5. Comparison of Computation Time for System Matrix According to Solving Methods

It can be classified by two regimes to obtain the solution of the system equation, Ax = b. One is full matrix solving methods with A(i, j) form of square coefficient matrix A and the other sparse matrix solving methods with coefficient matrix A as sparse form.

#### 5.1 Full Matrix Solving Methods

The FE codes developed in Section 3 initially were coded in OCTAVE<sup>®</sup> language because of necessity of graphic postprocessing in the coding stage. OCTAVE<sup>®</sup> intrinsic operator '\' was adopted to obtain the vector x in the system equation Ax = b. But, it needed a long computation time, and codes were translated to FORTRAN language in order to improve its computing performance. In order to find the solution vector in the system equation Ax = b, which was the form  $[K] \{W\} = \{F\}$  used in the structural displacement FE codes in Section 3, and compare computing performance, the following eight full matrix solving methods including four methods described in reference<sup>(15)</sup> were examined.

(1) Gauss elimination method with partial pivoting algorithm, direct solving method.

(2) Successive over-relaxation (SOR( $\omega = 1.95$ )) algorithm, iterative solving method.

(3) Conjugate gradient (CG) Algorithm, iterative

solving methods, tolerance =  $10^{-11}$ .

(4) Preconditioned conjugate gradient algorithm with diagonal preconditioner (PCG-D), iterative solving method, tolerance =  $10^{-11}$ .

(5) Direct Gauss elimination method with partial pivoting (DGESV), FORTRAN MKL<sup>®</sup> library.

(6) Iterative Gauss elimination method with partial pivoting (DSGESV), FORTRAN MKL<sup>®</sup> library.

- (7)  $OCTAVE^{\mathbb{R}}$  '\', full matrix solver (OCT-F).
- (8) MATLAB<sup>®</sup> '\', full matrix solver (MAT-F).

Methods (1) to (4) showed that the same algorithmic codes were simply translated in OCTAVE®, MATLAB<sup>®</sup>, and FORTRAN languages, respectively, rather than using specialized built-in functions in each language. There were two classes of iteration methods<sup>(16)</sup>. One was stationary iteration methods or fixed-point iteration methods like as Jacobi, Gauss-Seidel, SOR and the other was projection methods, which was called Krylov subspace method, like as CG, PCG, generalized minimum residual method (GMRES). Projection methods were required that approximation solution x extracted from the subspace K should make residual r = b - Ax orthogonal to the subspace L. In the first stage, the system coefficient matrix A used in the simulation was a symmetric positive definite (SPD) matrix, a tridiagonal matrix with a bandwidth of  $1 + 2 \times nx$ , with one diagonal with four off-diagonal terms added<sup>(17)</sup>. Nx was the distance between diagonal term and element locations and n was the size of matrix A.

$$nx = \sqrt{n}$$

$$A(i,i) = 4 \times (1+nx)^{2}$$

$$A(i,i+1) = A(i+1,i) = A(i,i+nx)$$

$$= A(i+nx,i) = -(1+nx)^{2}, i = 1,2,...,n$$

The vector *b* is obtained by assuming x(1:n) = 1 in Ax = b. The personal computer (PC) used was Intel<sup>®</sup> Core i7 4790K@4.0 GHz processor, 32 GB RAM, and operating on Windows 7 64 bit. FORTRAN codes were compiled using Intel<sup>®</sup> Parallel Studio XE 2015 MKL

compiler 64 bit. In the case of 2000 DOF, the calculation time ratio was 27 883 sec : 144.24 sec : 32.26  $\sec = 864 : 4 : 1$  when the Gauss elimination method (solid line) was excuted with OCTAVE®, MATLAB®, and FORTRAN language, respectively (Fig. 5). In the case of the PCG-D algorithm, it showed OCTAVE® :  $MATLAB^{\mathbb{R}}$  : FORTRAN = 21 436 sec : 70.31 sec : 1.12 sec = 19139:63:1. When the Gauss method and the SOR method were used, the calculation time ratio of OCTAVE® / MATLAB® was 193 and 197, CG method and PCG-D was 355 and 305, respectively. That is, it showed that the computing speed was 193 to 355 times faster to operate in MATLAB® than in OCTAVE® for same algorithmic codes. In addition, executing similar codes in FORTRAN was 4 to 63 times faster than running in MATLAB®, and 831 to 2269 times faster than in OCTAVE® between 200 DOF and 10 000 DOF. The PCG-D method in FORTRAN showed the fastest calculation time.

Figure 6 showed the computing time when the operator '\' built in OCTAVE<sup>®</sup> and MATLAB<sup>®</sup>, the FORTRAN MKL library direct solver DGESV and iterative solver DSGESV were used. The shortest computation time for 2000 DOF was 0.051 sec for the



Fig. 5 Comparison of computing time using full matrix solvers for OCTAVE<sup>®</sup>, MATLAB<sup>®</sup> and FORTRAN codes for 5 model cases, marker: 0: OCTAVE<sup>®</sup>, ◇: MATLAB<sup>®</sup>, □: FORTRAN, linestyle: -: Gauss, --: SOR, -.: CG, □: PCG-D, range: 200 DOF ~ 10 000 DOF (Unit: sec)

direct method DGESV and 21 436 sec (= 10 hours) for the slowest case, OCTAVE®-PCG-D (marker: blue •). It showed OCTAVE<sup>®</sup>-PCG-D : MATLAB<sup>®</sup>-PCG-D : FORTRAN-PCG-D: OCTAVE '\': MATLAB '\': DGESV = 21 436 : 70.31 : 1.12 : 0.637 : 0.065 : 0.051 = 420 314 : 1379: 22: 12.5: 1.27: 1. In the case of MKL FORTRAN library, iteration method was faster than direct method at 5000 DOF or more. In view of above discussions, it showed that the program language and solving method to be used were very important in computing time of system equation. The intrinsic operator '\' used in MATLAB® was shown to be an effective method. Using the MATLAB<sup>®</sup> '\' (- $\blacklozenge$ -) showed 1080 times faster than the computing time of the PCG-D programmed in MATLAB<sup>®</sup> language( $\blacklozenge$ ) in case of 2000 DOF. For 10 000 DOF system equation, FORTRAN-PCG-D was 69.3 sec (Fig. 5), DGESV 4.5 sec, OCTAVE<sup>®</sup> '\' 104.4 sec, and MATLAB<sup>®</sup> '\' 3.3 sec (Fig. 6), respectively.

So far we have compared the computation times for the cases where the coefficient matrix A was ideally diagonally banded SPD matrix. Gauss and SOR method, which was stationary iteration method with slow computation speed, were excluded from comparison. Using the data obtained from the FEM co-



Fig. 6 Comparison of computing time using full matrix solvers, marker-line: •: OCTAVE<sup>®</sup>-PCG-D, O-: OCTAVE<sup>®</sup> '\', ◆: MATLAB<sup>®</sup>-PCG-D, ◇-: MATLAB<sup>®</sup> '\', ■: FORTRAN-PCG-D, □-: DSGESV, □--: DGESV, range: 200 DOF ~ 10 000 DOF (Unit: sec)

des in Section 3.2, the computational speeds for the system equations were compared. In the formal FEM, the stiffness matrix [K] typically exhibited the characteristics of SPD matrix<sup>(18)</sup>. The stiffness matrix and the force vector were obtained using FEM codes using the rectangular FE codes in Sec. 3.2. The square plate were modeled to  $20 \times 20$ ,  $40 \times 40$ ,  $80 \times 80$ ,  $100 \times 100$ ,  $140 \times 140$  FE meshes, respectively, which was called Ex1, Ex2, Ex3, Ex4 and Ex5. Since the DOF per node was 3, each model size was 1323, 5043, 19 683, 30 603, 59 643 DOF, respectively. The specifications, boundary conditions and force conditions of the square plate were described in Section 4. The stiffness matrices and force vectors were obtained by applying fixed boundary conditions to the four sides of the square plate. The stiffness matrices and force vectors for the five data sizes were output to data files and then used in each solving method programs. Figure 7 and Fig. 8 showed the stiffness matrices before and after applying the boundary condition to the system equation of the case of square plate  $(4 \times 4)$  (75 DOF). The modified stiffness matrix pattern (Fig. 8) was a general matrix form and obtained by applying fixed boundary conditions to the stiffness matrix pattern in Fig. 7.

Table 2 showed the calculation times obtained using the following seven solving methods for the five matrix size models. Methods (1) ~ (4) were compiled with Intel<sup>®</sup> Parallel Studio XE 2015 FORTRAN compiler. Figure 9 showed the computation time results for each solver.

(1) CG  $codes^{(15)}$ , iterative method.

(2) PCG-D codes<sup>(15)</sup>, diagonal preconditioner, iterative method.

(3) DSGESV, iterative Gauss elimination method with partial pivoting.

(4) DGESV, direct Gauss elimination method with partial pivoting.

- (5) OCTAVE<sup>®</sup> operator '\', OCT-F.
- (6) MATLAB<sup>®</sup> operator '\', MAT-F.
- (7) LISA<sup>®</sup> software, version 8.1.0 beta version.



Fig. 7 Pattern of stiffness matrix K of 75 × 75 before applied boundary condition, white part: '0' value



Fig. 8 Pattern of stiffness matrix K of  $75 \times 75$  after applied boundary condition, white part: '0' value

 Table 2 Comparison of computing time using full matrix solvers for 5 models (Unit: sec)

DOE	Ex1	Ex2	Ex3	Ex4	Ex5
DOF	1323	5043	19 683	30 603	59 643
(1) CG	1.5	133.9	5657.6	13 543.5	
(2) PCG-D	0.32	12.06	836.8	3078.7	
(3) DSGESV	0.11	1.65	55.8	202.0	31 235.7
(4) DGESV	0.02	0.75	31.5	120.8	1218.4
(5) OCTAVE	0.27	14.84	2580.9		
(6) MATLAB	0.06	1.12	47.1	168.2	3442.8
(7) LISA	-	1.0	13.0	26.0	106.0

\*Blank spaces mean omitted because of expecting excessive computing times.

\*LISA®, 4 node quadrilateral element

In the direct solution method DGESV (
dashed line), it showed that the calculation time was nearly proportional to DOF<sup>3</sup>. In MATLAB<sup>®</sup> operator '\', it was 0.065 sec at 1323 DOF and 3443 sec at 59 643 DOF, the computation time was also proportional to DOF<sup>3</sup>. In Fig. 6, iterative method DSGESV showed faster calculation speed than direct method DGESV, but in Fig. 9, iterative method showed slower calculation speed. This was because the coefficient matrix A applied in Fig. 6 was a sparse SPD matrix and the matrix A used in Fig. 9 was a non-SPD matrix and a relatively dense matrix. In OCTAVE® and MATLAB®, the same operator '\' was used. As the DOF increases, the calculation time difference between MATLAB® and OCTAVE® becomes larger. When calculating the FE model of 19 683 DOF (Ex3), the computation time ratio was 55 times as 47 seconds in MATLAB® and 2581 seconds in OCTAVE®. In the case of 59 643 DOF (Ex5), it was 3443 sec for MATLAB<sup>®</sup> '\' and 1218 sec for DGESV routine. There was a rapid increment in computing time at 59 643 DOF for DSGESV. The reason why the computing time using DSGESV, an iterative method, surged compared with the direct method DGESV, was that it was caused by a reduction in efficiency caused by using virtual memory due to lack of CPU memory. Unlike DGESV, DSGESV, an



Fig. 9 Comparison of computing time using full matrix solvers for 7 methods, marker-line: □-: DSGESV, □-: DGESV, □-: CG, □<sup>∞</sup>: PCG-D, O-: OCTAVE<sup>®</sup> '\', ◆- : MATLAB<sup>®</sup> '\', ▲-: LISA<sup>®</sup>, range: 1323 DOF ~ 59 643 DOF (Unit: sec)

iterative method, required additional workspace memory equal in size to system matrix A. To calculate an Ex5 model using DSGESV, we needed at least 56 GB of memory, but used PC had hardware specifications with 32 GB of RAM, so it needed virtual memory and so, it utilized hard disk as a virtual memory source, which resulted in a slower overall memory accessing time than using only CPU memory in direct solver DGESV. That is, by using hard disk memory rather than CPU memory as swap memory, the DOF was increased 1.9 times in Ex5 compared to Ex4, but the calculation time was 31 236 sec which was 155 times larger than 202 sec in Ex4. Therefore, in the case of Ex5, 59 643 DOF, DSGESV was needed 8 hours 41 minutes (31 236 sec), MATLAB® solver '\' 57 minutes (3443 sec) and DGESV took 20 min (1218 sec). In all cases, the direct solver, the DGESV routine showed the fastest calculation speed. For the commercial software LISA®, the solving time was 106 sec. A comparative analysis of Table 2, Fig. 5 and Fig. 6 revealed interesting facts. It was summarized the calculation time for 5000 DOF in Table 3.

Direct solver DGESV showed almost the same calculation time in both cases. The iterative solvers, CG and DSGESV, showed 4-8 times faster computing time with the SPD coefficient matrix in system equation. This was because the DOF was almost the same, but the SPD matrix was a sparser matrix than Ex2. Even when the MATLAB<sup>®</sup> operator '\' was used, the calculation time was half shorter in the sparse matrix SPD. As an interesting result, the direct method DGESV in Ex2 showed faster calcu-

 Table 3 Comparison of computing time using full matrix solvers for general matrix (Ex2) and sparse SPD matrix (Unit: sec)

DOE	Ex2	SPD	Ratio, Ex2/SPD	
DOF	5043	5000		
CG	133.85	15.90	8.42	
PCG-D	12.06	10.62	1.14	
DSGESV	1.65	0.41	3.99	
DGESV	0.75	0.73	1.02	
MATLAB <sup>®</sup> '\'	1.12	0.54	2.07	

lation speed than the iterative method DSGESV, but the iterative method showed faster calculation time than the direct method in sparse matrix SPD. That is, when the number of non-zero coefficients was small, the iteration method showed faster calculation speed than the direct method.

#### 5.2 Sparse Matrix Solving Method

In Section 5.1, full-matrix solving methods were used to examine the computing times in system equation for the SPD coefficient matrix (Figs.  $5 \sim 6$ ,  $200 \sim$ 10 000 DOF) and for the stiffness matrix obtained in the structural displacement FEM (Table 2, 1323 ~ 59 643 DOF). Practically, there were limitations on the size of matrix that could be solved due to full matrix memory space. Also, since the matrix operation was performed on the '0' values in the coefficient matrix A (Figs.  $7 \sim 8$ ), lots of calculation time was required for full matrix solvers. If there were many '0' values in coefficient matrix A, using a sparse solver would be benefit from memory savings and computation speed. In order to use the sparse matrix solving methods, the system matrix A must be converted from full matrix form to a sparse matrix one. In OCTAVE® and MATLAB<sup>®</sup>, the sparse matrix solver used the '\' operator, which was the same form as the full matrix solver. However, the system matrix A must be transformed into a sparse matrix form. In this paper, it was adopted in order to make the system coefficient matrix A a sparse matrix form, one-based indexing CSR (compressed sparse row) format<sup>(19~21)</sup> in FORTRAN codes and CSC (compressed sparse column) format in MATLAB® and OCTAVE® codes, respectively. NNZ (number of non-zero) was defined the number of nonzero coefficients in the coefficient matrix A whose size was  $n \times n$  is. Sparsity (%) is defined as sparsity (%) = NNZ /  $(n \times n) \times 100$ . Table 4 and Table 5 showed the DOF, NNZ, and sparsity(%) of the data to be used in this section and the amount of memory required to store matrix A in full matrix and sparse matrix. Table 4 showed that the 50 000 DOF (#7) model required 20 GB of memory to process a full matrix of coefficients A, but a sparse matrix required

only 2 MB, which was 0.01 % of the original memory requirement. 300 000 DOF (#10) required 720 GB of memory for the full matrix, but it could not be handled by general PCs. However, if sparse matrix form is used, only 12 MB of 0.002 % of raw data is needed. Table 6 compared computing times of full matrix solvers and sparse matrix solvers for from #1 to #5 data models.

When using the full matrix solver, operator '\' in models with a range of 200 DOF ~ 10 000 DOF, it showed computing time ratio of OCTAVE<sup>®</sup> / MATLAB<sup>®</sup> was  $2 \sim 32$ . However, using sparse solver showed

 
 Table 4 Comparison of memory sizes of full and sparse for SPD matrix, NNZ, sparsity (%)

	DOF	Full	NNZ	Sparse	Spar. (%)
#1	200	.32 MB	970	0.01 MB	2.43
#2	1000	8 MB	4934	0.04 MB	0.49
#3	2000	32 MB	9908	0.08 MB	0.25
#4	5000	200 MB	24 856	0.20 MB	0.10
#5	10 000	800 MB	49 798	0.40 MB	0.05
#6	30 000	7.2 GB	149 652	1.20 MB	0.02
#7	50 000	20 GB	249 550	2.00 MB	0.01
#8	0.1 M	80 GB	499 366	3.99 MB	5×10 <sup>-3</sup>
#9	0.2 M	320 GB	999 104	7.99 MB	3×10 <sup>-3</sup>
#10	0.3 M	720 GB	1 498 902	11.99 MB	1×10 <sup>-3</sup>
#11	0.5 M	2 TB	2 498 584	19.99 MB	5×10 <sup>-4</sup>
#12	1 M	8 TB	4 997 998	39.98 MB	5×10 <sup>-4</sup>
#13	2 M	32 TB	9 997 170	79.98 MB	3×10 <sup>-4</sup>
#14	5 M	200 TB	24 995 526	0.2 GB	1×10 <sup>-4</sup>
#15	10 M	800 TB	49 993 674	0.4 GB	5×10-5
#16	20 M	3.2 PB	99 991 054	0.8 GB	3×10 <sup>-5</sup>

Table 5 Comparison of memory sizes of full and sparse matrix for FEM stiffness matrix K, NNZ, sparsity (%)

	DOF	Full	NNZ	Sparse	Spar. (%)
Ex1	1323	14 MB	29 453	0.24 MB	1.68
Ex2	5043	203 MB	123 381	0.99 MB	0.49
Ex3	19 683	3.10 GB	505 325	4.04 MB	0.13
Ex4	30 603	7.49 GB	790 713	6.33 MB	0.08
Ex5	59 643	28.46 GB	1 564 440	12.52 MB	0.04

OCTAVE<sup>®</sup> / MATLAB<sup>®</sup>  $\approx$  1. The method using sparse solver '\' showed the same performance of MATLAB<sup>®</sup> and OCTAVE<sup>®</sup>. In the 5000 DOF model (#4), the sparse solver (0.006 sec) of MATLAB<sup>®</sup> and OCTAVE<sup>®</sup> was 122 times faster than the full matrix direct solver DGESV (0.732 sec). Sparse PCG-D (0.016 sec) showed 664 times faster than full matrix PCG-D (10.62 sec). Sparse solvers were used to calculate system equation with the SPD coefficient matrix from 200 to 20 000 000 DOF using eight sparse matrix methods.

(1) PARDISO<sup>(19,22-24)</sup>: PARallel sparse Direct and multi-recursive Iterative linear SOlvers

(2)  $OCTAVE^{\mathbb{R}}$  '\', OCT-S.

(3) MATLAB<sup>®</sup> '\', MAT-S.

(4)  $CG^{(15,16,21,24)}$ 

(5) PCG-D<sup>(15,16,21,24)</sup>.

(6) PCG-split- $D^{(15,16,21,24)}$ , PCG with diagonal split preconditioner.

(7) PCG-IC(0)<sup>(15,16,21,24,25)</sup>: PCG with incomplete Cholesky decomposition with no fillin preconditioner
(8) PCG-ILU(0)<sup>(15,16,21,24)</sup>: PCG with incomplete LU decomposition with no fillin preconditioner

**Table 6** Comparison of computing time of Ax = b using<br/>full matrix solvers and sparse matrix solvers,<br/>(Unit: sec)

	DOF		OCT.	MAT.	PCG-D	DSG.	DGE.
#1	200	F	2.0×10 <sup>-3</sup>	0.	2.0×10 <sup>-3</sup>	5 0×10 <sup>-3</sup>	0.002
#1	200	S	1.0×10 <sup>-3</sup>	1.0×10 <sup>-3</sup>	0.	5.0~10	0.002
#2	1000	F	6.3×10 <sup>-2</sup>	3.0×10 <sup>-2</sup>	1.6×10 <sup>-1</sup>	1.2×10 <sup>-2</sup>	0.01
#2 100	1000	S	1.0×10 <sup>-3</sup>	1.0×10 <sup>-3</sup>	0.	1.2^10	0.01
#2	#3 2000	F	6.4×10 <sup>-3</sup>	6.5×10 <sup>-2</sup>	1.1	$6.0 \times 10^{-2}$	0.05
#3		S	2.0×10 <sup>-3</sup>	2.0×10 <sup>-3</sup>	1.6×10 <sup>-2</sup>	0.9^10	0.05
#1	5000	F	$1.3 \times 10^{1}$	5.4×10 <sup>-1</sup>	10.6	4.1×10 <sup>-1</sup>	0.72
#4	3000	S	6.0×10 <sup>-3</sup>	6.0×10 <sup>-3</sup>	1.6×10 <sup>-2</sup>	4.1^10	0.73
#5	10	F	1.0×10 <sup>2</sup>	3.3	63.4	2.5	4.52
#5	000	S	1.4×10 <sup>-2</sup>	1.1×10 <sup>-2</sup>	4.7×10 <sup>-2</sup>	2.5	4.32

<sup>\*</sup>F and S in column 3 mean full matrix solver and sparse matrix solver, each.

\*PCG-D: PCG with diagonal preconditioner, full matrix codes are from Ref. (26) and sparse matrix codes are modified from Ref. (25).

\*DSGESV and DGESV are full matrix solver.

In the case of the 2000 DOF mentioned in Section 5.1, the PCG-D (marker: black •) implemented with OCTAVE<sup>®</sup> language was 21 436 sec, and the OCTAVE<sup>®</sup> full matrix solver '\' (marker: red •), 0.637 sec and OCTAVE<sup>®</sup> sparse solver '\' (-•-), 0.001 8 sec, respectively (Fig. 10). The calculation time ratio was 12 000 000: 425 : 1.  $OCTAVE^{\mathbb{R}}$  sparse solver '\' showed twelve million times faster calculation time than PCG-D translated by OCTAVE® language. The computing time using the sparse solver PCG-D compiled with FORTRAN was  $3.3 \times 10^{-3}$  sec, which was 1.8 times slower than the OCTAVE<sup> $\mathbb{R}$ </sup> sparse solver '\'. PCG-D adopted the diagonal terms of the coefficient matrix A as the preconditioner M and PCG-split-D adopted the preconditioner as the (diagonal terms)<sup>1/2</sup> of the coefficient matrix A, respectively. Figure 10 and Fig. 11 showed that PCG-split-D was more efficient than PCG-D because the iteration number in PCG-split-D is 40 % smaller than in PCG-D above 500 000 DOF model. PCG-IC(0) showed similar calculation times as PCG-D and PCG-split-D, even though the number of iterations was 1/2 to 1/3 times that of PCG-D or





PCG-split-D (Fig. 11). Thus, it meant that the computation amount per iteration of PCG-D or PCGsplit-D was smaller than PCG-IC(0). In the SPD coefficient matrix data, iteration number in PCG-D showed 140 % greater than the number of iteration in PCG-split-D and needed 140% of the calculation time. In the case of 2 000 000 DOF (#13), the calculation time in OCTAVE<sup>®</sup> '\' was 47.8 sec, but the time to read the data file took 6301 sec. It took 114 sec for MATLAB<sup>®</sup> and 5.2 sec for FORTRAN PCG to read the data file #13. Saad showed that when the coefficient matrix A was the SPD matrix and the preconditioner M was incomplete Cholesky product,  $A \approx M = LL^{t}$ , it was equal to the number of iterations when using M as the preconditioner or when splitting it into L and  $L^t$  for PCG method<sup>(21)</sup>.

On the other hand, when the coefficient matrix A was a general matrix, a preconditioner was obtained with incomplete LU factorization instead of incomplete Cholesky decomposition. Split GMRES using L and U as preconditioners in GMRES instead of PCG was most effective when the coefficient matrix A was nearly symmetric and was not effective from using preconditioner M = LU in other cases<sup>(21)</sup>. In this paper, GMRES was applied to FEM data, which showed that it was inferior to PCG-D or PCG-split-D in terms of calculation speed. Especially, when using



Fig. 11 Comparison of iterations according to sparse solvers for SPD matrix, marker-line: 0-: CG , ◇-: PCG-D, □-: PCG-split-D, +-: PCG-IC(0), range: 200 DOF ~ 20 000 000 DOF, (Unit: number)

FEM data, it showed a tendency to diverge above 1323 DOF (Ex1 model). FGMRES (RCI Flexible Generalized Minimal RESidual method with ILUT Preconditioner)<sup>(26)</sup> and MGMRES(restarted GMRES) suggested by Burkardt<sup>(27)</sup> were less likely to diverge than GMRES. However, according to the characteristics of the coefficient matrix A, the user had to determine the inner loop and the outer loop number in advance, and the divergence or convergence was determined according to these values. Also, if the number of inner loop was large, the solution converged rapidly but the memory to be memorized increased and the memory efficiency decreased. Here, interestingly, Saad<sup>(21)</sup> described the difference in computational complexity in PCG when choosing preconditioner using incomplete Cholesky decomposition for SPD matrix. In this paper, we showed that the PCG could also be applied to non-SPD matrices and the same description applied to the SPD matrix when we adopted diagonal preconditioner or split diagonal preconditioner and it could be especially emphasized to non-SPD coefficient matrix. The PCG method with incomplete Cholesky decomposition preconditioner was known to apply only to SPD matrix<sup>(28)</sup>. If the coefficient matrix was non-SPD matrix, Cholesky decomposition could not be applied; instead, LU decomposition applicable to a general matrix could be applied. The PCG-IC(0) could be applied only when the coefficient matrix was SPD, so it could not be applied to the FEM system matrix equation applied the actual boundary condition as in Fig. 8.

In Table 5 (1323 ~ 59 643 DOF), the PCD-IC(0) could not be applied because the matrix was non-SPD. In order to solve the general matrix in the PCG method, the preconditioner could be obtained by incomplete LU decomposition instead of incomplete Cholesky decomposition. We could use PCG-ILU(0), which used L and U obtained by incomplete LU decomposition with no fillin as the preconditioner, to perform the same size LU decomposition using the coefficient matrix A. The preconditioner ILU(0) was efficient in terms of memory because the size and position of the matrix were the same as the coeffi-

cient matrix A, but there was a restriction on its use because it tended to diverge. In case of non-SPD coefficient matrix as in Fig. 12, PCG-ILU(0) showed divergence when the size of the matrix was larger than 1323 DOF. As an alternative, we could use PCG-ILU( $\tau$ ) by obtaining L and U with Crout incomplete LU decomposition. However, the size of L and U obtained by Crout incomplete LU decomposition was large, which was not useful in terms of memory. The Crout method could be used to solve the ILU when using the Crout ILU method. However, when the Crout method was used to obtain the preconditioner LU, it showed NNZ (ILU( $\tau$ )) >> NNZ(A) (Table 7). Therefore, it could not be applied to a large size non-SPD coefficient matrix. On the other hand, as shown in the appendix, PCG-D or PCG-split-D could perform very fast convergences if coefficient matrix A was not asymmetric. In Fig. 12, the full matrix direct solver DGESV (marker: red ♥) was 1218 sec and the MATLAB<sup>®</sup> '\' -full matrix solver (marker: blue  $\blacklozenge$ ) was 3443 sec in the case of 59 643 DOF.

The MATLAB<sup>®</sup> sparse matrix solver '\' (marker: blue  $-\diamondsuit$ -) was 0.592 sec. Therefore, when using the MATLAB<sup>®</sup> operator '\', computing time ratio of the



Fig. 12 Comparison of computing time using sparse solvers for non-SPD matrix, marker-line: Δ-: PARDISO, O-: OCTAVE® '\', ◇-: MATLAB<sup>®</sup> '\', +-: CG, □-: PCG-D, □--: PCG-split-D, □<sup>∞</sup>: PCG-ILU(0), ◆: MATLAB<sup>®</sup> '\' - full matrix solver, ▼: DGESV-full matrix solver, range: 75 DOF ~ 59 643 DOF (Unit: sec)

full matrix solver / sparse matrix solver = 5816 times. That is, the sparse MATLAB<sup>®</sup> solver was about six thousand times faster than the full matrix MATLAB<sup>®</sup> solver.

Ratio of number of iterations in the sparse PCG method was PCD-D/PCD-split-D = 1.4 in the SPD matrix (Fig. 11). When the coefficient of the matrix was non-SPD (Fig. 13), it showed ratio of number of iterations of PCD-D/PCD-split-D = 4 and the convergence speed of PCG-split-D was 4 times faster than PCG-D. That is, in the case of the asymmetric matrix, PCG-split-D showed shorter computation time than PCG-D. The PCG-split-D, 4.805 sec, was 4.7 times faster than the PCG-D, 22.792 sec, in the case of the 59 643 DOF, where the coefficient matrix was

**Table 7** Comparison of number of non-zero of coefficient<br/>matrix A, incomplete LU with no fillin (ILU(0))<br/>and incomplete LU with Crout ILU( $\tau$ ),  $\tau$ : drop<br/>tolerance,  $\tau$ =10<sup>-9</sup>

; ;))
0
8
55
223
749



Fig. 13 Comparison of iterations using sparse solvers for non-SPD matrix, marker-line: O-: CG, ◇-: PCG-D,
□-: PCG-split-D, range: 75 DOF ~ 59 643 DOF, (Unit: number)

a little asymmetric matrix (Fig. 12). When the coefficient matrix was SPD (Fig. 10), PCG-split-D was compared with 40 % faster than PCG-D. In sparse solvers, the speed of calculation depended on the non-zero number of the coefficient matrix and the non-SPD matrix, not on the size of the matrix. In Fig. 14, it was compared the computing times according to NNZ of SPD and non-SPD coefficient matrices. In SPD coefficient matrix 20 000 000 DOF, PARDISO (mark:  $\mathbf{\nabla}$ ) and MATLAB<sup>®</sup> sparse '\' (mark:  $\blacktriangle$ ) solvers showed 193 sec and 98 sec, respectively. Using the FEM stiffness matrix, non-SPD matrix, for example, Ex5 (59 643 DOF, NNZ = 1 564 440), system equation was solved by PCG-split-D, resulting in 4.805 sec, which was nearly equivalent time to solve 200 000 DOF SPD matrix (#9) problem. In other words, the sparse solver was not dependent on the size of the coefficient matrix A but on the number of non-zero of the coefficient matrix A. When NNZ was the same, SPD matrix converged faster than the non-SPD matrix in CG method and PCG-D converges equally to SPD or non-SPD matrix. However, in case of equal NNZs of coefficient matrices, it showed that PCG-split-D showed faster convergence in non-SPD matrices than SPD ones.



Fig. 14 Comparison of computing time according to NNZ of sparse solvers for SPD and non-SPD matrix, marker-line: O-: CG-SPD, ◇-: PCG-D-SPD, □-: PCG-split-D-SPD, O--: CG-FEM, ◇--: PCG-D-FEM, □--: PCG-split-D-FEM, range: 200 DOF ~ 20 000 000 DOF (Unit: sec)

The NNZ of the non-SPD matrix Ex5 (59 643 DOF, NNZ: 1 564 440) was equal to the NNZ of SPD matrix #10 (300 000 DOF, NNZ: 1 498 902). However, the time required for calculating using Ex5 using PCGsplit-D was equal to the time for solving #9 (200 000 DOF, NNZ: 999 104). The reason why was that the number of iterations when using PCG-split-D for SPD matrix #9 and #10 was 1533 and 1846, respectively. However, when applying PCG-split-D to non-SPD matrix Ex5, the number of iterations was 2929. The non-SPD matrix Ex5 showed 48 828 and 14 475 iterations, respectively, when CG or PCG-D was used to solve system equation. Consequently, the computing time was the shortest since the number of iterations was smaller than CG or PCG-D when solving non-SPD matrix Ex5 with PCG-split-D.

### 6. Conclusions

(1) In this paper, we proposed physical coordinated based 3-node triangular FE, 4-node rectangular FE, and 4-node quadrilateral FE codes according to the Kirchhoff thin plate theory.

(2) FE codes using isoparametric quadrilateral FE and 3-D plate shell FE elements based on the Mindlin-Reissner thick plate theory were also presented.

(3) We found that there would be some errors in the FE codes presented by Semie<sup>(5)</sup> through validation test using a three-node triangular FE codes developed in this paper.

(4) The displacements were compared at the center point of a square plate with four sides fixed and under constant pressure. Three FE codes, which were physical coordinated based 3-node triangular FE, 4node rectangular FE, and 4-node quadrilateral FE program developed based on the Kirchhoff plate theory, showed within a deviation of 0.9% from the theoretical value obtained by the Levy method. Therefore, three developed FEM codes were proved to be adequate to use.

(5) We also presented results using natural coordinates based isoparametric quadrilateral FE and 3-D plate shell FE codes based on the Mindlin-Reissner thick plate theory. The displacement was greater than 8 % of the value obtained by the Kirchhoff thin plate theory. The commercial software LISA analysis results were also compared and it was 16% higher than Kirchhoff's theory without taking shear strain into account.

(6) The coefficient matrix from the actual FEM analysis was a non-SPD matrix. In case of 59 643 DOF non-SPD coefficient matrix, it showed that the calculation time was 1218 sec of the MKL library full-matrix direct solver DGESV, 4.805 sec in sparse PCG-split-D and 0.590 sec in sparse MATLAB '\', respectively, indicating that the sparse solvers were superior to the full matrix solvers. Especially, sparse PARDISO took 0.345 sec.

(7) Sparse solvers showed excellent memory saving and computation speed when coefficient matrix was sparse when solving large system equations.

(8) FGMRES and MGMRES were less likely to diverge than GMRES when solving system equations with non-SPD coefficient matrix. However, according to the characteristics of the coefficient matrix, the number of inner loop and the number of outer loop must be predetermined by the user, and divergence or convergence was determined according to these values. Also, if the iteration number of inner loop was large, the solution vector converged rapidly but the memory to be memorized increased and the memory efficiency decreased. Calculation time was needed more than sparse PCG-D or PCG-split-D.

(9) In the case of the SPD coefficient matrix, the calculation performance of PCG-D and PCG-split-D was similar, but in the case of non-SPD coefficient matrix, PCG-split-D showed faster computation time than PCG-D. In the non-SPD matrix, 59 643 DOF, PCG-split-D was five times faster than PCG-D due to faster convergence.

(10) OCTAVE<sup>®</sup> showed that reading data files was very slower than in MATLAB<sup>®</sup> or FORTRAN.

(11) It showed that PCG-D and PCG-split-D almost were required the same calculation amount per iteration to solve system equations with SPD coefficient matrix. (12) If the coefficient matrix was asymmetric, it showed that it may be happened to inaccurate results or divergency in PCG-D, PCG-split-D and PCG ILU(0). The PCG-ILU( $\tau$ ) using Crout ILU was accurate, but required more memory than ILU(0), which may not be suitable for large-size problem.

(13) Sparse solver was not dependent on the size of the coefficient matrix A but on the number of nonzero of the coefficient matrix A.

(14) In case of system equation with large non-SPD coefficient matrices, it showed that computing times were ordered with PARDISO, MATLAB<sup>®</sup> sparse operator '\' and sparse PCG-split-D in short time order. But, in case of large SPD matrix, for example, 20 000 000 DOF, sparse MATLAB<sup>®</sup> '\', PARDISO, and sparse PCG-split-D exhibited 98 sec, 193 sec, and 5632 sec, respectively.

#### References

(1) Holmström, F., 2001, Structure-acoustic Analysis Using BEM-FEM implementation in MATLAB, M.S. Thesis, Lund University, Lund, Sweden.

(2) Irvine, T., 2011, Plate Bending Frequencies via the Finite Element Method with Rectangular Elements, Revision A.

(3) Irvine, T., 2011, The Natural Frequency of a Rectangular Plate with Fixed-free-fixed-free Boundary Conditions.

(4) Irvine, T., 2011, The Natural Frequency of a Rectangular Plate with Fixed-fixed-fixed-fixed Boundary Conditions Revision B.

(5) Semie, A. G., 2010, Numerical Modelling of Thin Plates Using the Finite Element Method, M.S. Thesis, Addis Ababa University, Addis Ababa, Ethiopia.

(6) Ferreira, A. J. M., 2009, MATLAB Codes for Finite Element Analysis, New York, NY, Springer.

(7) Kwon, Y. W. and Bang, H. 2000, The Finite Element Method Using MATLAB (2nd edition), Boca Raton, FL, CRC Press.

(8) Timoshenko, S. P. and Woinowsky-Krieger, S. 1989, Theory of Plates and Shells, New York, NY, McGraw-Hill. (9) Batoz, J.-L., Bathe, K.-J. and Ho, L.-W., 1980, A Study of Three-node Triangular Plate Bending Elements, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 15, No. 12, pp. 1771~1812.

(10) Batoz, J. L. and Tahar, M. B., 1982, Evaluation of a New Quadrilateral Thin Plate Bending Element, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 18, No. 11, pp. 1655~1677.

(11) Bischoff, M., 2008, Modeling of Shells with Threedimensional Finite Elements, Proceedings of the 6th International Conference on Computation of Shell and. Spatial Structures, pp. 12~15.

(12) Petyt, M., 1990, Introduction to Finite Element Vibration Analysis, Cambridge, England, Cambridge University Press.

(13) Reddy, J. N., 1997, Mechanics of Laminated Composite Plates, New York, NY, CRC Press.

(14) Knight Jr., N. F., 1997, Raasch Challenge for ShellElements, AIAA Journal, Vol. 35, No. 2, pp. 375~381.

(15) Burden, R. L. and Fairs, J. D., 2011, Numerical Analysis (9th edition), Pacific Grove, CA, Brooks/Cole.

(16) Du, L. and Liu, S., 2015, Study on Preconditioned Conjugate Gradient Methods for Solving Large Sparse Matrix in CSR Format.

(17) Burgerscentrum, J. M., 2012, Iterative Solution Methods.

(18) Nikishkov, G. P., 2004, Introduction to the Finite Element Method (Lecture Notes), Aizu-Wakamatsu, Japan, University of Aizu.

(19) Intel, 2014, Intel<sup>®</sup> Math Kernel Library (Version 11.2) Reference Manual.

(20) Frydendall, J., 2009, A Parallel Implementation of a Finite Element Solver, IMM-Technical Report-2009-10, Lyngby, Denmark, DTU Informatics.

(21) Saad, Y., 2003, Iterative Methods for Sparse Linear Systems (2nd edition), Philadelphia, PA, Society for Industrial and Applied Mathematics.

(22) Schenk, O. and Gärtner, K., 2018, Parallel Sparse Direct and Multi-recursive Iterative Linear Solvers User's Guide Version 6.1.0.

(23) Shenk O. and Gärtner, K., 2003, Solving Unsymmetric Sparse Systems of Linear Equations with PARDISO, Preprint Submitted to Elsevier Preprint.

(24) W. Layton and M. Sussman, 2014, Numerical

Linear Algebra, Morrisville, NC, Lulu Press.

(25) Stahel, A., 2014, Numerical Methods.

(26) http://sep.stanford.edu/sep/claudio/Research/Prst\_ ExpRefl/ShtPSPI/intel/mkl/10.0.3.020/examples/solver/ source/dcsrilut exampl2.f.

(27) Burkardt, J., 2019, MGMRES: Restarted GMRES Solver for Sparse Linear Systems, https://people.sc.fsu.edu/ ~jburkardt/m\_src/mgmres/mgmres.html.

(28) Mathworks, 2018, pcg (Preconditioned Conjugate Gradients Method), https://kr.mathworks.com/help/matlab/ ref/pcg.html#f93-998415.

### Appendix

# A study on the applicability of PCG method by the asymmetry of coefficient matrix in system equation

We applied PCG method to SPD coefficient matrix  $\#1 \sim \#16$  (Table 4, Fig. 10) and non-SPD matrix Ex1 ~ Ex5 (Table 5, Fig. 12) similar to symmetric matrix as a whole. And we got solutions within an acceptable accuracy. However, CG or PCG methods should be used with caution when solving system equations with non-SPD matrices other than SPD matrices. We investigated two examples like as followed.

Example 1: In the system equation, Ax = b, if the coefficient matrix A is a general matrix with strong asymmetry.

A =	$\begin{bmatrix} 5\\ 2\\ 0\\ 0\\ 1 \end{bmatrix}$	$     \begin{array}{c}       3 \\       6 \\       2 \\       0 \\       0 \\       0     \end{array} $	$     \begin{array}{c}       1 \\       0 \\       7 \\       0 \\       3     \end{array} $	$7 \\ 0 \\ 3 \\ 4 \\ 0$		,	
$x = \{$	1	1	1	1	1 }	t,	
$b = \{$	22	1	2	12	9	11	$\}^t$

CG, PCG with ILU(0) or PCG with diagonal preconditioner (PCG-D) and PCG with split diagonal preconditioner (PCG-split-D) showed incorrect results but only PCG with Crout version showed correct results (Table A1).

Example 2: If the coefficient matrix is not asym-

metric in the system equation Ax = b,

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 1 & 7 & 6 \\ 3 & 6 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 7 & 3 & 3 \\ 7 & 0 & 3 & 4 & 2 \\ 6 & 4 & 3 & 2 & 7 \end{bmatrix},$$
$$x = \{1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ \}^t,$$
$$b = \{22 \ 15 \ 15 \ 16 \ 22 \ \}^t$$

CG only showed the wrong results (Table A1).

		X(1)	X(2)	X(3)	X(4)	X(5)
Exact sol.		1.	1.	1.	1.	1.
Ex1	CG	3473	-772	1143	-575	-1044
	PCG-D	10 565	-3604	3729	-135 31	3484
	PCG-split-D	10 565	-3604	3729	-135 31	3484
	PCG-ILU(0)	1.012	0.95	0.97	1.12	0.93
	PCG-Crout	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
Ex2	CG	0.998	1.001	1.00	1.01	1.000
	PCG-D	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	PCG-split-D	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	PCG-ILU(0)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	PCG-Crout	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

 
 Table A1 Analysis results of PCG method according to characteristics of coefficient matrix A



Seok-Tae Park, B.S. in Hanyang University, Mechanical Eng., 1984., M.S. in KAIST, Mechanical Eng., 1986., Ph.D. in Ajou University, Systems Eng., 1999. 1986 ~ 1989., KAIST (KIST) Mechanical Eng., researcher. 1989 ~ 1992., Ssangyong

Motor Co., senior researcher. 1993  $\sim$  1999., IAE Automotive Technical Lab. principal researcher. 2000  $\sim$  present, in Chungbuk Health & Science University Assistant Professor. His principal interest is the fields of sound quality index codes programming, noise control, and subjective evaluation, loudspeaker, horn and microspeaker system analysis and design, boundary integral analysis in Acoustics.

# 가속내구에 의한 자동차 내외장재 마찰소음 실험연구 고찰

An Experimental Study on the Friction Noise of Interior and External Automotive Materials by Endurance Test

> 배 상 규<sup>\*</sup>·김 기 선<sup>\*\*</sup>·강 재 영<sup>†</sup> Sang-Kyu Bae<sup>\*</sup>, Key-Sun Kim<sup>\*\*</sup> and Jaeyoung Kang<sup>†</sup>

(Received February 14, 2019 ; Revised April 12, 2019 ; Accepted April 25, 2019)

Key Words: Squeak Noise(스퀵소음), Stick-slip(스틱슬립), Friction Noise(마찰소음), Endurance Test(가속내구)

### ABSTRACT

In this study, we investigated the noise characteristics using the friction curve of an ABS material where surface changes occurred owing to continuous friction using a friction test apparatus. To artificially generate instability, the acceleration and the friction coefficient were measured after 90 000 cycles rubbing at a normal force of 40 N and a velocity of 80 mm/s. The change in the slope according to the coefficient of friction and the slip speed is considered to be an important factor of friction noise and it can be inferred that the slope of the sound is caused by the accelerated durable friction noise. It can be inferred that the moment the slope becomes negative is the endurance life of ABS.

### 1. 서 론

최근 자동차의 경량화와 함께 방청성, 가공성, 내충 격성, 내약품성 및 내마모성에 대한 우수성으로 플라 스틱 재료가 자동차부품 소재로 많은 부분 응용되고 있 다. 이러한 플라스틱의 사용증가와 함께 자동차의 플 라스틱화에 따른 많은 연구가 활발히 추진되고 있다. 또한, 자동차는 단순히 교통수단으로서의 역할 뿐만 아니라 정숙성, 승차감에서 안락함 등 감성품질이 요 구되고 있으며, 차량의 무게를 경량화하면서 실내소음 을 저감시키고자 많은 연구가 활발히 진행되고 있다. 최근 엔진의 고출력화와 연비절감 차원의 경량화가 진 행되고 있지만, 필연적으로 소음의 증대를 초래하게 되고 특히 저주파 소음이 실내소음을 증가시켜 클레임

E-mail : kangj@inha.ac.kr

- \* Member, Chungnam Technopark
- \*\* Member, Division of Mechanical and Automotive Engineering, Kongju National University

의 원인이 되고 있다. 이러한 자동차 실내소음의 증가 현상은 승객들의 요구인 정숙성 추구에 역행하는 현상 으로 최근 이에 대한 대책이 급속히 대두되고 있는 실 정이다.

접촉한 두 물체의 상대운동의 결과로 이들 재료의 마찰이 발생하며, 진동과 소음을 유발하는 매우 중요한 원인이 된다. 마찰소음 현상은 자동차의 내구 감성품 질을 결정하는 매우 중요한 요소이다. 따라서 마찰에 의한 진동 소음의 발생 원인과 이를 제어하기 위한 노 력은 과거부터 현재에 이르기까지 끊임없는 연구의 대 상이 되어왔다.

상대운동에서 발생하는 마찰력은 두 물체의 물리적 특성 및 복합 환경적인 요소의 영향을 받는다. 그 외 실험 방법의 조건 변화에 따라 다르게 측정될 수 있으 며, 많은 인자들에 의해 변화되는 특성을 지닌다.

- Recommended by Editor Jun Hong Park
- © The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup> Corresponding Author; Member, Department of Mechanical Engineering, Inha University

<sup>#</sup> A part of this paper was presented and selected as one of best papers at the KSNVE 2019 Annual Spring Conference.

이와 관련된 최근의 연구로서 Woo<sup>(1)</sup>는 마찰소음은 마찰초기에는 발생하지 않고 마모가 어느 정도 진행 된 이후 발생하며, 마모가 충분히 진행된 이후에는 마 찰력의 크기나 소음이 거의 일정하다고 한다. 또한 마 찰소음은 stick 이후 slip이 일어날 때 발생하며 마찰에 의한 squeak 소음의 주된 요인이라고 밝히고 있다. 마 찰에 의한 소음이 stick-slip 현상에 의한 것이기 때문에 마찰조건을 stick-slip 영역에서 stick 영역으로 바꿔주 면 소음을 제어할 수 있다고 판단하였다. Kim<sup>(2)</sup>는 건 성마찰음에서 마찰과 진동에 의해 발생하는 마찰소음 은 stick-slip 형태의 동적 불안정성과 관련이 있는 마 찰소음으로서, 마찰기구 전체의 고유진동수와 밀접한 관계가 있는 현상임을 밝힌 바가 있고 이밖에 건성 마 찰음에 관한 연구에서 건성상태에서 발생하는 미끄럼 접촉진동과 마찰소음을 실험을 통해 분석하였다. 특히 마찰소음은 겉으로 보기에 동적으로 안정된 상태에 있 는 마찰 과정 중에서도 발생하는 비교적 폭넓은 주파수 범위의 불규칙한 소음현상이고, 이것은 고유의 마찰현 상보다 기본적으로 내재적인 불규칙한 동적 특성에 기 인한 것이라고 하였다. 소음과 관련된 마찰현상의 동 특성 중에서 특히 중요한 것은 마찰면에 불규칙하게 존 재하는 표면 돌기에 의해 발생하는 마찰 접촉면에 수 직한 미소 진동이라고 밝힌 바 있다.

마찰에 의한 진동 소음 현상에 대해 Jibki와 Chen 등<sup>(3,4)</sup>은 실험을 통해 마찰소음은 마모량 사이의 상관 관계가 존재함을 실험적으로 연구하였고, 또한 Kang<sup>(5)</sup> 은 음의 기울기는 마찰소음의 중요한 인자임을 이론적 으로 검증하였다. Nam<sup>(6)</sup>은 기초 마찰시험을 통해 음의 기울기는 소음의 중요한 인자임을 확인하였으며, 음의 기울기를 고려한 FEM brake squeal 해석<sup>(7)</sup>을 통해 음 의 기울기에 의해 특정한 모드에서 squeal이 발생할 수 있음을 확인하였고, 음의 기울기가 마찰소음에서 매우 중요한 인자임을 연구하였다. 하지만 기존 연구들은 전 단마찰에 의한 접촉소음인 스퀵(squeak)에 대한 체계 적인 연구 및 가속내구에 따른 마찰소음 연구는 매우 부족한 상황이다.

따라서 이 논문에서는 자동차부품에 주로 사용되는 ABS 소재에 대하여 불안정성이 가장 큰 왕복운동 마 찰이음 시험을 통하여 가속내구에 의한 속도에 따른 squeak 소음의 특성, 마찰 곡선의 기울기의 변화가 진 동 특성에 미치는 영향과 예측 방법에 대해 연구하고 자 하였다.

### 2. 본 론

### 2.1 이론적 배경

이 연구에서는 가속내구 시험시 발생하는 음의 기울 기 특성을 연구하고자 하였다. 음의 기울기는 마찰소음 의 주요 메커니즘으로 마찰속도의 변화에 따른 마찰계 수의 변화에 의해 나타난다. Fig. 1은 음의 기울기에 따 른 불안정성을 보여주는 단순 슬라이딩 모델이다<sup>(8)</sup>.

Fig. 1의 슬라이딩 모델에서 식(1)과 같은 진동방정 식으로 표현할 수 있다.

$$M\frac{d^2x}{dt^2} + kx = \mu P \tag{1}$$

Fig. 2는 마찰속도에 따른 마찰계수 변화를 나타내 는 마찰곡선을 나타낸다.

Fig. 2에서 특정구간의 마찰속도 (*v*<sub>0</sub>, *μ*<sub>0</sub>)에서 선형 화한 직선을 식(2)와 같이 할 수 있다.

$$\mu(v) = \mu_0 + \lambda \left( v - v_0 \right) \tag{2}$$

여기서 λ를 (v<sub>0</sub>, μ<sub>0</sub>) 점에서의 마찰계수 기울기라고 하 며, 식 (3), 식 (4)와 같다.



Fig. 2 Friction curve

$$\lambda = \frac{d\mu}{dv} \bigg|_{v = v_0} \tag{3}$$

$$\mu_0 = \mu\left(v_0\right) \tag{4}$$

마찰계수-속도 선도에 의해 나타난 식(2)를 식(1) 에 대입하면 마찰계수와 슬라이딩 속도의 영향을 받 는 방정식(5)와 같다.

$$M\frac{d^2x}{dt^2} + \lambda P\frac{dx}{dt} + kx = (\lambda v_0 - \mu_0)P \qquad (5)$$

식 (5)에서 마찰곡선의 기울기 λ의 기울기가 음수가 되면 시스템이 불안정하여 마찰소음으로 발현된다.

#### 2.2 실험 장치

이 연구의 실험장치는 재료 마찰 이음 시험기를 사 용하여 데이터를 측정하였다. Fig. 3은 실험장치의 구 조도를 나타낸다. Carrier와 carriage의 끝단에 시험소 재를 부착시킨 후, carrier 작동기의 코일에 전류를 인 가하여 수직력을 제어하며, carrier 작동부는 판스프링 으로 연결되어 carriage holder에 부착시킨다. Sliding carriage는 모터에 의해 속도 및 변위가 제어되고 좌, 우 운동을 하면서 두 재료간의 마찰을 유도하였다.

Carrier에 와전류센서로 마찰력과 마찰계수를 측정 하고, 가속도 센서를 부착하여 두 재료간의 마찰에 의 한 진동을 계측하여 가속도를 측정하였다.

Fig. 4는 마찰계수 계산을 위한 모델이다.

마찰접촉을 하고 있는 시스템에서 마찰력, 마찰계수 와 수직항력과의 관계는 식(6)과 같이 나타낸다.



Fig. 3 Structure of test equipment

$$F_R = \mu \times F_N \tag{6}$$

여기서 F<sub>R</sub>는 마찰력, µ는 마찰계수, F<sub>N</sub>은 수직항력이 다. 그리고 판 스프링에 작용하는 횡하중 마찰력(F<sub>R</sub>) 은 식 (7)과 같이 나타난다.

$$F_R = k \times x \tag{7}$$

여기서 k는 스프링상수, x는 벤딩에 의한 변위량이 며, 와전류 센서로 계측된 값이다. 힘의 평형에 따라 식 (6)과 식 (7)을 정리하면 다음과 같이 마찰계수를 구 할 수 있다.

$$\mu = \frac{k \times x}{F_N} \tag{8}$$

즉, 마찰계수는 횡하중 마찰력/수직항력으로 정의 할 수 있다.

Fig. 5는 실험장치의 블록 다이어그램을 나타낸다. 전원을 공급하여 재료마찰 시험기를 구동하고 가속 도센서, 와전류센서 등으로부터 마찰계수, 가속도 값 을 계측하고, 가속도에 대한 FFT분석을 통해 마찰소 음의 영향을 분석하고자 하였다.

### 2.3 실험 조건 및 실험방법

실험환경은 습도 20 %, 온도 25 ℃ 조건에서 측정 하였으며, 시편은 자동차 내장재로 많이 사용되는 ABS 재질로 carriage 소재는 70 mm × 60 mm, spring 소 재는 50 mm × 25 mm의 시편을 사용하였다.

전동기는 servo motor를 사용하여 컴퓨터와 연계 하여 프로그램으로 제어하였다. 측정 장비의 spring 측면에 와전류센서를 부착하여 마찰력을 측정하고, carrier의 끝단에 가속도 센서를 부착하여 진동을 측 정하였으며, sampling rate는 6400 Hz로 하였으며,



Fig. 4 Model for friction coefficient calculation



Fig. 5 Block diagram of the test equipment



rig. V rest mode of metion hoise

sensitivity는 calibration값을 사용하였다.

시험조건은 독일 자동차산업협회 VDA230-206 규 격에 따라 friction force는 10 N, 이송거리는 20 mm 로 하였다. Fig. 6과 같이 속도는 5 mm/s ~ 30mm/s 범 위에서 5 mm/s로 증가 및 감소시키며 각 속도구간마 다 3회씩 반복하여 시험하였다. Fig. 7은 속도 30 mm/s 구간에서의 마찰계수, 가속도의 그래프를 나타낸다.

가속내구 시험 전 상태인 0 cycle에서 90 000 cycle 까지 가속내구 시험을 진행하였으며, 5000 cycle, 20 000 cycle, 45 000 cycle, 65 000 cycle 구간에서도 마찰계 수와 가속도의 마찰이음 특성을 연구하기 위하여 Fig. 6 의 시험모드로 마찰소음 시험을 실시하였다.



Fig. 7 Friction coefficient and acceleration relationship at  $t = 73 \text{ sec} \sim 78 \text{ sec}$ 

마찰소음을 측정하기 위하여 인위적으로 소재에 마 모를 일으켜 소음을 발생시키기 위해 가혹 조건인 normal force 40 N, 속도 80 mm/s로 하여 가속내구 시험 을 실시하였으며, 소음을 직접 확인할 수 있었던 90 000 cycle까지 실험을 진행하였다.

#### 2.4 실험 결과

이 논문에서는 재료 마찰 이음 시험기를 사용하여 시 스템의 불안정을 인위적으로 발생시키기 위하여 마찰 력 40 N, 속도 80 mm/s로 90 000 cycle까지 마찰시켰 다. 가속 및 와전류센서를 계측하여 마찰계수로 환산 하였으며, 이 때 양의 기울기가 발생하는 속도와 음의 기울기가 발생하는 속도에서 기울기의 변화가 마찰에 의한 소음진동에 어떠한 영향을 미치는지 연구하였다.

가속내구가 소음에 미치는 민감도 및 마찰표면의 변 화가 마찰계수 및 소음진동의 동적변화에 미치는 영향 을 고찰해 이 결과 다음과 같은 각각의 특성을 발견할 수 있었다.

가속내구에 의한 마찰소음을 3 cycle 반복 시험결과 60 000 cycle에서 약하게 소음이 발생하는 것을 확인할 수 있었으며, 90 000 cycle의 return mode에서 소음이 확실하게 발생하는 것을 확인할 수 있었다. Fig. 8은 마 모가 없는 초기 상태에서는 가속도의 변화가 -0.14 g ~0.13 g로 큰 변화가 없지만, 45 000 cycle 내구시험 이 후 가속도는 -1.1 g~1.8 g로 약간의 변화가 감지되었 다. 90 000 cycle에서는 가속도의 변화가 -1.7 g~4.1 g 로 큰 폭으로 변화하는 모습을 볼 수 있었다. 마찰에 의 해 소음이 발생할 때 나타나는 시스템의 불안정성을 가 속도가 감지하여 센서의 변위가 급변하게 되는 시점에 서 소음이 발생되는 시점으로 판단할 수 있다.

Fig. 9는 마찰소음 특성이 확실하게 나타나는 90 000 cycle 내구시험 후 속도 10 mm/s, 20 mm/s, 30 mm/s 에서의 가속도 및 마찰계수와의 특성을 분석하였다. 속도 10 mm/s에서 가속도 및 마찰계수는 일정한 간격 폭을 유지하고 있어 소음에 영향을 주지 않는 것을 알 수 있다. 속도 20 mm/s에서는 return 모드에서 가속 도 및 마찰계수의 변화가 발생하여 소음이 발생하는 것 을 확인할 수 있었으며, 속도 30 mm/s의 return mode 에서 가속도 및 마찰계수가 큰 폭으로 변화하여 소음 이 발생하는 것을 확인할 수 있었다.

가속내구가 소음의 미치는 상관관계를 확인하기 위 하여 소음을 발생시켰으며, Fig. 10은 소음이 가장 크 게 발생하는 속도 30 mm/s 구간에서의 마찰소음을 계



측하여 0 cycle과 90 000 cycle에서의 FFT 분석을 통 해 주파수에 따른 소음의 크기를 나타낸 결과이다. 0 cycle에서는 마찰소음이 없는 작동소음이며, 이 작동 소음은 마찰이 발생하지 않을 때 모터 등의 시스템 소 음이다. 이 작동소음과 비교하여 90 000 cycle에서 발생 하는 소음은 마찰에 의한 소음임을 확인할 수 있었다.

Fig. 11(a)의  $\mu - v$  선도는 속도 30 mm/s을 중심으로 마찰계수의 변화는 미끄럼 속도가 증가할수록 감소하는 음의 기울기를 보이고 있다. 내구시험 이전 0 cycle (a곡선에서  $\lambda$ 는 속도 30 mm/s을 중심으로 양측에서 양의 기울기를 나타내고, 45 000 cycle 내구시험 이후 (b곡선에서 5 mm/s~25 mm/s 구간에서 양의 기울기가 25 mm/s~30mm/s 구간에서 음의 기울기를 나타내며, 90 000 cycle 내구시험 이후 ⓒ곡선에서는 5 mm/s~ 10 mm/s 구간에서  $\lambda$ 는 양의 기울기가 10 mm/s~30 mm/s 구간에서  $\lambda$ 는 음의 기울기가 형성되는 것을 알 수 있다. 또한, 음의 기울기를 나타내는 속도 구간에서 소음이 발생하는 것을 직접 확인할 수 있었다. 음의 기 울기는 마찰소음 메커니즘으로 마찰 시스템을 불안정



Fig. 9 Acceleration and friction coefficient by speed in 90 000 cycle





하게 하는 요소로 잘 알려져 있다.

Fig. 11(b)의 RMS-v 선도는 속도에 따른 진폭의 평 균값 RMS값으로 나타낸 그래프이며, 속도가 30 mm/s 일 때 90 000 cycle 내구시험 이후 ⓒ곡선의 값은 1.23, 내구시험 이전 0 cycle ⓐ곡선의 값은 0.03으로 약 42 배의 차이가 발생되어 ⓒ에서 RMS값이 크게 발생하고 이는 실제 소음이 관측되어 마찰소음에 영향을 주는 것 을 확인할 수 있었다.

가속내구 cycle이 증가할수록 속도에 따른 마찰계수 기울기  $\lambda$ 는 어느 순간 값이 (-)로 변하게 되는데, 이 때 시스템의 불안정으로 squeak이 발생하게 된다. Fig. 12 는 90 000 cycle에서 기울기의 변화가 가장 큰 구간인







Fig. 13 RMS according to acceleration duration (V = 30 mm/s)

속도 20 mm/s에서의 가속내구 cycle별로 기울기를 나 타낸 것이다. 마찰계수 기울기는 45 000 cycle까지는 완 만한 양의 기울기를 보이다가 이후 급격히 감소되고 있 으며, 0이 되는 지점인 51 000 cycle에서 음의 기울기가 시작되어 소음이 발생되는 시점이라는 것을 예측할 수 있었다.

Fig. 13은 속도 30 mm/s에서 가속내구 cycle별 RMS 값의 변화추이를 나타낸다. 20 000 cycle ~ 40 000 cycle, 70 000 cycle ~ 90 000 cycle 구간에서 급격하게 상승하 는 현상을 확인할 수 있었다.

### 3. 결 론

이 논문은 가속내구에 의한 재료 간의 마모에 따른 마찰계수를 계측하였고 마찰계수-속도의 기울기의 변 화에 따른 소음진동 특성을 분석하여 다음과 같은 결 론을 얻을 수 있었다. (1) 미끄럼 거리가 증가하면서 마찰소음이 발생하는것을 확인할 수 있었다.

(2) 미끄럼 거리가 증가하면서 마찰계수와 속도 곡 선에서 음의 기울기가 발생하며 51 000 cycle부터 음 의 기울기가 시작되어 소음진동이 발생하고 있는 것을 확인할 수 있었다.

(3) 마찰계수와 미끄럼 속도에 따른 기울기 변화는 마찰소음의 매우 중요한 인자이며, 음의 기울기가 가속 내구 마찰소음의 원인임을 유추할 수 있었다.

이러한 결과를 바탕으로 차후에 플라스틱-가죽 등 이종 재질, 온도 환경조건에서의 마찰이음 특성을 연 구할 예정이며, 마찰에 의해 소음이 발생되는 부위의 소재변경 및 엠보싱 적용 등을 통해 마찰소음을 줄일 수 방안을 제안하는 자료로 활용할 수 있을 것이다.

### 후 기

이 논문은 2018년 산업통상자원부의 창의산업거점 기관지원사업의 지원을 받아 수행된 연구결과임(R00 03581).

### References

(1) Woo, J., 2016, A Study on Relationship between Tribological Properties and Noise in Stick-slip Friction, Master's Thesis, Sungkyunkwan University, Seoul, Korea, pp. 41~42.

(2) Kim, C., 1984, A Study on Dry Friction - Induced Sound - An Experimental Study on Vibration and Noise during Sliding of Dry Metal Surfaces, Transactions of the Korean Society of Mechanical Engineers, Vol. 8, No. 6, pp. 591~598.

(3) Jibiki, T., Shima, M., Akita, H. and Tamura, M., 2001, A Basic Study of Friction Noise Caused by Fretting, Wear, Vol. 251, No. 1-12, pp. 1492~1503.

(4) Chen, G., Zhou, Z., Philippe, K. and Leo, V., 2001, Effect of Surface Topography on Formation of Squeal under Reciprocating Sliding, Wear, Vol. 253, No. 3-4, pp. 411~423.

(5) Kang, J., 2012, Effect of Friction Curve on Brake Squeal Propensity, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 22, No. 2, pp. 163~

#### 169.

(6) Nam, J. and Kang, J., 2012, A Basic Experimental Study on the Squeak Noise Using the Pin-on-disk, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 22, No. 8, pp. 736~741.

(7) Nam, J. and Kang, J., 2012, Unstable Brake Pad Mode due to Friction-velocity Slope, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 22, No. 12, pp. 1206~1212.

(8) Baek, J., 2017, FEM Analysis and Experimental Investigation of the Friction Noise about the Various Friction Condition, Master's Thesis, Kongju National University, Gongju, Korea, pp. 7~8.



Key-Sun Kim is a professor in the Department of Mechanical & Automotive Engineering, Kongju National University, Cheonan. His field of specialization are Design of the component manufacturing process of the car.



Jaeyoung Kang is a professor in ME, INHA University. He received his Ph.D degree in ME from Purdue University, 2008. His research interests include friction noise, structural vibration and space flight dynamics.



Sang-Kyu Bae is working as a team manager at the Automotive Center of Chungnam Technopark and completed his Ph.D. in Mechanical Engineering at Kongju National University.
# Development of High Performance Computing Codes in Direct Boundary Element Method Using Hybrid Method Combined with CPU and GPU

CPU와 GPU를 이용한 혼성 방법을 이용한 고속 직접 경계 요소법 개발

Seok-Tae Park<sup>†</sup>

박석태\*

(Received February 14, 2019 ; Revised March 28, 2019 ; Accepted April 12, 2019)

Key Words : Acoustic Boundary Element Method(음향 경계 요소법), Basic Linear Algebra Subprograms(BLAS, 기본 선형 대수 부프로그램), CUDA(Compute Unified Device Architecture, 쿠다), CuBLAS, Linear Algebra Package(LINPACK, 선형 대수 패키지), Linear Algebra Package(LAPACK, 선형 대수 패키지), Graphics Processing Unit(GPU, 그래픽 연산 장치), Vector Processing(벡터 연산), OpenACC(Open Accelerators, 개방형 가속기), OpenBEM (개방형 경계요소법), OpenMP(Open Multi-processing, 개방형 다중 연산), Parallel Processing(병렬 연산)

### ABSTRACT

Various techniques have been proposed to shorten the analysis time of the traditional acoustic direct boundary element method. The overall analysis time can be reduced by vector operations and parallel operations. When constructing the system equation, unnecessary repetitions were reduced and modified separately to increase the analysis speed. To solve the system equations, computation speeds for each case to run on a CPU were compared using LINPACK-, LAPACK-, and MKL-dedicated libraries. Furthermore, when the system equations were solved by hybrid programming using the CPU and GPU, results that were hundreds of times faster could be achieved than when using multiple CPUs. The system matrix had a complex, asymmetric, dense matrix form; thus, direct solution methods were used. A system matrix equation solver code written by the hybrid method using Fortran and C languages was executed in the CUDA core of the GPU, enabling high-speed operations. The prediction results of the input acoustic impedance of a cone horn using the developed direct boundary element method code were in good agreement with the test results. It was possible to perform an acoustic analysis of several thousand degrees of freedom using the developed acoustic direct boundary element method codes at the time of a cup of tea. When using the acoustic boundary element method codes for calculations over 20 000 degrees of freedom and at 200 frequency points, results could be obtained within a few hours.

#### 요 약

전통적인 음향 직접 경계 요소법에서 해석 시간을 단축하려는 여러 가지 방법들을 시도하였다. 벡터 연산, 병렬 연산 등을 통하여 전체적인 해석 시간을 줄일 수 있었다. 시스템 방정식을 구성할 때에 불필

<sup>†</sup> Corresponding Author; Member, Dept. of Academic Affairs, Chungbuk Health and Science University E-mail:stpark@chsu.ac.kr # A part of this paper was presented at the KSNVE 2016 Annual Autumn Conference.

Recommended by Editor Won Ju Jeon

© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

요하게 반복되는 부분을 별도로 처리하여 해석 속도를 증가시켰다. 시스템 방정식의 해를 구하기 위해 CPU에서 실행하도록 LINPACK, LAPACK 그리고 MKL 전용 라이브러리를 사용하여 각각의 경우에 대한 계산속도를 비교하였다. 또한, CPU와 GPU를 사용하는 혼성 프로그래밍을 하여 시스템 방정식의 해를 구할 때에 기존의 다중 CPU를 사용한 경우보다 수백 배 이상 빠른 결과를 얻을 수 있었다. 시스템 행렬이 복소, 비대칭 그리고 꽉찬 행렬형태를 갖고 있어서 직접 해법을 사용하였다. 포트란 언어와 C 언어를 사용하 여 혼성으로 작성된 시스템 행렬 방정식 해법을 GPU의 CUDA 코어에서 실행시켜 고속 연산을 할 수 있었 다. 개발한 직접 경계 요소법 코드를 사용하여 콘 혼의 입력 음향 임피던스를 예측한 결과는 시험결과와 잘 일치함을 나타냈다. 개발한 음향 직접 경계 요소법 프로그램을 사용하면 차 한잔 마실 시간에 수천 자유도 의 음향 해석이 가능하다. 20000 자유도 이상 그리고 200개 주파수 점에서 계산하는 음향 경계요소 문제 들도 수 시간 내에 가능함을 나타냈다.

#### 1. Introduction

Park<sup>(1)</sup> analyzed a loudspeaker enclosure system with 1786 boundary element(BE)s and 1609 nodes using a commercial acoustic boundary element method (BEM) program in 2005. In conventional direct BEM, the coefficient matrix of the system equation is dense, asymmetric, and requires a large amount of computation. Acoustic analysis was performed at 29 center frequency points in the 1/3 octave band center frequency between 31.5 Hz and 20 000 Hz.

The analysis time for one frequency point was 12 hours and 50 minutes, which took 15 days to obtain the acoustic response curve of the loudspeaker enclosure at all 29 frequency points. In order to reduce the number of boundary elements to be used for acoustic modeling, the loudspeaker part was modeled so that the maximum side length of the boundary element was 0.7 cm, but the enclosure part had a maximum side length of 10 cm. When applying the 1/6wavelength rule, only the analysis result was meaningful up to 8000 Hz with respect to the loudspeaker and below 600 Hz with respect to the enclosure. Thus, the acoustic response characteristics of the loudspeaker enclosure system were in no good agreements with the test results. Rather, LEAP® software showed in good agreements with the test results. LEAP<sup>®</sup> required input data like as the loudspeaker's Thiele-Small parameters, enclosure's internal and external dimensions, absorption materials types and its filling ratio, and the location of the speakers in the enclosure. If the maximum element length of the enclosure could be modeled to be less than 0.7 cm so that the upper frequency limit was up to 8000 Hz, it could be assumed that the predicted results of the acoustic response characteristics could be accurate ones compared to test ones. However, it could not be analyzed due to excessive computation time according to an increase in the number of boundary elements. To analyze the acoustic response of the loudspeakers used for home audio, microphones mounted on the mobile phone, and the head acoustic transfer function, it should be analyzed with the analysis frequency range of 400 Hz ~ 20 000 Hz and 100 frequency points.

Therefore, the number of boundary elements necessary for BE modeling also needed from several thousands to tens of thousands. The calculation ability of PC (personal computer) used was considered impossible to perform acoustic analysis with BEM at that time. In 2013, Kirkup<sup>(2)</sup> analyzed the input acoustic impedance of a rectangular shape acoustic horn used in a PA (public address) array using a three-dimensional acoustic BEM. Using the acoustic BEM program<sup>(2,3)</sup> developed by himself, he reported that the number of elements used was 2189 and the analysis time per one frequency point was 23 min. In 2014 Park et al.<sup>(4)</sup>, to obtain the input acoustic impedance of the conical horn, they made the acoustic impedance head using the piezo exciter proposed by Benade. This device was used to measure the sound pressure simultaneously from two microphones. The input acoustic impedance of the conical horn was derived by a

signal processing technique using the wave decomposition theory proposed by Seybert et al. The larger the cone angle, the more accurately the input acoustic impedance was predicted by the Leach method than the Lemaitre theory or the modified Lemaitre formula. The input acoustic impedance of the conical horn was estimated using the Leach method.

At that time, the input acoustic impedance of the horn was not analyzed by using acoustic BEM. Recently, Vicente<sup>(5)</sup> performed acoustic analysis of a microphone with openBEM<sup>®</sup> operated on MATLAB<sup>®</sup>. The number of boundary elements used was reported about 2000 and the calculation time was about one hour per frequency point. In this papers, we described methods for improving the speed of acoustic analysis in a conventional acoustic direct BEM codes and the usefulness of a high speed acoustic direct BEM program developed<sup>(6,7)</sup>.

# 2. Comparison of Analysis Time for Matrix Multiplication

#### 2.1 Vector Processing Method

In a computer architecture, one arithmetic operation is executed with one instruction, which is called a single instruction single data (SISD)<sup>(8)</sup>. When the length of the register in the CPU is longer than the data length, multiple operations can be performed in one instruction word at a time and this is referred to as SIMD (single instruction multiple data). The SIMD technique is called vector processing. Figure 1 shows the flow of general vector processing<sup>(7,8)</sup>. For example, if the length of single precision real data is 4

	do i=1,r C[i]=4 end do	n A[i]+B[i]		
A[4]	A[3]	A[2]	A[1]	register
+	+	+	+	
B[4]	B[3]	B[2]	B[1]	register
C[4]	C[3]	C[2]	C[1]	register



bytes, data length is 32 bits and the length of the register to be computed is 128 bits, then four real operations are performed at once in one SIMD instruction. Theoretically, SIMD vector computation is four times faster than SISD computation in this case. Depending on the FORTRAN compiler options, it is possible to perform vector operations and speed up the analysis<sup>(7)</sup>.

#### 2.2 Parallel Processing Method

Parallel operation is a technique that uses several CPU cores in the CPU at the same time. OpenMP (open multi-processing) directives can be used to perform parallel operations on multiple cores mounted on a PC. Figure 2 shows a fork-join model that is a parallel computing method<sup>(8)</sup>. OpenMP directives are used to perform parallel operations on a particular interval in program. When the master thread performs sequential operations and then encounters the openMP directive, threads are created in that portion and parallel operations are performed. At the end of the openMP directive, the previously created threads are automatically destroyed<sup>(7,8)</sup>.

Figure 3 shows a simplified code and flow diagram for obtaining a matrix sum using four CPU cores.



Fig. 2 Fork-join model of parallel processing



Fig. 3 Operation using openMP for 4 multi processors

#### 2.3 Calculation with GPU Accelerator

In multiple CPU cores, it can write codes to perform parallel operations using the openMP directive. The latest multi-CPUs are equipped with 20 cores per CPU<sup>(9)</sup>. On the other hand, parallel processing can be done with the openACC (open accelerators) directive in the graphics processing unit (GPU) on the graphics card, and it is executed in the compute unified device architecture(CUDA) cores<sup>(10)</sup>.

The latest graphics card NVIDIA<sup>®</sup> TITAN X based on Pascal architecture has 3840 CUDA cores and 384 bits. Therefore, even if the performance of the CPU core is superior to that of the GPU core, the GPU operation method can be faster than the CPU operation method as a whole.

#### 2.4 Calculation Using FORTRAN Library

LINPACK (linear algebra package) is a FORTRAN library developed by Jack Dongarra et al.<sup>(11)</sup> in 1970. LINPACK computes basic vector and matrix operations using the basic linear algebra subprograms (BLAS) library. LINPACK is further developed by using LAPACK (linear algebra package)<sup>(12)</sup> to order to use CPU cache efficiently. PGI<sup>®</sup> FORTRAN provides the BLAS library and CuBLAS library using CUDA, and Intel<sup>®</sup> Parallel Studio XE (Intel FORTRAN) provides the MKL library. The computation times were compared by performing two matrix multiplication expressions (1) using the methods described in Section 2.1 to 2.4. Fig. 4 shows matrix operation codes and some of the time measurement codes.

$$AB = C \tag{1}$$

Here, the matrices A, B and C are square matrices each having a size of  $m \times m$ .

In Fig. 5, The matrix multiplication calculation times according to matrix sizes were compared. The PC specification used was Intel<sup>®</sup> i7 4790K@4.0 GHz, 32 GB RAM and the operating system was Windows 7 64 bit. PGI<sup>®</sup> FORTRAN compiler was used. In Fig. 5, standard means that the code in Fig. 4 was used. This result was obtained by using compiled executable file

without options of vector and parallel operations. OpenMP shown in Fig. 5 was the result by using compiling and executing the code that contained the code that declared the openMP directive shown in Fig. 3 to be allocated before and after DO LOOP in Fig. 4. BLAS in Fig. 5 meant that a BLAS level 3 function "sgemn" performed a matrix × matrix operation instead of the code in DO LOOP in Fig. 4 and compiling with BLAS library when compiling with PGI<sup>®</sup> FORTRAN. OpenACC in Fig. 5 meant that the GPUaccelerated codes in Fig. 6 using openACC directives were used instead codes of Fig. 4. Intel MKL library meant the same code as BLAS in PGI<sup>®</sup> FORTRAN compiler. And it showed computing time results from a hybrid compilation of a mix of Intel<sup>®</sup> FORTRAN

call cpu_time(t1)
DO I=1, M
DO J=1, M
C(I,J) = 0
DO K=1, M
C(I,J) = C(I,J) + A(I,K) * B(K,J)
ENDDO
ENDDO
ENDDO
Call cpu_time(t2)
WRITE(*,*) 'Elapsed time standard matrix mul. : ',
t2-t1, ' sec'

Fig. 4 Codes for standard matrix multiplication,  $A(m,m) \times B(m,m)$  and elapsed time check



Fig. 5 Comparison of calculation time for matrix multiplication according to matrix sizes

MKL libraries instead of PGI<sup>®</sup> FORTRAN's BLAS library when compiling with PGI<sup>®</sup> FORTRAN. PGI CuBLAS, which showed the fastest calculation time when the matrix size was more than 5000, used the CUDA function "CuBLASsgemm" instead of the codes in DO LOOP of Fig. 4. This was the result of compiling and linking with the cusolver library in PGI<sup>®</sup> FORTRAN. In Fig. 5, the calculation time of the matrix multiplication 5000 × 5000 using the CUDA GPU, PGI CuBLAS, was 0.27 sec, and the time calculated by the CPU as the standard was 1117.2 sec, which was 4138 times faster than standard.

The matrix multiplication calculation time of  $3000 \times 3000$  or less was shorter than that of PGI<sup>®</sup> CuBLAS. The reason for this was that when using PGI<sup>®</sup> CuBLAS, it involved transferring CPU RAM data to GPU RAM and then calculating in GPU RAM and transferring results back to CPU RAM. Thus, Intel MKL library was effective when matrix size was small or computation time was short.

# 3. Time Ratio Analysis of Traditional Direct BEM Analysis Parts

As mentioned in Section 1, acoustic direct BEM had a disadvantage of long analysis time. In order to shorten the analysis time, it was necessary to find the time ratio at which each part of the acoustic BEM

call cpu_time(t1)
!\$acc data
!\$acc kernels loop
DO I=1, M
DO J=1, M
C(I,J) = 0
DO K=1, M
C(I,J) = C(I,J) + A(I,K) * B(K,J)
ENDDO
ENDDO
ENDDO
!\$acc end data
Call cpu_time(t2)
WRITE(*,*) 'Elapsed time by openACC. : ', t2-t1

Fig. 6 Codes for matrix multiplication by using openACC,  $A(m,m) \times B(m,m)$  and elapsed time check

code contributed to the analysis. It was possible to shorten the overall analysis time by improving the component with the longest analysis time. The BEM codes proposed in this papers were based on the direct BEM codes proposed by Wu<sup>(13)</sup>. The acoustic BEM analysis process could be divided into four parts. Fig. 7 showed a flow chart of a conventional acoustic BEM. (1) preprocessing part of input data, (2) formation part that constructs a global coefficient matrix A from element coefficient vectors and a righthand side vector b, (3) solving part to solve the system of equation, (4) field points part that calculates the sound pressure at arbitrary field points in space, and so on. The short cone horn was modeled to estimate the calculation time at each part. The length of the short cone horn was 136 mm, the throat diameter was 18 mm, the mouth diameter was 90 mm, the cone angle was  $27.9^{\circ}$ , and the thickness was  $5 \text{ mm}^{(4)}$ . PC used was called PC1, Intel Core2 Duo T7200@ 2 GHz, 2 GB RAM with Windows XP with 32 bit. A program compiled BEM codes presented by Wu<sup>(13)</sup> was called Ver0, which was executed on PC1. The calculation time of each part according to the number of boundary elements used for short cone horn modeling was shown in Fig. 8, respectively.

In Fig. 8, formation (marker:  $\Delta$ ) and solving part (marker:  $\Box$ ) took up most of the computation time.



Fig. 7 Flow chart of acoustic boundary element method



Fig. 8 Percent ratio of analysis time according to numbers of element for short cone horn performed on Intel Core2 Duo T7200@2 GHz, 2 GB RAM with Windows XP with 32 bit, based on Ver0

When the number of boundary elements used in the modeling of cone horn was larger than 4736, the solving part dominated more than 50 %. Therefore, in order to shorten the calculation time in the conventional direct BEM analysis, it was firstly necessary to lower the calculation time of the solving part.

# 4. Procedures of High Performance Computing in Traditional Direct BEM

In this papers, we developed and improved traditional acoustic direct BEM codes by changing the method of solving the system equation to improve the speed of calculation of the solving part. And also it was suggested the method to modify or omit the loop part which was unnecessarily repeated in the formation part.

# 4.1 Calculation Speed Improvement in Solving Part

The comparisons of the computation time of the solving part of the developed acoustic BEM program were shown in Fig. 9 and Table 1, respectively. Table 1 showed the calculation time of the solving part according to the number of elements. The object to be analyzed was the short cone horn de-



Fig. 9 Comparison of calculation time of solving part of BEM according to numbers of node performed on Intel i7 4790K@4 GHz, 32 GB RAM and GTX 980 with Windows 7 with 64 bit

 
 Table 1 Comparison of calculation time of solving part for cone horn according to no. of elements (Unit: sec)

No. of elements	No. of nodes	Ver0	Ver1	Ver4
1806	905	9.76	0.22	0.02
2146	1075	16.17	0.42	0.03
2828	1416	36.78	1.00	0.05
4736	2370	171.47	5.26	0.10
6854	3429	516.84	16.44	0.17
8580	4292	1013.75	32.32	0.27
11 374	5689	2358.06	75.83	0.45
24 728	12 366	24 137.97	772.10	2.75

scribed in Section 3. The reason why the *x*-axis was the number of nodes instead of the number of elements was that the degree of freedom of the system equation of BEM was equal to the number of nodes. In order to implement high speed operation and improve memory limit, it was changed the PC from Intel<sup>®</sup> Core<sup>TM</sup> 2 Duo T7200 with Windows XP to Intel<sup>®</sup> i7 4790K@4 GHz 32 GB with Windows 7 Enterprise K based on 64 bit equipped with a GTX 980 GPU card. The following four cases were applied to the solver of the system equation.

#### (1) LINPACK: using QR factorization subroutines

in LINPACK as solver of system equation in BEM codes, and compiled and linked by PGI<sup>®</sup> FORTRAN compiler, without vector and parallel processing, calculated using CPU only, Ver1

(2) nopara LAPACK: using QR factorization subroutines in LAPACK as solver of system equation in BEM codes, and compiled and linked by PGI<sup>®</sup> FORTRAN compiler, without vector and parallel processing, calculated using CPU only, Ver2

(3) MKL libr: application of hybrid compiling method that Intel<sup>®</sup> Fortran MKL library with QR factorization subroutine in LAPACK were compiled and linked by PGI<sup>®</sup> FORTRAN compiler with options of parallel processing, calculation using CPU only. It was called Ver3

(4) CuBLAS: QR factorization subroutines, CuSolver library in LAPACK optimized for CUDA was used as a solver in solving part in BEM codes. We utilized CUDA functions to compute in GPU CUDA, but these codes were composed of hundreds of lines of code involved to solve system matrix equation problems with a good combination of these functions. Fortran and C language interface routines were included in the direct BEM code so that C libraries that contained routines for parallel computation using pointers within the GPU using CUDA C code could be used in Fortran codes. It included codes that used Fortran language to perform functions such as data transfer, copying, etc., using various functions that allowed CUDA to process them in parallel. These developed codes were compiled and linked by Intel® Fortran compiler to include Intel® Fortran library and PGI® Fortran library and CUDA C library with the help of pgi mkl thread library. It was used to calculate system matrix equation using GPU CUDA only, Ver4.

In Fig. 9, the number of nodes 12 366 corresponded to the number of elements 24 728. The calculation time was 772.10 sec for Ver1, 93.09 sec for Ver2, 31.00 sec for Ver3 and 2.75 sec for Ver4, respectively. If time ratio was based on CuBLAS, it showed Ver1: Ver2: Ver3: Ver4 = 281: 34: 11: 1. In



Fig. 10 Percent ratio of analysis time according to numbers of element for short cone horn Intel i7 4790K@4 GHz, 32 GB RAM and GTX 980 with Windows 7 with 64 bit, based on Ver4

other words, in BEM solving part, using the BEM codes developed on GPU combined with CuBLAS library as a solving part, the computation speed for the number of nodes 12 366 case showed 281 times faster than using the BEM code proposed by Wu<sup>(13)</sup>. In Ver0, the program proposed by Wu<sup>(13)</sup> was executed on PC1, computing time was 24 138 sec, and Ver4 with CuBLAS on Intel i7 4790K showed 8777 times faster than in PC1.

This fast calculation speed was due to the fact that the Windows XP 32 bit 2 CPU core operation was replaced to the i7 4790K Windows 7 64 bit operation and graphic card GTX 980 Maxwell architecture 256 bit and 2048 CUDA cores, which was a combined effect of speed enhancement. When the number of boundary elements was 2146, Kirkup : Ver0 : Ver4 =  $1380 : 16.17 : 0.03 = 46\ 000 : 539 : 1$  was obtained in comparison to the analysis result of Kirkup<sup>(2)</sup> mentioned in Section 1. In other words, comparing the computation speeds simply ignoring the performance difference of the used PC, Ver4 of CuBLAS showed 46 000 times faster than Kirkup's analysis. The results of calculating time ratio of BEM analysis in Ver4 using CuBLAS were shown in Fig. 10.

The proportion of the solving part in Fig. 8 increased as the number of elements increased, which was 86.5 % when the number of elements was 24 728, but decreased to 1.14 % in the case of Fig. 10 using the Ver4 program which improved the solving part. Instead, the formation part was shown in Fig. 8 and Fig. 10, from 13.4 % to 97.08 %, respectively. Therefore, it was necessary to reduce the calculation time of the entire BEM analysis by increasing the calculation speed of the formation part.

# 4.2 Calculation Speed Improvement in Formation Part

In Fig. 7, the global system matrix A was constructed from element coefficient vectors<sup>(13)</sup>. In this process, the collocation method was applied to the surface Helmholtz integral equation and the boundary integral method was applied to the boundary element method by discretization. In calculating the coefficient vectors, Wu<sup>(13)</sup> used the singularity subroutine to calculate the element coefficient vectors using the connectivity information of the elements for all element numbers if any nodes in the outer loop was equal to node inside of element in inner loop. In this papers, the computation time in the formation part was reduced by checking the singularity in advance and eliminating the unnecessary repetitive calculation of the element coefficient vectors using this data. More details on this may be covered in subsequent articles. The formation part was improved and was called as Ver5. The ratio of calculation time of each part according to the number of boundary elements was shown in Fig. 11, respectively. When the number of elements was 24 718, the proportion of formation part was improved from 97.08 % to 85.50 %.

The input acoustic impedance was calculated by applying a conventional acoustic direct BEM to a short cone horn. Table 2 showed the total analysis time according to the number of elements. The whole BEM analysis time showed 20 times faster than initial BEM by enhancement of both the solving and formation part of the initial BEM program (Ver1) using LINPACK suggested by Wu. In addition, Ver5 showed totally 572 times faster than Ver0 with Intel<sup>®</sup> Core2 Duo T7200 PC. It may be further reduced the computation time by using GPU programming with



Fig. 11 Percent ratio of analysis time according to numbers of element for short cone horn Intel i7 4790K@4 GHz, 32 GB RAM and GTX 980 with Windows 7 with 64 bit, based on Ver5

 Table 2 Total analysis time for short cone horn according to no. of element, (Unit: sec)

No. of elements	Ver0	Ver1	Ver4	Ver5
1806	34.0	1.8	1.6	0.7
2146	49.0	2.6	2.2	0.8
2828	92.0	4.5	3.6	1.3
4736	319.0	14.6	9.4	2.6
6854	818.0	35.4	19.1	5.0
8580	1481.0	61.5	29.5	6.7
11 374	3172.0	127.6	52.2	11.3
24 728	27 936.0	1011.1	241.7	48.8

openAcc or CUDA FORTRAN. It may be topics to be studied in the future.

# 5. Acoustic Analysis for Short Cone Horn

A short cone horn was analyzed using the developed acoustic direct BEM program. In order to utilize the preprocessing and postprocessing programs combined with BEM codes, Helm3D program given by Morgans<sup>(14)</sup> was modified. Also, the developed BEM codes have been modified to be able to be executed with preprocessing and postprocessing software. Postprocessing codes that ran

in MATLAB<sup>®</sup> or OCTAVE<sup>®</sup> were also developed. In direct BEM analysis, non-uniqueness difficulty occurs when analyzing external acoustic problems. The Schenck method<sup>(15)</sup> (or CHIEF, combined Helmholtz integral equations formulation) has known as a simple solution to this problem. In this papers, the nonuniqueness problem was solved by the Schenck method<sup>(15)</sup> in the external sound field analysis. In other words, when solving the external acoustical field problem, we set the CHIEF points in the internal field to zero pressure condition as the constraints to the surface Helmholtz integral equation<sup>(13)</sup>. Therefore, the system equation became an over-determined system which number of given equations were greater than the unknown vector, and the solution was solved by the QR decomposition method. To evaluate the performance of the developed BEM codes, the computational performance was compared by calculating the input acoustic impedance of the cone horn, which was similar to that of Kirkup's<sup>(2)</sup> analysis. Set CHIEF points values be 2, and the number of field points was 181 for calculation in the external field pressure. The size of the global matrix of the solving part became A (m, n) and m = n + CHIEF points, so the solving part must be solved by over-determined equations. The solution was obtained by the least square method using OR factorization, a direct solution method. The object to be analyzed was the short cone horn<sup>(4)</sup> described in Section 3. Table 3 showed the analysis cases for the cone horn.

Dmax represented the length of the longest side of the element in boundary element modeling. The Neumann boundary condition was applied to the throat area as a velocity boundary condition of 1 m/s. The input acoustic impedance<sup>(4)</sup> was the result of the sound pressure obtained at the closest position divided by the volume velocity, which was the throat normal velocity × throat area. Fig. 12 showed model Ex4 meshed using a triangular isoparametric boundary element. Fig. 13 showed the sound pressure distribution on the surface of the short cone horn where the number of elements 6854 and the number of no-

cone angle 27.9°, thickness 5 mm					
	Element Node Dmax (mm				
Ex1	1806	905	30.5		
Ex2	2146	1075	18.9		
Ex3	6854	3429	6.9		
Ex4	42 570	21 287	2.8		

 Table 3
 Simulation model for cone horn, length 136 mm, throat diameter 18 mm, mouth diameter 90 mm.



Fig. 12 Boundary element modeling of short cone horn, 21 287 nodes model, Neumann B.C. velocity, 1 m/s at throat surface



Fig. 13 Pressure contour on surface for short cone horn, frequency: 5218 Hz, 3429 nodes model, Neumann B.C. velocity = 1 m/s at throat surface





des 3429 was analyzed at frequency 5218 Hz.

Using these surface sound pressure results, the sound pressure in a certain field points could be cal-

culated at the field point part. Fig. 14 showed a device for measuring the input acoustic impedance for the short cone horn used in reference [4].

Impedance heads were fabricated by using piezo excited elements in the same manner as Benade et al. as measuring instruments to measure input acoustic impedance. This exciter was used to generate a random sound on cone horn. Since the inner diameter of the corn horn was 18 mm, one end of the tube with an inner diameter of 18 mm was connected to the throat of the cone horn and the mouth part of the cone horn was left under free air. A piezo exciter was installed at the end of the tube, and a piezo exciter was driven using a signal filtered with a lowpass digital filter applied to the random signal so that the maximum frequency of the piezo exciter was 10 kHz. Two 1/4 inch microphones were mounted near the middle of the tube to simultaneously measure the sound pressure inside the tube. The calculated test data was the result of the input acoustic impedance derived by the signal processing method according to the wave decomposition theory proposed by Seybert, as shown by the solid line in Fig. 15.

However, the Seybert theory was a theory that could be applied in plane wave conditions. Since the



Fig. 15 Comparison of input acoustic impedance of short cone horn, blue dash-dot: 905 nodes model, black dashed: 1075 nodes model, red-dotted: 3429 nodes model, red-solid: 21 287 nodes model, blacksolid: test result

diameter of the tube was 18 mm, the tube acoustic wave mode occurred at 9528 Hz or higher, and the condition of the plane wave in the tube was broken. Therefore, the test result was unreliable at frequencies higher than 9528 Hz. In addition, since the critical frequency according to the two microphones intervals was 9270 Hz, test results could be relied on only lower than 9270 Hz with the test equipment manufactured. Below 1000 Hz, the acoustic exciter was not nearly excited at frequency due to the characteristics of the piezo exciter. On the other hand, the test was conducted in a laboratory that was not a completely anechoic chamber, but the result of the input acoustic impedance test obtained by signal processing of the sound pressure data obtained from two microphones obtained in the low frequency region due to the background noise in the laboratory was unreliable. Beyond 7000 Hz, the test results derived from the very small acoustic input signal of the piezo exciter and due to the high frequency limit due to the high frequency mode and microphone spacing in the tube showed no meaningful test results. Therefore, only the test results (solid lines) in the range between 1000 Hz and 7000 Hz in Fig. 15 were meaningful values. Fig. 15 compared the BEM results with the input acoustic impedance (black solid line) obtained by test<sup>(4)</sup>. In Fig. 15, Ex1 model (blue dash-dot) showed a completely different shape from the test result (black solid). In the case of Ex2 (black-dash), the shape was somewhat similar to the test result. According to the 1/6 wavelength rule, Ex1 or Ex2 should give accurate results at frequencies below 1874 Hz. Also, Ex1 ~ Ex4 were expected to have similar acoustic patterns below this frequency range. But, Ex1 and Ex2 showed patterns different from Ex3 or Ex4. The reason for this was as followed. The BEM model of cone horn had a cone shape with a thickness of about 5 mm. For the direct BEM analysis, we modeled the surface of the cone horn to surround it. Then, an external sound field analysis was performed. This modeling was like a shape modeled on a jar or coffee cup. The bottom of the coffee cup became the throat surface of cone horn modeling. The result of dividing the sound pres-

sure near the interior floor of the coffee mug by the volume velocity inside the coffee mug was input acoustic impedance, when the floor surface of the coffee mug vibrated at a constant speed in the frequency range of interest and the outer floor and other surfaces of the coffee mug were stationary. However, in this modeling, when the size of the facing acoustic elements located inside and outside of the coffee cup having a thickness of 5 mm was larger than the thickness of the coffee cup, the distance between the facing acoustic elements was too close comparing to the acoustic element size, singularity problems occurred. Therefore, to resolve these singularity problems, the size of the element should be smaller than the theoretical values. In case of Ex1 or Ex2, it was predicted that the analytical results did not agree well with the test results because the size of the coffee cup, ie, the element size, was significantly larger than the coffee cup thickness. In other words, in the BEM analysis, not only the size of the element but also the distance of the facing element affected the accuracy of the analysis. Therefore, it was predicted that Ex1 and Ex2 did not agree with the test results. Ex3 (3429 nodes, red-dotted) showed good agreements with the test results. BEM analysis results showed better coincident with test results than Leach's method<sup>(4)</sup>. Model Ex4 was similar to



Fig. 16 Sound pressure level according to off-axis for short cone horn, frequency range: 400 Hz ~ 20 000 Hz, 3429 nodes model, Neumann B.C. velocity = 1 m/s at throat surface

that of 3429 nodes model Ex3. Thus, it was not necessary to model the cone horn more finely than Ex3. Fig. 16 showed the sound pressure at a distance of 1 m from the center of throat of the cone horn, which was from the on-axis response(0°) to the offaxis acoustic responses ( $45^{\circ} \sim 180^{\circ}$ ).

Throat surface on model Ex3 was excited with a constant speed of 1 m/s on. Fig. 16 showed the result obtained from the sound pressure calculated at the field points in the far field point part. When the throat part vibrated at a constant speed 1 m/s over the entire frequency range, the sound pressure at 180° off-axis showed the most flat shape. The sound pressure measured at 45 degrees showed a significant re-



Fig. 17 Directivity pattern at 10 960 Hz for short cone horn, 3429 nodes model, 0 means on-axis, from throat to mouth, and it shows dip at 45°.



Fig. 18 Directivity pattern at 16 360 Hz for short cone horn, 3429 nodes model, 0 means on-axis, from throat to mouth

duction in sound pressure at 10 960 Hz. The reason was that the sound radiation pattern at 10 960 Hz (Fig. 17) showed dip due to acoustic radiation characteristics at 45 degrees. In this Section, 361 field points was used to calculate sound pressure levels at field points, which one point was the nearest point at the throat center and points on the circle with radius 1 m centered at throat area center was divided by 1° step. Fig. 18 showed the acoustic radiation directivity pattern of the short cone horn calculated using the sound pressure data calculated at 360 field points for 16 360 Hz. A postprocessing program written in MATLAB<sup>®</sup> language was used to plot directivity pattern.

#### 6. Conclusions

High performance acoustic direct BEM was suggested from a traditional acoustic direct BEM program using a hybrid method combined CPU and GPU libraries. When the input acoustic impedance analysis for short cone horn modeled with 21 287 nodes was performed, the calculation time was about 300 times faster in the solving part than in the BEM codes using LINPACK library presented by Wu. Ignoring the differences in the computer used, the result was 46 000 times faster than the Kirkup's analysis result<sup>(2)</sup> of the BEM problem with a similar number of elements. Also, when the operation of the unnecessary part of the formation part was improved, the total analysis time was totally 20 times faster than the BEM codes proposed by Wu<sup>(13)</sup>. In the case of one frequency on 24 728 elements, the solving part took 2.75 seconds, and the total analysis time was only 48.8 seconds, so it took about 3 hours to calculate the input acoustic impedance of the short cone horn for 200 frequency cases. If data racing problem could be surmounted in the formation part with multi-CPU or GPU operations, faster BEM codes may be suggested in near future. It may be one of the research topics to be tackled in the future. The coefficient matrix of the system equation was dense and asymmetric,

so it was solved by using the direct solution method in this papers. Many researchers have been studied the applications to iterative solution methods of BEM. But, it still may be another research fields to estimate effectiveness of iterative methods and direct methods of direct BEM.

#### Acknowledgements

This papers dealt with the article published at the conference of the Autumn Korean Society for Noise and Vibration Engineering in October, 2016 and the article developed in the journal of the Chungbuk Health and Science University in 2016.

Thanks to Dr. Morgans for providing the Helm3D program that connects CAD program, GID with BEM to enable preprocessing and postprocessing.

#### References

(1) Park, S. T., 2005, Enhanced Approach Using Computational and Experimental Method for the Analysis of Loudspeaker System, Journal of the Acoustical Society of Korea, Vol. 24, No. 3E, pp. 90~98.

(2) Kirkup, S. M., Thompson, A., Kolbrek, B. and Yazdani, J., 2013, Simulation of the Acoustic Field of a Horn Loudspeaker by the Boundary Element-Rayleigh Integral Method, Journal of Computational Acoustics, Vol. 21, No. 1, pp. 1250020-1~1250020-17.

(3) Kirkup, S. M., 1998, The Boundary Element Method in Acoustics, Hebden Bridge, UK, Integrated Sound Software.

(4) Sa, J. S. and Park, S. T., 2014, A Study on the Acoustic Modeling of Horn – Analysis and Design of Acoustic Horn, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 24, No. 7, pp. 537~548.

(5) Henríquez V. C. and Juhl, P. M. 2012, Modelling Measurement Microphones Using BEM with Visco-thermal Losses, Paper presented at Joint-Baltic-Nordic Acoustics Meeting (BNAM2012), June 18th-20th, Odense, Denmark.

(6) Park, S. T., 2016, Development of High Performance Computing in Boundary Element Method, Proceedings of the KSNVE Annual Autumn Conference, p. 68.

(7) Park, S. T., 2016, Development of High Performance

Computing in Acoustic Analysis, Journal of Chungbuk Health & Science University, Vol. 25, pp. 1~20.

(8) Bang, E. J., 2014, Intel Visual Fortran User's Guide, Escomsoft co.

(9) PassMark<sup>®</sup> Software, 2019, CPU Benchmarks, http:// www.cpubenchmark.net.

(10) Wikipedia, 2019, OpenAcc, http://en.wikipedia.org/ wiki/OpenACC.

(11) Dongarra, J. J., Bunch, J. R., Moler, C. B., and Stewart, G. W., 1979, LINPACK User's Guide, Siam, PA, Society for Industrial and Applied Mathematics.

(12) Wikipedia, 2018, LAPACK, http://ko.wikipedia.org/ wiki/LAPACK

(13) Wu, T. W., 2000, Boundary Element Acoustics: Fundamentals and Computer Codes, Southampton, UK, WIT Press.

(14) Morgans, R. C., 2004, Optimisation Techniques for Horn Loaded Loudspeakers, Ph.D Dissertation, The University of Adelaide, South Australia, Australia.

(15) Schenck, H. A., 1968, Improved Integral Formul-

ation for Acoustic Radiation Problem, The Journal of Acoustical Society of America, Vol. 44, No. 1, pp. 41~58.



Seok-Tae Park, B.S. in Hanyang University, Mechanical Eng., 1984., M.S. in KAIST, Mechanical Eng., 1986., Ph.D. in Ajou University, Systems Eng., 1999. 1986 ~ 1989., KAIST (KIST) Mechanical Eng., researcher. 1989 ~ 1992., Ssangyong

Motor Co., senior researcher. 1993 ~ 1999., IAE Automotive Technical Lab. principal researcher. 2000 ~ present, in Chungbuk Health & Science University Assistant Professor. His principal interest is the fields of sound quality index codes programming, noise control, and subjective evaluation, loudspeaker, horn and microspeaker system analysis and design, boundary integral analysis in Acoustics.

# 수소전기차용 공기압축기의 NVH 특성 규명

Identification of NVH Characteristics of Air Compressor for Fuel Cell Electric Vehicles

김 태 호<sup>†</sup>·문 창 국<sup>\*</sup>·황 성 호<sup>\*</sup>·이 종 성<sup>\*\*</sup>·박 건 응<sup>\*\*</sup>· 양 현 섭<sup>\*\*</sup>·하 경 구<sup>\*\*\*</sup>·이 창 하<sup>\*\*\*</sup>

Tae Ho Kim<sup>†</sup>, Chang Gook Moon<sup>\*</sup>, Sung Ho Hwang<sup>\*</sup>, Jongsung Lee<sup>\*\*</sup>, Gun Woong Park<sup>\*\*</sup>, Hyun Sup Yang<sup>\*\*</sup>, Kyoung-Ku Ha<sup>\*\*\*</sup> and Chang Ha Lee<sup>\*\*\*</sup>

(Received February 26, 2019 ; Revised April 30, 2019 ; Accepted April 30, 2019)

Key Words : FCEV(수소전기차), Air Compressor(공기압축기), Gas Foil Bearing(가스 포일 베어링), NVH(소음, 진동, 불쾌함), On-road Test(주행시험)

#### ABSTRACT

This paper evaluates the NVH characteristics of an air compressor for fuel cell electric vehicles (FCEVs) by conducting experimental as well as on-road tests. For the experiment, five eddy-current-type displacement sensors measured the vibration amplitudes of the shaft at the impeller and thrust runner ends, one three-axis accelerometer measured the acceleration of the compressor housing, and one micro-phone placed 1 m away from the test air compressor measured the acoustic pressure during rotor speed-up and coastdown up to 100 k r/min. For the on-road test, the air compressor was installed under the stack frame of a proto-type FCEV. The stack frame supports a fuel cell stack and is fixed on the sub-frame of the FCEV. In addition to five eddy-current-type displacement sensors and one three-axis accelerometer installed in the air compressor housing, two three-axis accelerometers installed on the stack frame and the sub-frame measured their accelerations during FCEV speed-up and break-down up to 115 km/h. One microphone installed 30 cm behind the air compressor recorded the acoustic pressure. All measured displacements, accelerations, and acoustic pressures were analyzed in the frequency domain. The test results revealed that the air compressor has the highest rotor vibrational amplitude and housing acceleration at the maximum rotor speed of 100 k r/min. However, the vibrations of the air compressor are well dampened while transmitteed to the sub-frame of the FCEV.

#### 1. 서 론

수소전기차(fuel cell electric vehicle, FCEV)는 연

료전지에서 수소와 산소의 화학반응을 통해 전기를 생 산한 후 모터를 구동하는 전기자동차의 한 종류이다. 수소는 고압의 수소탱크로부터 공급받는 반면 산소는 대기 중에서 얻는데, 이 연구의 대상인 공기압축기는

Recommended by Editor Jun Hong Park

© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

<sup>\*</sup> Corresponding Author; Member, Mechanical Engineering, Kookmin University

E-mail : thk@kookmin.ac.kr

<sup>\*</sup> Mechanical Engineering, Kookmin University

<sup>\*\*</sup> Member, Hanon Systems

<sup>\*\*\*</sup> Member, Hyundai Motor Company

높은 비출력(단위중량 당 출력), 낮은 동력손실, 그리 고 저중량이 가능한 무급유 터보압축기로서, 대기 중 의 산소를 고효율로 압축하여 연료전지에 공급하는 역 할을 한다.

그러나, 고속으로 회전하는 공기압축기는 내연기관 이 없는 수소전기차의 주요한 진동 및 소음원으로 작 용하여 차량의 NVH(noise, vibration, and harshness) 성능 저하 요인으로 작용할 수 있다<sup>(1)</sup>, 이에 수소전기차 용 공기압축기가 차량에 미치는 진동 및 소음에 관한 연구들이 수행되고 있다. Song et al.<sup>(2)</sup>은 승용 수소전 기차용 공기블로워의 방사소음 저감을 위해 유한요소 해석을 통해 블로워의 케이스 설계를 변화하였다. Kim et al.<sup>(3)</sup>은 수소전기차용 공기블로워의 구조기인진동 및 소음 저감을 위해 실험을 통해 진동의 전달경로를 분 석하였으며, 진동 절연 장치의 강성을 변화시켜 진동을 감소시킬 수 있음을 해석적으로 예측하였다. Sang et al.<sup>(4)</sup>은 공기 공급계의 소음 저감을 위해 개선된 머플 러, 방음 커버, 공기 공급계의 decoupling 방법을 제시 하고 각 방법에 따른 효과를 실험적으로 검증하였다. Tatsuya et al.<sup>(5)</sup>은 리숄므 압축기(lysholm compressor) 와 원심식 압축기(centrifugal compressor)의 방사소음 을 비교하여 원심식 압축기가 소음성능이 우수함을 실 험적으로 검증하였다. 또한, 리숄므 압축기보다 50% 작은 부피로 워심식 압축기 구현이 가능함을 보였다. Yang et al.<sup>(6)</sup>은 수소전기차용 터보 타입 공기블로워의 진동 발생원에 대하여 유한요소 해석 및 단품 시험을 통해 분석을 수행하였으며, 분석 결과 회전축의 1.2차 강체고유진동에 의한 소음이 주요 소음으로 발생하는 것을 확인하였다. Ha et al.<sup>(7)</sup>은 가스 포일 베어링으로 지지되는 수소전기차용 공기압축기에 대하여 연속 운 전 시험, 기동 및 정지 시험, 가진 시험 등을 수행함으 로써 공기압축기의 성능을 파악하였다.

이 논문은 무급유 가스 포일 베어링으로 지지되는 공기압축기의 NVH 특성을 평가 분석하기 위해 공기 압축기의 단품 구동 실험 및 차량 탑재 후 주행 실험 을 통해 진동 및 소음을 측정하고 결과를 분석하였다.

# 2. 공기압축기 단품 실험 평가

#### 2.1 수소전기차용 공기압축기 소개

수소전기차용 공기압축기는 높은 비출력, 무급유 윤 활, 그리고 고속안정성을 확보하기 위해서 가스 포일 베어링을 사용한다. Fig. 1은 이 연구에서 사용된 공기 압축기의 개략도이다. 회전체는 중앙에 영구자석을, 양 끝단에 한 개의 임펠러와 스러스트러너를 갖는다. 임펠러와 스러스트러너 사이에는 두 개의 가스 포일 저널 베어링(gas foil journal bearing, GFJB)이 위치하 며, 스러스트 러너 양면에는 가스 포일 스러스트 베어 링(gas foil thrust bearing, GFTB)이 위치한다. 공기압 축기 전/후방 끝 단에는 회전체의 진동을 측정하기 위 해 90° 간격으로 와류형 변위센서를 설치하였으며, 공 기압축기의 모터하우징 표면에 3축 가속도 센서를 스 러스트러너 가까이 부착하였다.

Fig. 2는 회전체의 단순화된 도면을 보여주며, Table 1은 회전체의 대략적인 동역학적 설계값을 보 여준다. 회전체의 질량과 축방향 길이는 각각 691 g과 198 mm이다.



Fig. 1 Schematic view of air compressor for FCEVs with measurement sensors installed



Fig. 2 Schematic view of air compressor rotor

Table 1 Design parameters of rotor for air compressor

Rotor mass (g)	691
Rotor journal diameter (mm)	25
Rotor axial length (mm)	198
Moment of inertia (polar) (g-m <sup>2</sup> )	0.117
Moment of inertia (transverse) (g-m <sup>2</sup> )	1.839

Fig. 3은 회전체를 지지하는 심(shim)이 적용된 가 스 포일 저널 베어링의 개략도이다. 가스 포일 베어링 의 성능향상을 위해 두 장의 범프 포일(bump foil)을 사용하는 이중 범프포일의 형상을 하고 있으며 상단 탑포일(upper top foil)과 하단 탑포일(lower top foil) 사이에 심포일(shim foil)이 위치한다. 상단 탑포일은 회전축과 사이의 틈새에서 베어링의 유막두께를 형성 하며, 하단 탑포일은 상단 탑포일 아래에서 범프 포일 과 맞닿아 하중을 지지한다. 황성호<sup>(8,9)</sup>는 적용된 가스 포일 저널 베어링의 해석모델, 정/동특성 성능 예측, 및 회전체동역학적 성능 측정 결과에 대해 상세히 기술하 고 있다.

### 2.2 공기압축기 NVH 특성 평가

Fig. 4는 공기압축기의 NVH 특성을 파악하기 위해 진행했던 실험사진이다. 실험은 차량 실험과 동일하게 공기압축기를 반대로 매달아 놓고 고무부시를 장착한 상태로 진행하였으며, 변위, 가속도 센서의 위치 및 종



Fig. 3 Schematic view of gas foil journal bearing for air compressor



Fig. 4 Photo of air compressor test set up for speed-up and coastdown tests

류, 데이터 수집기의 설정은 차량 실험과 동일하게 진 행하였다. 소음은 공기압축기 축 방향 끝부터 1 m 떨어 진 지점에서 측정하였다. 공기압축기의 회전속도는 1 초 동안 100 k r/min(1667 Hz)까지 가속하고, 7초 동 안 지속 구동한 후 구동모터의 전원을 차단하여 관성 정지(coastdown)시켰다. 모든 실험 결과는 정규화(normalization)하여 나타내었다. 센서의 좌표계는 Fig. 4 우 측 하단에 나타내었고, 모든 측정 데이터는 OR-36을 사용하여 수집하였으며, 최대 데이터 취득 주파수(sampling frequency)는 51.2 kHz이다.

Fig. 5는 공기압축기의 회전속도가 증가함에 따라 측정한 임펠러 끝 단과 스러스트러너 끝 단에서 회전 축 궤적 진동변위를 베어링 윤활틈새로 정규화한 무 차원수로 보여준다.

일반적으로 회전속도가 증가함에 따라 진동변위가 증가하며, 최대 진동변위는 회전속도가 100 k r/min일 때, 스러스트러너 끝 단에서 발생한다. 참고로 슬리브(저 널) 베어링으로 지지되는 회전기기의 허용 진동변위를 제시한 국제규격인 ISO10816-7에 따르면 측정된 진 동변위는 제한 없이 장시간 운전이 가능한 허용영역 (zone A / zone B)에 해당된다<sup>(11)</sup>.

Fig. 6은 공기압축기를 1초 동안 100 k r/min(1667



Fig. 5 Orbital motion of rotor vibrations for increasing rotor speeds measured at impeller and thrust runner ends

Hz)까지 가속(speed-up)한 후 7초 동안 100 k r/min에 서 정속 유지 후 관성정지(coastdown)한 실험 동안 회 전축의 진동변위를 스러스트러너 끝 단, 수평방향(Yaxis)에서 측정한 결과를 컨투어 그래프(contour plot) 로 나타낸 것이다. 회전체의 잔류 불균형 질량(residual unbalance mass)에 따른 진동 응답인 회전 동기 주파수 성분(synchronous, 1X)이 지배적으로 보여지며, 최대 회전속도인 100 k r/min(1667 Hz)에서 최대 진동변위를 갖는다.

Fig. 7은 측정한 진동변위 데이터 중 100 k r/min부 터의 관성정지에 따른 회전축 진동변위 데이터만을 워 터폴(waterfall)의 형태로 보여준다. 회전 동기 진동 주 파수 성분(1X)을 제외한 다른 고주파 조화 진동 성분 (super-synchronous, 2X, 3X, 4X)은 상대적으로 크기 가 작음을 알 수 있다.

Fig. 8은 공기압축기의 모터하우징 표면에서 측정 한 수직 방향(Z-axis) 가속도의 컨투어 그래프이다. 데 이터는 측정된 최대 가속도로 정규화하여 나타내었다. 가속도는 회전속도의 2배(super-synchronous, 2X) 주 파수 성분이 지배적으로 발생하며, 100 k r/min의 회전 속도에 도달한 후 최대 회전 동기 진동 주파수의 두 배 인 3334 Hz(= 1667 Hz × 2)에서 최대 가속도를 갖는다. 2X 주파수 진동가속도는 영구자석 회전자와 고정자 사이의 불균일한 공극이 초래하는 불평형 자기 흡인력 에 기인한 것으로 사료된다<sup>(10)</sup>. 불평형 자기 흡인력의 발생 주파수는 모터의 극수와 회전 주파수의 곱으로 계 산이 가능하며, 이 연구에 사용된 공기압축기의 모터는 2극을 갖기 때문에 회전주파수의 2배 성분(2X)의 주 파수가 발생하는 것으로 사료된다. 회전체의 잔류 불균 형 질량에 따른 진동 응답인 회전 동기 주파수 성분



Fig. 6 Contour plot of rotor vibration displacement measured at thrust runner end in horizontal direction (Y-axis) during speed-up and coastdown test

(synchronous, 1X)은 상대적으로 작다.

Fig. 9는 측정한 가속도 데이터 중 100 k r/min (1667 Hz)까지 가속하는 동안 기록된 수직 방향의 가 속도를 워터폴 형태로 보여준다. 1X는 주요 진동가속 도 주파수인 2X에 비해 크기가 매우 작다. 특히, 2X 주파수 진동가속도는 최대 회전 동기 진동 주파수의 두 배인 3334 Hz(= 1667 Hz × 2)에 근접할수록 크기가 급격히 증가함을 보여준다. 공진 여부를 확인하기 위 하여 공기압축기를 분해하여 파트 별 충격망치 실험 을 수행하였다.

Fig. 10은 공기압축기의 모터하우징의 충격망치실험 (impact test) 사진과 측정된 주파수 응답 함수(frequency response function, FRF)를 보여준다. 최대 4000 Hz 의 주파수 범위를 갖는 가속도 센서를 사용하여 5번 실험을 반복하여 측정의 신뢰성을 확인하였다. 실험결 과는 3270 Hz에서 FRF 피크값을 보여 모터하우징의 고유진동수를 확인할 수 있다. 또한, 이를 통해 Fig. 8, Fig. 9의 공기압축기 가속 실험 시 발생한 3334 Hz 주







Fig. 8 Contour plot of acceleration measured on air compressor motor housing in vertical direction (Z-axis) during speed-up and coastdown test

파수 부근에서의 발생한 진동가속도의 급격한 증가는 모터하우징의 고유진동수와 불평형 자기 흡인력(2X)의 공진에 따른 결과임을 알 수 있다. Fig. 11은 모터하우 징의 유한요소 모델과 1차 고유진동모드 해석 결과를 보여준다. 3266 Hz에서 모터하우징을 구성하는 알루미 늄 캔이 타원형으로 변형되는 것을 알 수 있다. Fig. 8, Fig. 9, Fig. 10의 실험 결과와 유한요소 모델 해석 결과 를 바탕으로 모터하우징의 타원형 고유진동모드를 방 지하기 위한 강성향상 설계 개선이 공기압축기의 NVH 성능 향상에 도움이 될 것으로 판단할 수 있다.

Fig. 12는 공기압축기에서 1 m 떨어진 지점에 설치한 마이크로폰으로 측정한 음압(acoustic pressure)을 컨투 어 그래프로 나타낸 것이다. 측정된 음압 데이터는 공기 압축기의 자체승인시험을 위해 설정한 허용 값으로 정규 화하였다. 공기압축기의 소음은 회전속도가 약 40 k r/min (667 Hz)보다 높은 약 2.5초부터 12.5초까지의 시간구 간동안 약 667 Hz 이상의 넓은 주파수영역에서 발생한 다. 이는 충분히 압축된 공기가 임펠러 및 임펠러 하우징



Fig. 9 Waterfall plot of acceleration measured on air compressor motor housing in vertical direction (Z-axis) during speed-up test to 100 k r/min



Fig. 10 Frequency response function (FRF) measured during impact test on air compressor motor housing

을 통과할 때 발생하는 공력 기인 소음(air-borne noise) 으로 보여진다. 최대 피크 소음은 회전 동기주파수 성분 (synchronous, 1X) 및 그 두 배성분(super-synchronous, 2X)에서 발생하며, 이들은 각각 Fig. 6과 Fig. 8에서 나 타낸 회전축의 진동변위 및 모터하우징의 진동가속도 주파수와 일치하여 기계적 진동으로 인한 구조 기인 소 음(structure-borne noise)이 뚜렷함을 보여준다.

Fig. 13은 공기압축기가 최대운전속도인 100 k r/min 으로 회전하는 동안 5.0초, 7.5초, 10.0초에서 취득한 음 압의 주파수 응답을 보여준다. 약 667 Hz 이상에서 넓



(a) Finite element model



(b) Predicted 1st natural mode shape at 3266 Hz

Fig. 11 Finite element analysis of air compressor motor housing



Fig. 12 Contour plot of acoustic pressure measured during speed-up and coastdown test. Measurements using microphone placed at 1 m apart from air compressor

은 영역에 걸쳐 음압이 증가하며, 회전 동기 주파수 성 분(1X)인 1667 Hz 및 그 두 배 성분(2X)인 3334 Hz 에서 뚜렷한 피크를 보여준다. 이러한 결과는 향후 회 전체의 잔류 불균형 질량에 대한 밸런싱(balancing)과 로터와 스테이터 사이의 불균형 공극으로 인한 자기 흡 인력의 불평형 및 모터하우징을 개선함으로써 소음을 감소할 수 있음을 의미한다.

Fig. 14는 공기압축기를 1초 동안 급가속 및 7초 동 안 100 k r/min 정속운전 후 관성정지하면서 측정한 진 동가속도 결과를 진동속도(vibration velocity)로 변환 하여 보여준다. 진동속도는 진동가속도를 각속도로 나 누어 계산이 가능하다. 모든 데이터는 회전기계의 비



Fig. 13 Normalized acoustic pressure vs. frequency at air compressor rotor speed of 100 k r/min. Measurements taken at 5.0, 7.5, and 10.0 sec



Fig. 14 Vibration velocity vs time for fast acceleration of air compressor to 100 k r/min for 1 sec. Vibration velocity calculated using acceleration measured on motor housing

회전부에서의 허용 진동속도에 관한 국제규격인 ISO 20816-1을 참고하여 소형회전기계를 장시간 제한없이 운전이 가능한 허용 진동속도(zone A / zone B)의 최 대값으로 정규화하여 나타내었다<sup>(12)</sup>. 급가속 구간은 축 방향(X-axis)에서 최대 진동속도를, 수평방향(Y-axis)에서 최소진동속도를 갖는다. 정속운전 구간은 수직방 향(Z-axis)에서 최대 진동속도를, 축방향(X-axis)에서 최소 진동속도를 가지며, 관성정지 구간에서는 모든 가 속도의 크기가 급격히 감소한다. 전 구간에서의 최대 진동속도는 1.0을 넘지 않는다.

Fig. 15는 공기압축기를 15초 동안 완가속, 4초 동 안 100 k r/min 정속운전, 그리고 15초 동안 완감속하 는 동안의 진동속도(vibration velocity)를 보여준다. 모든 데이터는 Fig. 14와 동일한 방식으로 정규화하여 나타내었다. 거의 모든 구간에서 수직방향(Z-axis)에서 최대 진동속도를, 축방향(X-axis)에서 최소 진동속도 를 가지며, 전술한 급가속 구간의 피크 진동속도는 발 생하지 않는다. 100 k r/min 정속운전 구간에서의 진동 속도는 가감속시간에 관계없이 Fig. 14의 결과와 거의 유사한 수준을 보인다.

#### 3. 공기압축기 차량 적용 실험 평가

차량주행 시 NVH 특성을 평가하기 위하여 수소전 기차(현대자동차 NEXO 프로토타입)에 공기압축기를 설치하였다. Fig. 16은 차량 엔진룸 하부의 개략도를



Fig. 15 Vibration velocity vs time for mild acceleration of air compressor to 100 k r/min for 15 sec. Vibration velocity calculated using acceleration measured on motor housing

보여준다. 구동모터(driving motor)와 감속기(reducer) 앞에 공기압축기가 가습기(humidifier)와 나란히 설치 된 모습을 보여준다. 참고로, 가습기는 공기압축기로부 터 연료전지스택(fuel cell stack)에 전달되는 압축공기 에 열과 습기를 제공하며, 감속기(reducer)는 수소전기 차의 구동 모터(driving motor)가 발생하는 회전토크 를 증대하고 회전속도를 낮추는 역할을 한다. 공기압축 기는 고무부시(rubber bush)를 사용하여 상부에 연료 전지스택이 부착된 스택프레임(stack frame)에 고정되 며, 스택프레임은 또다른 고무부시를 사용하여 차량 서브프레임(sub frame)에 고정된다. 고무부시는 일정한 정도의 진동 절연을 수행하도록 설계되었다. 차량 진행 방향을 축방향(axial, X-axis), 차량 선회방향을 수평방 향(horizontal, Y-axis), 차량의 상하방향을 수직(vertical. Z-axis)방향으로 좌표축을 설정하였다. 데이터 계 측을 위해 Fig. 1에서 공기압축기 양 끝 단에 설치한 두 쌍의 진동변위센서와 모터하우징에 설치한 3축 가속도 센서에 추가로 스택프레임과 서브프레임에도 각 한 개 씩의 3축 가속도센서를 설치하여 공기압축기가 유발하 는 진동이 각각의 프레임들에 전달되는 영향을 측정하 고자 하였다. 참고로, 스택프레임에는 연료전지스택뿐 아니라 공기압축기, 구동모터, 그리고 감속기도 함께 부 착되어 있으며, 스택프레임을 지지하는 서브프레임에 는 서스펜션(suspension)이 연결되어 있다. 마이크로폰 은 차량 하부 엔진룸의 공간 여건을 고려하여 공기압 축기 후방 30 cm에 위치시켜 소음을 측정하였다. 실험 에 사용한 데이터 수집 장치(data acquisition system. DAS)와 각종 센서들은 앞서 기술한 공기압축기 단독 실험과 동일하며, 데이터 수집 장치의 설정도 동일하다. 모든 실험 데이터는 정규화하여 나타내었다.

차량 주행시험은 경사가 거의 없는 아스팔트 포장도 로에서 수행되었으며, 차량 속도를 5 km/h부터 115 km/h



Fig. 16 Schematic bottom view of FCEV engine room with vibration and noise measurement sensors installed

까지 약 18초 동안 가속한 후 약 5초 동안 0 km/h까 지 감속하면서 공기압축기의 거동을 측정하였다. 측정 한 시간에 따른 차량의 속도와 공기압축기의 회전속도 를 Fig. 17에 나타내었다. 차량을 가속함과 동시에 단품 실험과 유사하게 공기압축기 회전속도는 100 k r/min까 지 약 1초 만에 급격하게 증가하였으며, 차량 감속과 동 시에 회전속도가 감소하였다.

Fig. 18은 차량 가감속 시험 동안 측정한 공기압축기 회전축의 진동변위를 컨투어 그래프(contour plot)로 보여준다. 데이터는 스러스트 러너 끝 단의 수평방향(Yaxis)에서 측정하였으며, 최대 진동변위를 기준으로 정 규화하여 나타내었다. 공기압축기 단품시험 데이터를 보 여주는 Fig. 6과 유사하게 회전 동기 주파수 성분(1X) 이 지배적으로 보여지며, 최대 회전속도인 100 k r/min (1667 Hz)에서 최대 진동변위를 갖는다.

Fig. 19는 공기압축기의 모터하우징 표면에서 측정 한 수직방향(Z-axis) 가속도를 보여주며, 측정된 최대



Fig. 17 Air compressor rotor speed and vehicle speed vs time recorded during vehicle acceleration and deceleration tests up to 115 km/h



Fig. 18 Contour plot of rotor vibration displacement measured at thrust runner end in horizontal direction (Y-axis) during vehicle acceleration and deceleration tests up to 115 km/h

진동가속도를 기준으로 정규화하여 나타내었다. 측정 결과는 Fig. 8의 공기압축기 단품시험 결과와 동일한 경 향으로 로터와 스테이터 사이의 불균형 자기 흡인력이 유발하는 회전속도의 2배 주파수 성분의 가속도가 지 배적으로 발생하고 100 k r/min의 회전속도에서 최대 값을 갖는다.

Fig. 20은 스택프레임에 설치한 가속도센서에서 측 정한 수직방향(Z-axis) 가속도의 컨투어 그래프이다. 차 량속도가 20 km/h 이하에서는 측정된 가속도가 매우 작다. 그러나, 그 이상의 속도에서는 차량속도에 비례하 는 경향을 갖는 다수의 주파수들에서 발생하는 가속도 가 보이는데 이는 구동모터와 감속기의 회전주파수와 기어 맞물림 주파수(gear mesh frequency), 그리고 그 들의 배수성분 주파수들에서 발생하는 진동의 영향이 다. 또한, 공기압축기의 최대속도인 100 k r/min에 해당 하는 1667 Hz의 회전 동기 주파수(synchronous, 1X)와



Fig. 19 Contour plot of acceleration measured on air compressor motor housing in vertical direction (Z-axis) during vehicle acceleration and deceleration tests up to 115 km/h



Fig. 20 Contour plot of acceleration measured on stack frame in vertical direction (Z-axis) during vehicle acceleration and deceleration tests up to 115 km/h

그 두 배 주파수(super-synchronous, 2X)인 3334 Hz에 서도 가속도가 눈에 띄는데, Fig. 19에서의 공기압축기 하우징에서 측정한 가속도결과와 달리 2X 주파수에서 보다 1X 주파수에서 측정된 진동가속도가 더 뚜렷하다. 이는 회전체의 불평형 질량에 의한 원심력이 로터와 스 테이터 사이의 불평형 자기 흡인력보다 공기압축기가 부착된 스텍프레임의 진동에 미치는 영향이 더 크기 때 문으로 판단된다. 참고로, 공기압축기는(모터하우징과 멀고 저널베어링에 가까운) 양 끝단에 설치된 고무부시를 통해 스택프레임에 고정된다.

Fig. 21은 스택프레임이 고정된 서브프레임에서 측 정한 수직방향(Z-axis) 가속도의 컨투어 그래프이다. 서브프레임은 서스펜션을 통해 노면과 직접 접촉하는 타이어의 진동이 전달되기 때문에 100 Hz 이하에서 가 장 높은 진동가속도를 갖는다. 참고로, 감속기의 기어 비(약 7.98:1)를 통해 계산한 차량 속도 115 km/h 시 의 구동축의 회전주파수는 약 15.3 Hz(655 r/min)이다. 또한, 구동모터와 감속기의 회전 및 기어 맞물림 주파 수와 그의 배수 성분들, 그리고, 공기압축기의 최대속도 인 100 k r/min에 해당하는 1667 Hz의 회전 동기 주파수 (synchronous, 1X)와 그 두 배 주파수(super-synchronous, 2X)인 3334 Hz에서도 가속도가 측정되었다. 서브프 레임에서 측정된 가속도는 스택프레임에서 측정한 값 과 비교 시 대략 1/100 수준으로 작은데 이는 스택프 레임과 서브프레임 사이에 설치한 고무부시 및 타이어 와 서브프레임 사이에 설치한 서스펜션이 진동을 절연 및 감쇠하고 또한, 서브프레임의 높은 질량으로 인해 측정되는 가속도가 감소했기 때문으로 사료된다. 참고 로, 동일한 힘이 전달될 때 측정되는 가속도는 전달되 는 매체의 질량에 반비례한다(F = Ma, F: 힘, M: 질량,



Fig. 21 Contour plot of acceleration measured on sub frame in vertical direction (Z-axis) during vehicle acceleration and deceleration tests up to 115 km/h

#### a: 가속도).

Fig. 22는 공기압축기 후방 30 cm에 위치한 마이크 로폰으로 측정한 음압의 컨투어 그래프이다. 차량속도 가 20 km/h 이상으로 가속되는 약 6초 이후부터는 공 력기인 소음(air-borne noise)이 약 2000 Hz 이하에서 폭넓은 영역에 걸쳐 발생한다. 또한, 시간에 따라 주파 수가 연속적으로 변하는 고주파 소음은 구조기인 소음 (structure-borne noise)로서 Fig. 20, Fig. 21의 측정결과 와 동일한 주파수에서 측정되어 구동모터기어박스 및 공기압축기가 유발하는 소음임을 알 수 있다. 최대음 압은 구동모터 기어의 맞물림 주파수에서 발생한다.

Fig. 23은 시험 차량을 5 km/h 속도부터 115 km/h까 지 약 15초 동안 가속한 직후 약 5초 동안 0 km/h까지 감속하는 실험을 수행하면서 측정한 결과로, 시간에 따 른 차량의 속도(vehicle speed), 공기압축기의 회전속 도(comp speed), 그리고, 수직방향에서 측정한 공기압 축기(comp Z), 스택프레임(stack Z), 서브프레임(sub Z or main Z)의 전체(overall) 가속도를 보여준다. Fig. 17 과 동일하게 차량 가속과 동시에 공기압축기의 회전속 도는 100 k r/min까지 급격하게 증가하였으며, 차량 감 속과 동시에 회전속도가 감소하였다. 공기압축기의 모 터하우징에서 측정한 가속도의 크기는 차량의 속도와 관계없이 공기압축기의 속도에 비례하여 증가한다. 그



Fig. 22 Contour plot of acoustic pressure measured under FCEV engine room during vehicle acceleration and deceleration tests up to 115 km/h



Fig. 23 Overall acceleration vs time recorded during vehicle acceleration and deceleration tests up to 115 km/h

러나, 스택프레임에서 측정한 가속도의 크기는 전반적 으로 차량의 속도에 비례하는 경향을 보여, 구동모터 및 감속기의 가진력이 스택프레임에 지배적으로 전달되는 반면 공기압축기와는 상대적으로 진동이 절연됨을 알 수 있다. 서브프레임의 경우 측정된 가속도의 크기가 상대적으로 매우 작은데, 이를 통해 구동모터, 감속기, 공기압축기 등으로 구성된 동력전달시스템이 유발하는 진동이 차량의 메인프레임에 전달되는 영향이 상대적 으로 미미함을 보여준다.

#### 4. 결 론

이 논문에서는 수소전기차용 공기압축기의 단독 구 동 및 차량 설치 후 주행 시 진동 및 소음을 측정하였 으며, 이를 통해 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 가스 포일 베어링으로 지지되는 공기압축기는 최 대 회전속도인 100 k r/min에서 회전축의 최대 진동변 위를 가지며, 진동 발생 주파수는 회전 동기 주파수 성 분(synchronous, 1X)이 가장 지배적이다.

(2) 공기압축기 모터하우징에서 측정한 진동가속도 는 100 k r/min 근처에서 급격히 증가하여 최대값을 가지 며, 이 때 최대 회전 동기 주파수의 두 배인 3334 Hz (= 1667 Hz × 2) 주파수 성분이 가장 지배적이다. 이는 모터하우징 유한요소 모델 해석 결과 3270 Hz와 유사 하며, 100 k r/min 구동 시 발생하는 큰 진동가속도가 모 터하우징과의 공진에 의한 것임을 유추할 수 있다.

(3) 공기압축기 단품 실험 시 약 40 k r/min 이상에서 폭넓은 주파수에 걸쳐 공력기인 소음이 뚜렷하다. 반 면, 구조기인 소음은 100 k r/min에서 회전 동기 주파 수 및 그 두 배 주파수에서 뚜렷하다.

(4) 차량 주행 실험 시 공기압축기에서 측정된 진동 변위와 진동가속도는 단품 실험 결과와 발생주파수 및 크기가 유사하고 스택프레임에서 측정한 가속도는 구 동모터와 감속기의 회전 및 기어 맞물림 주파수 성분 이 지배적이다. 또한 서브프레임은 노면과 접촉하는 타이어의 진동으로 인해 100 Hz 이하의 저주파에서 가 장 높은 진동가속도를 갖는다.

(5) 차량 주행 실험 시 공기압축기 후방 30 cm에서 측정한 구조기인 소음은 구동모터 및 감속기와 관련된 주파수가 가장 뚜렷하며 공기압축기의 회전 동기 주파 수 성분과 그 2배 성분은 상대적으로 작다.

(6) 차량 주행 실험 시 공기압축기의 가속도는 회전

속도에 비례하지만, 스택프레임의 가속도는 차량속도 에 비례하는 경향을 보인다. 이를 통해, 구동모터 및 감 속기의 가진력이 스택프레임에 지배적으로 전달되는 반 면 공기압축기와는 상대적으로 진동이 절연됨을 알 수 있다. 또한, 서브프레임의 가속도는 상대적으로 매우 작 은데 이를 통해 구동모터, 감속기, 공기압축기 등으로 구성된 동력전달시스템이 유발하는 진동이 차체에 전달 되는 영향이 미미함을 알 수 있다.

### 후 기

이 연구는 산업통상자원부와 한국산업기술진흥원의 "수소연료전지차 부품실용화 및 산업기반육성사업"(과 제번호 R0006468)으로 수행된 연구결과이며, 이에 관 계자 여러분께 감사드립니다. 실험을 위해 아낌없는 협 조 및 지원을 해준 현대자동차주, 한온시스템주, 주뉴로 스의 관계자분들께 심심한 감사를 표합니다.

#### References

(1) Pischinger, S. and Lang, O., 2010, Air-supply Components, Handbook of Fuel Cells: Fundamentals, Technology and Applications, ISBN: 978-0-470-97400-1.

(2) Song, M., Lee, S. K. and Seo, S. H., 2008, Structural Modification for Noise Reduction of the Blower Case in a Fuel Cell Passenger Car Based on the CAE Technology, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 18, No. 9, pp. 972~981.

(3) Kim, Y. and Lee. S., 2009, Reducing Vibration of Centrifugal Turbo Blower for FCEV Using Vibrational Power Flow, Transactions of the Korean Society of Automotive Engineers, Vol. 17, No. 2, pp. 150~158.

(4) Sang, J., Venturi, M. and Bocksch, R., 2009, NVH-Challenges of Air Supply Subsystems for Automotive Fuel Cell Applications, SAE International Journal of Engines, Vol. 1, No. 1, pp. 258~266.

(5) Sugawara, T., Kanazawa, T., Imai, N. and Tachibana, Y., 2017, Development of Motorized Turbo Compressor for Clarity Fuel Cell, SAE Technical Paper 2017-01-1187, doi: 10.4271/2017-01-1187.

(6) Yook, J. Y., Yang, H. S., Lee, C. H., Cho, K. S., Kim, K. I., Kwon, H. R. and Park, Y. S., 2011, Dynamic Analysis of FCEV Turbo Blower, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 21, No. 7, pp. 591~598.

(7) Ha, K.-K., Lee, C. H., Kim, C. M., Kim, S. H. and Ahn, B. K., 2016, A Study on the Characteristics of an Oil-free Centrifugal Compressor for Fuel Cell Vehicles, SAE International Journal of Alternative Powertrains, Vol. 5, No. 1, pp. 167~174.

(8) Hwang, S. H., Moon, C. G., Lee, J. S. and Kim, T. H., 2018, Performance Predictions of Gas Foil Journal Bearing with Shim Foils, Tribology and Lubricants, Vol. 34, No. 3, pp. 107~114.

(9) Hwang, S. H., Moon, C. G., Kim, T. H., Lee, J. S., Cho, K. S., Ha, K. G. and Lee, C. H., 2019, Rotordynamic Performance Measurements and Predictions of a FCEV Air Compressor Supported on Gas Foil Bearings, Tribology and Lubricants, Vol. 35, No. 1, pp. 44~51.

(10) Shin, H. J. and Kim, R. W., 2017, Acoustic FEA Analysis and Modification for Robot Joint BLDC Motor, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 27, No. 3, pp. 353~359.

(11) ISO 10816-7:2009(E), Mechanical Vibration – Evaluation of Machine Vibration by Measurements on Non-Rotating Parts, Part 7: Rotordynamic Pumps for Industrial Applications, Including Measurements on Rotating Shaft, (1st edition).

(12) ISO 20816-1:2016(E), Mechanical Vibration – Measurement and Evaluation of Machine Vibration, Part 7: General Guidelines (1st edition).



**Tae Ho Kim** received the B.S. and M.S. degrees in mechanical engineering from Hanyang University, Seoul, Korea, in 2000 and 2002, respectively, and the Ph.D. degree in mechanical engineering from Texas A&M University, College Station, TX, in 2007.

He joined the School of Mechanical Engineering in Kookmin University, Seoul, Korea in 2012 as an Associate Professor. Previously, he worked for the Korea Institute of Science and Technology (KIST) as a Senior Research Scientist. His main research fields are gas/fluid film bearing analysis and experimental evaluation, and structure/ rotordynamic analysis of high speed rotating machinery.



**Chang Gook Moon** received the B.S. and M.S. degrees in mechanical engineering from Kookmin University, Seoul, Korea, in 2016 and 2018, respectively. He joined LG Electronics Co., Seoul, Korea, as research engineer in 2018. The present research

work has been done while he worked for Kookmin University as a graduate research assistant.



**Sung Ho Hwang** received the B.S. and M.S. degrees in mechanical engineering from Kookmin University, Seoul, Korea, in 2014 and 2017, respectively. Since 2018, he is a Ph.D candidate in the department of Mechanics and Design of Kookmin Uni-

versity, Seoul, Korea. His current research areas are gas foil bearing analysis and performance identification of rotor-bearing system.



Jongsung Lee received the B.S. in automotive engineering and M.S. degrees in mechanical design from Kookmin University, Seoul, Korea, in 2013 and 2015, respectively. He joined Hanon Systems, Daejeon, Korea, as a R&D engineer in 2016.

Since 2016, he is a senior R&D engineer to develop a centrifugal air compressor supported gas foil bearing for FCEV, successfully. His main jobs are development of rotor-gas foil bearing component and compressor assembly technologies.



Gun Woong Park received the B.S degree in aerospace engineering from Inha University, Incheon, Korea, in 2008. He joined Hanon Systems, Daejeon, Korea, as a R&D engineer in 2011. Since 2011, he was a Junior R&D engineer developing scroll type

refrigerant compressor for vehicle air conditioning system. Since 2014, he is a Senior R&D engineer developing a centrifugal air compressor for FCEV. His main work is the mechanical detail design for structure, assembly and internal cooling system.



Hyun Sup Yang received the B.S. and M.S. degrees in electronics engineering from Chungnam National University, Daejeon, Korea, in 1998 and 2001, respectively. He joined Samsung Techwin, Seoul, Korea, as a R&D engineer in 2001. Since 2008,

he is a deputy leader of an air-compressor unit in Hanon Systems to develop a centrifugal air compressor for FCEV, successfully. His main job is the development of ultrahigh speed BLDC motor and compressor assembly technologies.



**Kyoung-Ku Ha** received the Ph.D. degree in mechanical & aerospace engineering from Seoul National University, Korea, in 2012. He joined Hyundai Motor Company, Seoul, Korea, as an R&D engineer in 2012. Since 2012, he is a senior research

engineer to develop air processing parts for FCEV.



**Chang Ha Lee** received the M.S. degree in mechanical & aerospace engineering from Seoul National University, Korea, in 2001. He joined Hyundai Motor Company, Seoul, Korea, as an R&D engineer in 2006. Since 2006, he is a senior research

engineer to develop air processing parts for FCEV. Since 2018, he is a leader of an air processing system unit in Hyundai Motor Company.

# 초음파 센서의 혼 가이드 치수에 따른 음향 지향성

Acoustic Directivity of an Ultrasonic Sensor Depending on Horn Guide Dimension

> 임 성 구<sup>\*</sup>·김 진 오<sup>†</sup> Sung Gu Lim<sup>\*</sup>, Jin Oh Kim<sup>†</sup>

(Received February 26, 2019 ; Revised April 23, 2019 ; Accepted April 23, 2019)

Key Words : Ultrasound(초음파), Sensor(센서), Directivity(지향성), Horn(혼), Dimension(지수)

#### ABSTRACT

This study investigates the ultrasonic transmission and reception characteristics of an ultrasonic sensor combined with a horn guide to improve its acoustic directivity. Because an ultrasonic sensor with better directivity can measure longer distances, the purpose of this study is to determine the length and angle in the design of a horn guide to be combined with an ultrasonic sensor, which provides the best transmission and reception directivity. Finite element analysis and experiments were conducted to evaluate the ultrasonic transmission and reception characteristics of the horn guide. For the sensor with a driving frequency of 30 kHz, angles of 10°, 20°, and 30° and lengths of 10 mm, 20 mm, 30 mm, 40 mm, and 50 mm of the horn guide were considered. The commercial program ANSYS was used for sound pressure analysis and the results provided the axial sound pressure level and the beam pattern of the ultrasound at a specified distance from the sensor according to the horn guide geometry. In the experiment, the ultrasonic sensor with horn guide transmitted ultrasounds and measured the sound pressure of the ultrasounds reflected from a cylindrical wall. The results of the finite element analysis and the experiments showed that horn guides with an angle of 20° and a length of 50 mm exhibited the best transmission and reception performance. Experimental results of the ultrasonic sensor with a horn guide of this dimension were compared with the case without the horn guide, and it was confirmed that the angle of the nodal plane in the beam pattern was reduced by as much as 30 %, and thus the acoustic directivity was improved.

### 1. 서 론

거리측정용 초음파 센서는 장애물 감지나 수위계 등 에 사용된다<sup>(1)</sup>. 이는 공기 중에 초음파를 발생시켜 측 정 타겟에서 반사되어 돌아오는 초음파를 수신하여, 왕 복에 소요된 시간으로부터 거리를 환산한다. 지향성은 거리측정용 초음파 센서에서 중요한 인자이며, 지향성 이 좋을수록 측정가능한 거리범위는 길어진다<sup>(2)</sup>. 혼 가 이드를 부착하여 초음파 센서의 빔 폭을 줄여서 지향성 을 좋게 하면 최대 탐지거리를 확대시킬 수 있으므로, 이를 위한 혼 가이드 설계가 필요하다.

- # A part of this paper was presented at the KSNVE 2019 Annual Spring Conference.
- Recommended by Editor Won Ju Jeon
- © The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

<sup>\*</sup> Corresponding Author; Fellow Member, Soongsil University E-mail: jokim@ssu.ac.kr

<sup>\*</sup> Member, Soongsil University

초음파 센서를 이용하여 장애물을 인식하는 연구가 꾸준히 진행되어 왔다. 이동로봇이나 드론에서 장애물 탐지 및 회피에도 사용된다<sup>(3)</sup>. 차량에서 주변 장애물 감 지에 사용되는 초음파 센서의 지향성 향상을 위해서 센 서의 진동변위분포와 초음파 지향성의 상관관계를 파 악한 사례가 있다<sup>(2)</sup>. 혼 가이드를 거리측정용 초음파 시 스템에 적용한 사례가 있지만<sup>(4,5)</sup>, 구체적인 설계 근거 는 제시되어 있지 않다.

이 연구는 음향 송·수신 지향성이 향상된 초음파 센 서를 제작하기 위하여, Fig. 1에 보인 바와 같이 초음 파 센서에 부착하는 콘 형상 혼 가이드를 설계하는 과 정이다. 이 연구에 앞서 혼 가이드의 형상에 따른 음향 송·수신 지향성에 대해 유한요소 해석과 실험을 하여, 지향성 크기가 콘 형상, 지수함수 형상, 포물선 형상 혼 의 순서임을 확인하였다<sup>(6)</sup>. 혼 가이드의 치수 선정을 위 하여, 이 연구에서는 여러 치수의 콘 형상 혼 가이드가 부착된 초음파 센서를 대상으로 음향 지향성을 비교하 였다.

해석모델을 두 가지로 구분하였다. 하나는 Fig. 2에 보인 바와 같이 혼 가이드 길이에 따른 모델이고, 다른 것은 Fig. 3에 보인 바와 같이 각도에 따른 모델이다. 초음파가 혼 가이드를 지나 외부로 방사하여 형성된 음



Fig. 1 Schematic diagram of a horn guide attached to an ultrasonic sensor



Fig. 2 Analysis models of horn guides with various lengths (horn guide angle 20°)



Fig. 3 Analysis models of horn guides with various angles

압분포를 유한요소 해석으로 구하였다. 센서 진동부로 부터 0.3 m 떨어진 지점에서의 음압 및 음압레벨을 비교하였고, 음압레벨분포 결과를 바탕으로 빔 패턴을 작성하여 비교하였다. 실험을 하여 해석결과를 검증하 였다.

#### 2. 이론적 배경

음향학 이론<sup>(7)</sup>에서 음향특성을 표현하는 변수들을 선정하였으며, 이들을 해석과 실험에서 초음파 지향성 의 정량적 비교에 사용하였다.

#### 2.1 지향성 인자 및 빔 패턴

반경이 a인 진동 원판에서 방사하는 초음파 음장의 해석에 사용하는 기하학 모델을 Fig. 4에 나타내었다. 여기서 ds는 원판의 미소면적,  $\phi$ 는 원판 내부의 각도, r은 원판 중심부터 음장 내 한 지점까지의 거리, r'은 의 중앙으로부터의 거리이다.

원거리에서 초음파의 음압은  $z \hat{\pi}(\theta = 0)$ 상의 음압  $P_{ax}(r)$ 과 지향성 인자(directivity factor)  $H(\theta)$ 의 곱 으로 표현된다. 지향성 인자는 음원으로부터 일정거리 에서 방향별 음압분포를 나타내며 다음과 같이 정의 된다<sup>(7)</sup>.

$$H(\theta) = \left| \frac{2J_1(ka\sin\theta)}{ka\sin\theta} \right| \tag{1}$$

여기서 J<sub>1</sub>은 1종 베셀함수이고, k는 파동수(wave number)이며, 방향 각도 θ의 기준은 중심축이다. 지향성 인 자를 dB 단위로 환산하여 방향에 따라 표현하면 빔



Fig. 4 Geometry used in acoustic far field of ultrasound radiating from a vibration disc

패턴(beam pattern)<sup>(7)</sup>이 된다.

$$b(\theta) = 20 \log H(\theta) \tag{2}$$

중심축 방향(θ = 0)에서 H(0) = 1이고 b(0) = 0이다.

#### 2.2 지향성 및 지향성 지수

음향 파워를 원하는 방향으로 집중시키는 정도를 보여주는 지향성(directivity) *D*는 음향강도의 비로 정의되며 다음과 같다<sup>(7)</sup>.

$$D = \frac{I_{ax}(r)}{I_{s}(r)} = \frac{[P_{ax}(r)]^{2}}{[P_{s}(r)]^{2}} = \frac{4\pi r^{2}}{\iint [H(\theta)]^{2} r^{2} d\Omega}$$
(3)

여기서 *I<sub>s</sub>(r)과 P<sub>s</sub>(r)*은 각각 구면과를 발생시키는 점 음원의 중심에서 거리 *r*만큼 떨어진 위치의 음향강 도와 음압이고, *I<sub>ax</sub>(r)과 P<sub>ax</sub>(r)*은 각각 원판 중심에서 축방향으로 거리 *r*만큼 떨어진 위치의 음향강도와 음 압이다. 또한 *dΩ*는 Fig. 5에 나타낸 바와 같이 구의 미 소 입체각이며 단위 반지름의 구면에서 sin*θdθdφ*이 다. *φ*의 구간은 0부터 2π까지이고 *θ*의 구간은 0부터 *π*/2까지이다. *z*축 대칭일 때 식(3)의 분모는 다음과 같 이 된다.

$$\int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{\pi/2} [H(\theta)]^2 r^2 \sin\theta d\theta d\phi$$
  
= 
$$\int_{0}^{\pi/2} [H(\theta)]^2 2\pi r^2 \sin\theta d\theta$$
 (4)

유한요소 해석결과로부터 지향성을 계산할 때 식(3) 을 다음과 같이 이산화하여 사용한다.



Fig. 5 Solid angle  $d\Omega$  on a spherical element of a unit radius

$$D \approx \frac{4\pi}{\sum \left[H(\theta)\right]^2 (2\pi \sin\theta) \Delta\theta} \tag{5}$$

지향성 D로부터 지향성 지수(directivity index) DI 는 다음과 같이 정의된다<sup>(7)</sup>.

$$DI = 10 \log D \tag{6}$$

#### 3. 유한요소 해석

혼 가이드의 치수를 여러가지로 모델링하고, ANSYS 를 사용하여 유한요소 해석을 하였다. 해석결과인 음 압분포 데이터로부터 지향 특성을 산출하여 비교하 였다.

#### 3.1 해석모델

혼의 치수를 Fig. 6과 같이 나타내어, 혼의 각도를 α, 혼의 목(throat) 지름을 β, 혼의 길이를 γ로 표현 하였다. β의 치수는 일정하게 유지하면서 α 또는 γ 를 변경하며 해석하였다.

해석 영역을 Fig. 7과 같이 반 구를 16등분한 영역 으로 하였다. 가진주파수 30 kHz인 정현파 신호로 혼 의 목을 가진하였다. 음속이 343 m/s라면 이때 파장  $\lambda$ 는 11.4 mm 정도이므로, 요소 크기를  $\lambda/8$ 인 1.4 mm 이



Fig. 6 Horn guide geometry





하로 설정하였다. 혼의 목에 최대 진동가속도 10 m/s<sup>2</sup> 인 종모양 분포로 가진하였다.

#### 3.2 혼 가이드 길이에 따른 해석결과

해석결과인 음압레벨분포를 Fig. 8에 나타내었다. 혼 가이드가 없는 경우를 Fig. 8(f)에 포함하여 해석 결과를 비교하였다. Fig. 4의 z축(중심축)에서 추출한 음압을 Fig. 9에 그래프로 나타내었다. 중심축 방향 0.3 m 지점에서 음압과 음압레벨을 Table 1에 기재하 여, 혼 가이드 길이에 따라 비교하였다. 혼 가이드가 길수록 음압과 음압레벨이 크다. 길이가 10 mm인 경 우에는 음압이 혼 없는 경우에 비해 작은데, 파장보다 짧은 혼 가이드는 지향성 향상에 불리하게 작용함을 보여준다.

거리 0.3 m 원호에서의 음압을 추출하고 식(2)에서



Fig. 8 Sound pressure level distribution according to horn guide length (angle 20°)

정의한 *b*(*θ*)를 계산하여 Fig. 10에 나타내었다. 이를 통해 빔 폭(beamwidth)을 Table 2에 기재하였다. 혼 가이드가 길수록 빔 폭이 작아졌다. 식(5)와 식(6)을 활용하여 계산한 지향성과 지향성 지수도 Table 2에 기재하였다. 음압의 경우와 마찬가지로 지향성과 지향 성 지수가 혼 가이드가 길수록 크게 나타났다.

#### 3.3 혼 가이드 각도에 따른 해석결과

혼 가이드 각도에 따른 음압레벨분포를 Fig. 11에 나타내었다. 축방향 거리별 음압을 Fig. 12에 그래프 로 나타내었고, 중심축 방향 0.3 m 지점에서 음압과 음 압레벨을 Table 3에 기재하여 혼 가이드 각도에 따 라 비교하였다. 음압 크기가 혼 가이드 각도 20°, 10°, 30° 순서로 나타났다.



거리 0.3 m 원호에서 추출한 음압으로 빔 패턴을 작

Fig. 9 Sound pressure along the central axis (horn guide angle 20°)



Horn guide length (mm)	Sound pressure (Pa)	Sound pressure level (dB)
10	87.2	129.8
20	108.4	131.7
30	169.7	135.7
40	251.8	139.0
50	331.1	141.4
No horn	108.0	131.6

성하여 Fig. 13에 나타내었다. 빔 폭을 Table 4에 기재 하였고 혼 가이드의 각도가 클수록 빔 폭이 작게 나타 났다. 지향성과 지향성 지수를 계산하여 Table 4에 기 재하였다. 음압의 경우와 마찬가지로 지향성과 지향성 지수 크기가 혼 가이드 각도 20°, 10°, 30° 순서로 나 타났다.



Fig. 10 Beam pattern according to horn guide length (angle 20°)

 Table 2
 Beamwidth, directivity, and directivity index according to horn guide length (angle 20°)

Horn guide length (mm)	Beamwidth (°)	Directivity	Directivity index (dB)
10	49.7	7.5	8.8
20	9.0	11.9	10.7
30	7.7	33.8	15.3
40	7.0	67.6	18.3
50	6.5	97.0	19.9



Fig. 11 Sound pressure level distribution according to horn guide angle (length 50 mm)



Fig. 12 Sound pressure along the central axis (horn guide length 50 mm)

 Table 3
 Sound pressure and sound pressure level at

 0.3 m in the central axis (length 50 mm)

Horn guide length (mm)	Sound pressure (Pa)	Sound pressure level (dB)
10	301.8	140.6
20	331.1	141.4
30	273.2	139.7
No horn	108.0	131.6

#### 4.실 험

유한요소 해석을 통해 구한 음향 지향성을 검증하 기 위해 실험을 하였다.

#### 4.1 실험장치

3D 프린터로 혼 가이드를 제작하였고, 제작된 혼 가 이드를 Fig. 14에 제시하였다. 실험에 사용된 초음과 센서의 지름은 19 mm이며, 임피던스 분석기(Agilent 4192A)로 측정한 결과 구동주파수는 30.0 kHz이다.

송·수신 보드(development kit)를 사용하여 초음파 의 송·수신 신호를 측정하였다. 전원공급기(Tektronix PWS2323, DC 12V)를 사용하여 보드에 전압을 인가 하였다. 초음파 센서에 30 kHz 정현파 신호를 입력으 로 인가하였으며, 전압은 150 V<sub>0</sub>-p이다. 송신 후 반사 되어 되돌아온 초음파를 오실로스코프(Tektronix TDS



Fig. 13 Beam pattern according to horn guide angle (length 50 mm)

 Table 4
 Beamwidth, directivity, and directivity index according to horn guide angle (length 50 mm)

Horn guide length (mm)	Beamwidth (°)	Directivity	Directivity index (dB)
10	11.0	91.3	19.6
20	6.5	97.0	19.9
30	5.7	69.1	18.4

3012C)로 관찰하였다.

#### 4.2 송신 실험

송신성능을 파악하기 위해 송신부 혼 가이드를 교 체하며 송신 실험을 하였다. 송신부 혼 가이드를 교체 하며 실험하고 수신부에 초음파 센서로 초음파의 음 압을 측정하였다. 수신음압 관찰이 용이하도록 수신용 초음파 센서에 혼 가이드를 설치하였고, 계측기 구성 도를 Fig. 15에 나타내었다. 송신부 혼 가이드 치수에 따른 수신 신호를 오실로스코프로 계측하였고, 송신부 혼 가이드초음파 수신 신호를 Fig. 16에 나타내었다. 송신부 혼 가이드 치수에 따른 신호 크기를 Fig. 17에 나타내었다. 실험 결과 각도 20°이고 길이 50 mm인 혼 가이드가 송신 성능이 가장 좋은 것으로 파악되었다. 유한요소 해석과 실험결과를 비교하였다. 해석결과 의 음압과 실험결과의 센서출력을 각각 정규화하여 혼 가이드 길이에 따른 해석과 실험결과 비교 그래프와 혼

가이드 길이에 따른 해석과 실험결과 비교 그래프와 혼 가이드 각도에 따른 해석과 실험결과 비교 그래프를 Fig. 18에 나타내었다. 비교결과 거리측정용 초음파 센 서에 결합된 혼 가이드 치수에 따른 유한요소 해석과



Fig. 14 Horn guide specimens made by a 3D printer



Fig. 15 Configuration diagram of transmission test instrument

실험결과 경향이 유사하다. 혼 가이드의 길이가 길수록 음향 지향성이 좋고, 혼 가이드 각도 20°에서 음향 지 향성이 가장 좋다.



Fig. 16 Received signal of ultrasound at the transmission horn guide



Fig. 17 Output voltage of ultrasonic sensor at the transmission test according to the horn guide dimensions

#### 4.3 수신 실험

수신성능을 파악하기 위해 수신부 혼 가이드를 교 체하며 수신신호 크기를 측정하였다. 초음파 센서를 사 용하여 초음파를 송신하고 중심축 방향 1 m 위치에서 수신용 초음파 센서로 초음파의 음압을 측정하였다. 수 신부 초음파 센서의 혼 가이드를 교체하며 실험하였다. 수신음압 관찰이 용이하도록 송신용 초음파 센서에 혼 가이드를 설치하였고, 계측기 구성도를 Fig. 19에 나타 내었다. 혼 가이드 치수에 따른 수신 신호를 오실로스 코프로 계측하였고, 수신부 혼 가이드의 초음파 수신 신 호를 Fig. 20에 나타내었다. 수신부 혼 가이드 치수에 따른 신호크기를 Fig. 21에 나타내었다. 실험 결과 각



Fig. 18 Comparison of finite element analysis and experiment depending on horn guide dimension



Fig. 19 Configuration diagram of reception test instrument



(b) Horn (length 10 mm, angle  $30^{\circ}$ )





Fig. 21 Output voltage of ultrasonic sensor at the reception test according to the horn guide dimensions



Fig. 22 Configuration diagram of transmission and reception test instrument

도 20°이고 길이 50 mm인 혼 가이드가 수신 성능이 가 장 좋은 것으로 파악되었다.

#### 4.4 송·수신 실험

혼 가이드가 부착된 초음파 센서를 사용하여 초음 파를 송신하고 원통벽에서 반사되어 수신되는 초음 파의 음압을 측정하였다. Fig. 22에 계측기 구성도를 나타내었다. 초음파 반사용 원통벽은 지름 76 mm의 PVC 파이프이고, 초음파 센서와의 거리는 1 m이다. 이 러한 구조는 현업에서 시험하는 방식에 따른 것이다. 각도와 치수가 다른 혼 가이드를 교체해 가며 실험하 였다. 혼 가이드 유무에 따른 초음파 송·수신 신호를 Fig. 23에 나타내었고, 혼 가이드 치수에 따른 초음파 송·수신 신호 크기를 Fig. 24에 나타내었다. 실험 결과 각도 20°이고 길이 50 mm인 혼 가이드가 송·수신 성 능이 가장 좋은 것으로 파악되었다.

각도 20°이고 길이 50 mm인 혼 가이드와 혼 없는 경우의 초음파 빔 패턴을 측정하였다. 계측기 구성도 를 Fig. 25에 나타내었다. Fig. 26에 나타낸 회전장치 를 사용하여 초음파 센서를 회전하였고, 초음파 센서



Fig. 23 Received signal of ultrasound at the transmission and reception test



Fig. 24 Output voltage of ultrasonic sensor at the transmission and reception test according to horn guide dimensions

와 원통벽의 각도를 1°씩 변경하며 측정하였다. 혼 가 이드 유무에 따른 빔 패턴을 Fig. 27에 나타내었다. 빔 폭이 각각 5.5°와 19°로 혼 가이드가 있는 경우의 빔 폭 이 30% 줄어서 지향성이 좋음을 확인하였다.



Fig. 25 Configuration diagram of beam pattern measurement instrument



Fig. 26 Device for rotating ultrasonic sensors





# 5.결 론

혼 가이드 치수에 따른 초음파 센서의 지향성을 다 루었다. 혼 가이드의 길이와 각도에 따른 음향 특성을 파악하기 위하여 유한요소 해석과 실험을 하였다. 구 동주파수 30 kHz, 혼 가이드의 각도 10°, 20°, 30°와 길 이 10 mm, 20 mm, 30 mm, 40 mm, 50 mm를 대상으 로 하였다.

유한요소 해석을 통해 여러 유형의 혼 가이드에 의 한 음압분포를 구하고, 이로부터 빔 패턴과 지향성을 산출하여 비교하였다. 해석결과를 검증하기 위해 3D 프린터로 혼 가이드 시제품을 제작하여 실험을 하였 다. 혼이 부착된 초음파 센서를 사용하여 초음파를 송 신하고 일정거리에서 수신된 초음파의 음압을 측정하 였다. 해석결과의 음압과 실험결과의 센서출력을 각각 정규화하여 비교한 결과 경향이 유사함을 보였다. 혼 가이드의 각도 20°에서 음향 지향성이 가장 좋으며, 동 일한 혼 가이드 각도에서 혼 가이드가 길수록 음향 지 향성이 좋은 것으로 파악되었다.

#### References

(1) Kim, J. O., 2000, Sensors and Actuators Using Ultrasound, Journal of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 10, No. 5, pp. 723~728.

(2) Seon, S. O., Kim, J. O., Chae, M. K. and Yoo, G. S., 2018, Acoustic Characteristics Depending on the Vibration Distribution of Ultrasonic Sensors, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 28, No. 4, pp. 490~500.

(3) Choi, Y. K., Choi, U, S. and Song, J. B., 2009, Obstacle Avoidance of a Mobile Robot Using Low-cost Ultrasonic Sensors with Wide Beam Angle, Journal of Institute of Control, Robotics and Systems, Vol. 15, No. 11, pp. 1102~1107.

(4) Lee, J. L., 1997, Ultrasonic Waves and Its Usage, Sehwa, Paju, p. 114. (5) Ju, X., Gu, L. and Dong, X., 2014, Application and Research of Ultrasonic Horn in Ultrasonic Ranging System, Sensors & Transducers, Vol. 170, No. 5, pp. 60~66.

(6) Lim, S. G. and Kim, J. O., 2018, Acoustic Directivity of an Ultrasonic Sensor Depending on Horn Guide Shape, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 28, No. 6, pp. 707~712.

(7) Kinsler, L. E., 1999, Fundamentals of Acoustics, 4th edition, Wiley, New York, pp. 171~193.



**Sung Gu Lim** received the B.S. degree in mechanical engineering from Soongsil University in 2014. Since 2017 as a graduate student at Soongsil, he has been working on ultrasonic sensors and wave propagation.



Jin Oh Kim received the B.S. and M.S. degrees in mechanical engineering from Seoul National University in 1981 and 1983, respectively, and the Ph.D. degree from University of Pennsylvania in 1989. For ten years he has got research experiences at

Korea Research Institute of Standards and Science, Northwestern University, and Samsung Advanced Institute of Technology. Since 1997, he has been working at Soongsil University, where he is currently a Professor of mechanical engineering. His research interests are in the area of ultrasonic sensors and actuators using mechanical vibrations and waves.

# 허니컴 샌드위치 패널 인서트의 충격파 전달 특성에 관한 실험 및 해석적 연구

Experimental and Analytical Study on Shock Wave Transfer Characteristic of Honeycomb Sandwich Panel Insert

박 현 수\*·황 대 현\*·한 재 흥<sup>†</sup>

Hyun-Su Park<sup>\*</sup>, Dae-Hyun Hwang<sup>\*</sup> and Jae-Hung Han<sup>†</sup>

(Received March 14, 2019 ; Revised May 9, 2019 ; Accepted May 9, 2019)

Key Words: Pyroshock(파이로충격), Honeycomb Sandwich Panel(허니컴 샌드위치 패널), Honeycomb Insert(허니컴 인서트), Shock Propagation Experiment(충격전파실험)

#### ABSTRACT

Severe pyroshock can cause failure of mounted electronic equipment used in various space missions. To prevent this problem, it is important to predict the propagation path and attenuation of shock in space structures. In the case of a honeycomb sandwich panel, which is widely used in satellites, an insert is used in essential to connect with other structures and the shock wave propagates through this insert system. In this study, the shock attenuation performance of a honeycomb sandwich panel insert system is measured by a shock propagation experiment. Modeling and finite element analysis techniques for such a honeycomb sandwich panel with an insert system are introduced. The results of the experiment and analysis are compared.

# 1. 서 론

파이로충격이란 우주 발사체의 단 분리, 페어링 분 리, 위성 분리 등의 상황에 사용되는 화약 기반의 파이 로테크닉 분리장치에 의해 발생하는 충격이다. 해당 충격은 일반적으로 20 ms 이내로 발생하며 2 kHz 이 상의 고주파수 성분을 포함하고 그 크기는 100 000 g 에 이르기도 한다. 이러한 특징은 구조물의 변형을 거 의 유발하지 않지만, 2 kHz 이상의 주파수 성분이 우 주 구조물에 탑재된 소형 전자장비의 고장을 유발할 위험성을 가지고 있다<sup>(1)</sup>. 이러한 충격을 저감시키기 위 해 Hwang et al.<sup>(2)</sup>은 저충격 분리장치의 수학적 모델 에 관하여 연구하였으며, Jeong et al.<sup>(3,4)</sup>은 형상기억 합금을 이용한 충격 절연장치를 개발하였다.

일반적으로 파이로충격은 탄성파 형태로 전파되기 때문에 구조물 간의 체결 부위에서 그 크기가 줄어드 는 특성을 보인다. 인공위성과 같은 우주 구조물을 설 계할 때 충격파의 전파 경로 및 감쇠 정도를 고려하여 시스템을 구성하는 것은 매우 중요하다. 일찍이 미항 공우주국(NASA)<sup>(5,6)</sup>에서 1970년대에 파이로충격이 다 양한 조인트를 통과하면서 크기가 줄어드는 정도를 실

<sup>\*</sup> Corresponding Author; Member, Dept. of Aerospace Engineering, KAIST E-mail : jaehunghan@kaist.ac.kr

<sup>\*</sup> Member, Dept. of Aerospace Engineering, KAIST

<sup>#</sup> A part of this paper was presented and selected as one of best papers at the KSNVE 2019 Annual Spring Conference.

Recommended by Editor Won Ju Jeon

<sup>©</sup> The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

험을 통해 측정하였으며, Lee et al.<sup>(7)</sup>은 얇은 평판과 다양한 와셔로 이루어진 조인트의 충격 전파 특성을 실험 및 해석적으로 연구하였다. Lee et al.<sup>(8)</sup>은 파이로 충격 모사 장치를 개발하여 각종 조인트의 충격전파 실험을 수행하였으며, Benedetti et al.<sup>(9)</sup>은 볼트 결합 의 충격 감쇠 효과를 실험적으로 연구하였다.

앞서 소개한 사전 연구사례들처럼 충격 전파 특성 연구는 실험 기반의 결과가 신뢰되어 왔으며 특히 반 복 실험이 편리한 일반 평판이 흔히 사용되었다. 하지 만 우주 구조물의 경량화가 중요시되면서 널리 사용되 는 허니컴 샌드위치 패널에서의 충격 전파 실험은 수 행되지 않았다. 일반적으로 허니컴 샌드위치 패널이 우 주 구조물의 구성요소 역할을 하기 위해서는 인서트라 는 부품이 사용된다. 패널에 구멍을 내고 에폭시 수지 를 주입하여 인서트를 설치하는 방식이 일반적이다. 해당 인서트에 리벳, 볼트 등을 체결하여 전자장비를 탑재하거나 허니컴 샌드위치 패널 간의 corner joint, T-shape joint 등을 구현할 수 있다.

기존에 허니컴 샌드위치 패널 인서트의 충격 전달 특성에 관한 연구가 수행되지 못한 이유는 인서트 설 치 방식의 특성상 제거 및 재설치가 불가능하여 샌드 위치 패널의 재활용성이 떨어지고 가공 및 설치 과정 에서의 비용 및 시간 문제로 인해 실험실 수준에서 여 러 가지 조건에 대한 반복 실험이 현실적으로 불가능 하기 때문이다. 따라서 허니컴 샌드위치 패널에서의 충 격 전과 특성을 파악하기 위해 검증된 해석 기법을 적 용하는 것은 매우 중요하다. 해당 기법을 통해 실제 실 험을 진행하는 것보다 시간 및 비용을 단축하고 여러 가지 조건을 바꿔가며 결과를 얻어낼 수 있다.

이 연구에서는 인서트를 이용해 허니컴 샌드위치 패 널과 일반 평판을 결합한 구조물을 제작하고 해당 구 조물에 충격전파실험을 수행하였다. 해당 실험을 통해 인서트 시스템의 충격 감쇠 특성을 충격 응답 스펙트럼 을 통해 확인하였다. 또한, 해당 구조물에 유한요소 해 석 기법을 적용하고 실험 결과와의 비교를 통해 해석 기법을 검증하였다.

#### 2. 충격전파실험

#### 2.1 Insert 제작 및 설치

일반적으로 인서트는 제조업체, 사용 목적에 따라 크기, 형태, 재질이 다양하다. 이 연구에서는 유럽우주 국(ESA)에서 발행한 Insert Design Handbook<sup>(10)</sup>을 참

	Table 1	Honeycomb	sandwich	pane
--	---------	-----------	----------	------

Core	Material	Aluminum
	Cell size	5.2 mm
	Cell thickness	0.1 mm
	Height	28 mm
Skin	Material	Aluminum
	Thickness	1 mm



Fig. 1 Insert shape and installed insert

고하여 외경 17 mm, 높이 12 mm인 SUS304 재질의 인서트를 제작하였다. Table 1에 표시된 재질 및 치수 를 가지는 허니컴 샌드위치 패널에 인서트를 설치하는 방식으로는 가공 및 설치가 편리한 full potting method 를 선택하였다. 인서트의 윗면과 샌드위치 패널의 윗면 을 한 평면상에 위치하게 하고 에폭시 수지를 주입하 는 방식으로 설치를 진행하였다. 인서트의 외관 및 설 치 완료된 모습은 Fig. 1에서 확인할 수 있다.

#### 2.2 실험 방식

일반적으로 허니컴 패널에 파이로테크닉 분리장치 와 같은 충격원이 직접 연결되는 경우는 없으며, 외부 로부터 발생한 충격이 인서트를 통해 허니컴 패널로 전달된다. 이러한 환경을 모사하기 위해 Figs. 2~3와 같은 형태로 인서트의 볼트 체결을 통한 허니컴-평판 결합 구조물을 제작하였다. 일반 평판에서 발생한 충 격이 허니컴 샌드위치 패널로 전파될 때 인서트와 에폭 시 수지를 포함한 인서트 시스템을 통과하게 되며 해 당 시스템의 충격 저감 성능을 정량적으로 확인하기 위 해 체결 부위 전후 100 mm 지점을 계측하였다. 계측 방식으로는 레이저 도플러 진동계(laser doppler vibrometer, LDV)를 이용한 비접촉식 속도 계측 방식을 사 용하였다. LDV를 통해 표면의 속도 데이터를 측정하 고 이를 데이터 처리 과정에서 가속도로 변화하여 충 격을 정량적으로 계측하는 방식이다. LDV를 이용한 충격 계측은 기존 접촉식 센서인 가속도계 등과 달리 구조물의 특성에 영향을 미치지 않는 장점이 있으며 파이로충격과 같은 고주파수 계측에도 충분히 활용할


#### 1200mm

Fig. 2 Illustration of honeycomb & plate joint structure



Fig. 3 Honeycomb & plate joint structure

수 있음을 Lee et al.<sup>(11)</sup>이 관련 연구를 통해 검증하였 다. 일반적으로 충격 계측 실험에서 샘플링 주파수는 계측하고자 하는 최대 주파수보다 최소 10배 이상이 어야 하며, 이 실험에서는 1 MHz로 샘플링 주파수를 설정하였다. 실험 모델의 경계 조건으로는 자유 경계 조건을 적용하였다. 허니컴-평판 결합 구조물에 4개의 케이블을 연결하여 Fig. 3와 같이 공중에 매달려있는 환경으로 실험을 진행하였다.

파이로충격과 유사한 고주파 충격을 발생시키기 위 해 쇠구슬 탄환을 평판에 충돌시키는 기계적 충격방 식을 이용하였다. 탄환과 충돌 시 평판의 손상을 방지 하기 위해 Fig. 4와 같이 두께 2 mm의 디스크를 부착 하였으며 본격적인 실험에 앞서 해당 지점에 충격을 발생시키고 가속도를 계측하여 충격의 반복성과 주 파수 성분을 확인해보았다. 두 번의 충격 발생 결과를 Fig. 5에 나타내었으며, 이를 통해 실험의 반복성을 확 인하였다. Fig. 6에 나타난 가속도 데이터의 푸리에 변 환 결과를 살펴보면 2 kHz 이상의 고주파수 성분을 충 분히 포함하고 있음을 확인할 수 있다.

## 2.3 실험 데이터 처리

일반적으로 충격을 정량적으로 나타내기 위해 충격 응답 스펙트럼(shock response spectrum, SRS)이 널리



Fig. 4 Target disk located at the impact point



Fig. 5 Acceleration data measured at impact point



Fig. 6 Fourier transform of acceleration data measured at impact point

사용된다. SRS는 가속도 시간 이력의 데이터를 서로 다른 고유진동수를 갖는 일자유도(single degree of freedom) 시스템에 대입하여 얻어지는 최대 가속도 값 을 주파수-가속도 이력으로 나타내는 것으로 각 주파 수 성분의 영향을 쉽게 확인할 수 있다<sup>(12)</sup>. 일반적으로 감쇠비 *ζ*를 0.05로 가정하여 계산되며 절댓값의 최대 가속도만을 나타내는 maximax SRS를 이 실험 과정에 서 사용하였다.

가속도 시간 데이터를 SRS로 나타내기에 앞서 대역 통과 필터(버터워스 필터)를 적용하여 100 Hz~10 kHz 대역만을 통과시켜 고주파수 노이즈 및 저주파수 신호 드리프트 문제를 해결하였다.

#### 2.4 실험 결과

자유 경계 조건이 적용된 상태로 충격을 발생시키고 2대의 LDV로 체결 부위 전후 100 mm 지점을 3초 동안 계측하는 방식으로 실험이 진행되었다. 충격 발 생 직후 5 ms 동안의 데이터를 결과 분석에 사용하였 으며, 가속도 시간 이력은 Fig. 7에 나타나 있다. 해당 데이터를 바탕으로 SRS 커브를 Fig. 8에 나타내었고, 체결 부위 통과 후의 충격 저감량을 Fig. 9에 나타내 었다.

평판에서 발생한 충격이 조인트를 통과하고 허니컴 패널로 전파되면서 SRS 커브 상으로 약 8 dB 정도 그 크기가 줄어든 것을 확인할 수 있다. 미항공우주국 (NASA)에서 수행한 연구<sup>(5,6)</sup>에 따르면, 충격이 허니컴 패널 상에서 전파될 때, 거리에 따른 크기의 감쇠 효과 가 매우 작다는 것을 실험을 통해 확인하였다. 따라서 이 실험에서 계측한 충격 저감 효과는 조인트 통과 후



Fig. 7 Measured acceleration data for 5 ms







Fig. 9 Degree of attenuation after passing through joint

유연 구조물에 따른 감쇠 효과보다는 조인트에 의한 영향이 지배적이라는 것을 알 수 있다.

## 3. 유한요소 해석

## 3.1 모델링

이 해석 과정에서는 explicit 기법을 기반으로 하여 복잡한 형상의 구조물에 대한 넓은 주파수 범위의 정 확한 충격 전파 해석이 가능한 상용프로그램인 ANSYS Autodyn을 사용하였다.

허니컴 샌드위치 패널의 스킨과 코어는 두께가 매우 얇으며 이를 solid 형태로 모델링하면 요소의 크기가 매우 작아져 해석 시간이 오래 걸리게 된다. 이러한 문 제를 피하고자 얇은 구조를 효과적으로 모사할 수 있 는 4-node linear quadrilateral 요소를 사용하였다. 일 반평판에는 8-node linear hexahedron 요소를 적용하 였으며 나머지 부품들에는 4-node linear tetrahedron 요소로 모델링하였다.

허니컴 코어 내부에 채워져 있는 에폭시 수지의 경 우, 실제로는 Fig. 10의 왼쪽과 같은 형태를 하고 있으 나 이를 해석에 적용할 경우 메쉬 품질이 상대적으로 떨어지게 된다. 해석의 정확성 및 시간 절감을 위해 유 효 채움 반지름(effective potting radius)이라는 개념 을 도입하였다. 인서트의 반지름, 허니컴 코어의 셀 크 기를 통해 에폭시 수지의 채움 반지름을 유추하는 것 으로 ESA(european space agency)에서 실험적으로 구한 식 (1), 식 (2)<sup>(10)</sup>를 통해 에폭시 수지를 반지름이 12 mm인 원형으로 간주하였으며 이를 모델링에 적용 하였다.

$$r_{eff,min} = 0.93192 r_{insert} + 0.874 S_{\alpha cll} - 0.66151 \quad (1)$$

 $r_{eff,opt} = 1.002064 r_{insert} + 0.940375 S_{cell} - 0.7113$ (2)

 $\begin{array}{l} r_{eff,min} : \mbox{Minimum of effective potting radius} \\ r_{eff,opt} : \mbox{Optimized effective potting radius} \\ r_{insert} : \mbox{Outer radius of insert} \\ S_{cell} : \mbox{Core cell size} \end{array}$ 

실험과 동일하게 자유 경계 조건을 적용하였으며, 대 칭 조건을 적용하여 1/2 형상만을 모델링하였으며, 해 당 모델은 Fig. 11에 나타나 있다. 각 부분에 적용된 재 료 및 물성치는 Table 2에 정리하였다.



Fig. 10 Apply effective potting radius



Fig. 11 Finite element model of honeycomb & plate joint structure

Part	Material	Shear modulus (GPa)	Density (kg/m <sup>3</sup> )	
Honeycomb core				
Honeycomb skin	Aluminum	27	2770	
Plate	Aluiiiiiuiii		2770	
Target disk				
Epoxy resin	Epoxy resin	1.2	1186	
Insert	SUS 204	77	7000	
Bolt	303 304	//	/900	

Table 2 Material properties of parts

#### 3.2 속도 가진 적용

앞선 실험에서 충격을 발생시키기 위해 사용된 탄 환 충돌 방식은 해석상으로 모사하기 힘든 단점이 있 다. 탄환의 속도, 탄환과 디스크 간의 마찰 계수, 발사 각도 등을 정확히 측정하고 해석에 적용하는 것은 거 의 불가능하기 때문이다. 따라서 이 해석 과정에서는 충격을 발생시키기 위해 속도 가진 방식을 적용하였 다. 실험과 동일하게 디스크를 모델링하고 본격적인 실험에 앞서 측정한 충격 지점 속도 데이터 중에 초 기 충격으로 판단되는 0.45 ms 동안의 값을 입력하였 다. 해당 속도 가진 방식은 Lee et al.<sup>(7)</sup>에서도 사용되 었으며 실험과 동일한 충격을 효과적으로 발생시킬



Fig. 12 Apply velocity condition on target disk



Fig. 13 Attenuation of insert system

수 있다. 0.45 ms 동안 해당 속도로 디스크가 거동하 여 진동을 발생시키고 그 이후로는 구속 조건을 제거 하여 외력 없이 충격파가 전파되도록 하였다.

#### 3.3 해석 결과 및 의의

실험과 동일하게 체결 부위 전후 100 mm 지점의 가 속도 데이터를 5 ms 동안 수집하였으며 해당 데이터를 이용한 인서트 시스템 통과 후의 SRS 감쇠량을 Fig. 13 에 나타내었다. 1 kHz 이상의 고주파수 영역에서 인서 트 시스템의 충격 감쇠 정도가 약 8 dB로 실험 및 해 석 결과가 유사함을 확인할 수 있다. 1 kHz 이하의 저 주파수 성분의 경우 Fig. 6에서 볼 수 있다시피 충격 원 자체에 충분히 포함되어 있지 않아 그 크기가 상대 적으로 너무 작고 해석 모델 내 접촉 조건의 단순화로 인해 실험 및 해석 결과에 차이가 큰 부분이 있는 것 으로 판단된다.

허니컴 샌드위치 패널의 경우 인서트 설치 후 제거 및 재설치 불가능, 가공 및 인서트 설치에 드는 비용과 시간 등의 문제로 실험실 수준에서 반복 실험이 매우 힘든 단점이 있다. 이러한 이유로 허니컴 샌드위치 꽤 널 관련 연구에서 검증된 해석 기법을 이용한 다양한 조건 아래의 반복 해석은 매우 중요한 과정이다. 이 연 구에서는 해석과 실험 결과와의 비교를 통해 인서트 시스템이 포함된 허니컴 샌드위치 패널의 모델링 및 충격 전파 해석 기법의 정확성을 검증하였다.

## 4. 결 론

이 연구에서는 인서트의 볼트 체결을 통한 허니컴-평판 결합 구조를 제작하고 충격전파실험을 수행함으 로써 허니컴 샌드위치 패널 인서트의 충격 감쇠 성능 을 확인하였다. 또한, 실험 모델의 유한요소 해석 결과 를 실험 결과와 비교하여 모델링 및 해석 기법을 검 증하였다.

## 후 기

이 연구는 2019년도 춘계 한국소음진동공학회 학 술대회 우수논문으로 추천되었으며 KAIST 기본연구 비에 의해 지원되었습니다.

#### References

(1) Department of Defense, 2008, Pyroshock, United States Military Standard, MIL-STD-810G Method 517.1.

(2) Hwang, D.-H., Lee, J., Han, J.-H., Lee, Y. and Kim, D., 2018, Mathematical Model for the Separation Behavior of Low-shock Separation Bolts, Journal of Spacecraft and Rockets, Vol. 55, No. 5, pp. 1208~1221.

(3) Jeong, H.-K., Lee, J., Han, J.-H. and Wereley, N. M., 2016, Design of Frequency-tunable Mesh Washer Isolators Using Shape Memory Alloy Actuators, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 27, No. 9, pp. 1265~1280.

(4) Jeong, H.-K., Han, J.-H., Youn, S.-H. and Lee, J., 2014, Frequency Tunable Vibration and Shock Isolator Using SMA Wire Actuator, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 25, No. 7, pp. 908~919.

(5) Kacena, W. J., McGrath, M. B. and Rader, W. P., 1970, Aerospace Systems Pyrotechnic Shock Data (Ground Test and Flight) Vol. 1: Summary and Analysis, NASA-CR-116437, National Aeronautics and Space Administration, Denver, Colorado. (6) Kacena, W. J., McGrath, M. B. and Rader, W. P., 1970, Aerospace Systems Pyrotechnic Shock Data (Ground Test and Flight) Vol. 6: Pyrotechnic Shock Design Guidelines Manual, NASA-CR-116406, National Aeronautics and Space Administration, Denver, Colorado.

(7) Lee, J., Hwang, D.-H. and Han, J.-H., 2018, Study on Pyroshock Propagation through Plates with Joints and Washers, Aerospace Science and Technology, Vol. 79, pp. 441~458.

(8) Lee, S.-J., Hwang, D.-H. and Han, J.-H., 2018, Development of Pyroshock Simulator for Shock Propagation Test, Shock and Vibration, Vol. 2018, p. 9753793.

(9) de Benedetti, M., Garofalo, G., Zumpano, M. and Barboni, R., 2007, On the Damping Effect Due to Bolted Junctions in Space Structures Subjected to Pyro-shock, Acta Astronautica, Vol. 60, No. 12, pp. 947~956.

(10) European Space Agency Requirements and StandardsDivision, 2011, Insert Design Handbook, ECSS-E-HB-32-22A, European Space Agency, Noordwijk, Netherlands.

(11) Lee, J., Hwang, D.-H., Jang, J.-K., Lee, Y., Kim, D.-J., Lee, J.-R. and Han, J.-H, 2017, Pyroshock Measurement and Characteristic Analysis of Explosive Bolt and Pyrotechnic Initiator, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 27, No. 2, pp. 213~220.

(12) Irvine, T., 2012, An Introduction to the Shock Response Spectrum, Revision S. Vibrationdata, Madison, Alabama, http://www.vibrationdata.com/tutorials2/srs intr.pdf.



Hyun-Su Park received B.S. degree in aerospace engineering from Inha Univ. in 2018. He is currently a M.S. candidate in aerospace engineering department at KAIST. His research interest includes shock propagation experiment and analysis, structural

dynamics and control.



**Dae-Hyun Hwang** received B.S. degree in aerospace engineering from Korea Aerospace Univ. in 2014 and M.S degree in aerospace engineering from KAIST in 2016. He is currently a P.H. candidate in aerospace engineering department at KAIST.

His research interest includes pyrotechnic release devices, pyroshock and shock propagation analysis.



Jae-Hung Han received B.S., M.S. and Ph.D. degree from KAIST in 1991, 1993 and 1998. He is currently a professor and head of aerospace engineering department at KAIST. His research interest includes deployable structure, smart materials, struc-

tural dynamics and control.

# 공기소음 및 고체소음 측정불확도 추정

Estimation of Measurement Uncertainty in Airborne Noise and Structureborne Noise

박성호

Sungho Park<sup>†</sup>

(Received March 21, 2019 ; Revised April 23, 2019 ; Accepted April 23, 2019)

Key Words : Measurement Uncertainty(측정불확도), Airborne Noise(공기소음), Structureborne Noise(고체소음)

## ABSTRACT

This paper analyzes the results of the estimated uncertainties of air-borne noise and structure-borne noise. The test results include the measurement uncertainties, which are used for validation. A mathematical model with various measurement uncertainty factors is required to provide more accurate test results. The contribution of each element to the measurement uncertainty was analyzed and the characteristics of the measurement uncertainty with frequency variation were investigated.

## 1. 서 론

소음 및 진동 측정 결과는 측정량의 값에 대한 추정 값일 뿐이므로, 그 값에 대한 측정불확도가 함께 명시 될 때에 비로소 완전해진다. 소음 및 진동 시험을 수행 함에 있어 측정 환경, 대표성이 없는 표본의 추출, 기 기의 분해능과 검출 한계, 센서 민감도와 같은 상수와 파라미터의 부정확한 값, 측정방법과 측정과정에서 사 용되는 근사값과 여러 가지 가정 등 다양한 원인에 의 해 측정불확도가 발생할 수 있다. 측정결과는 이미 알 고 있는 계통효과를 완전하게 보정하기 불가능하며, 추 가적인 우연효과도 포함하고 있기 때문에 항상 측정 불확도를 포함하고 있다.

측정결과는 기초연구에서 작업현장에 이르는 다양한 분야에서 연구개발의 기초데이터, 법률이나 규정의 만 족여부, 생산을 위한 품질관리, 소급성 유지를 위한 교 정 등 다양한 목적으로 활용되며, 상황에 따라 측정결 과가 경제적으로 큰 손실이나 분쟁을 유발할 수 있다.

한국인정기구(KOLAS, Korea laboratory accreditation scheme)에서는 '측정결과의 불확도추정 및 표현 을 위한 지침'을 통하여 공인시험기관의 정확한 측정 불확도 추정에 대한 가이드라인을 제시하고 있다. 정 확한 측정불확도 추정을 위하여 시험결과에 영향을 미 치는 다양한 측정불확도 인자를 파악하여야 하고, 이 러한 인자들이 시험결과에 어떻게 영향을 미치는지에 대한 합리적인 수학적 모델식이 필요하다<sup>(1)</sup>.

가속도 센서 신호에 대한 측정불확도가 연구된 바 있지만<sup>(1)</sup> 각각의 주파수에서의 측정불확도 특성이 어 떻게 달라지는지에 대한 추가적인 연구가 필요하다. 소 음 및 진동 시험에서는 가진주파수, 가진주파수의 조 화성분, 구조물의 공진주파수, 유체소음 등이 주파수에 따라 달리 작용한다. 이에 대하여 주파수별 가진원과 측정불확도 사이의 특성이 연구될 필요성이 있으며, 주 파수별 어떠한 인자가 측정불확도의 주요한 원인으로 작용하는지 파악할 필요성이 있다. 또한 같은 시험품

<sup>\*</sup> Corresponding Author; Member, Defense Industry Technology Center E-mail : sungho88@add.re.kr

Recommended by Editor Jun Hong Park

<sup>©</sup> The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

에 대하여 공기소음과 고체소음에서 측정불확도가 어 떠한 연관된 특성을 나타내는지 파악할 필요성이 있다.

## 2. 측정불확도 추정 모델

측정불확도란, GUM(guide to the expression of uncertainty in measurement, 측정불확도 표현지침서)에 의하면 측정결과와 관련하여 측정량을 합리적으로 추 정한 값들의 분산특성을 나타내는 파라미터로 정의되 고 있다. 측정불확도는 사용된 정보를 기초로 하여, 측 정량에 대한 측정값의 분산 특성을 나타내는 음이 아 닌 파라미터이며, 반복측정값의 빈도분포에 근거한 확 률밀도함수를 통해 추정하는 A형 표준불확도와 기존 의 정보 또는 문헌을 통해 측정값이 가질 수 있는 확률 밀도함수를 가정하여 구하는 B형 표준불확도로 구분 할 수 있다. 이 연구에서는 가속도 신호에 대하여 제시 된 측정불확도 모델<sup>(1)</sup>을 활용하여 공기소음 및 고체소 음의 측정불확도를 추정한다.

#### 2.1 공기소음 측정불확도 모델

공기소음은 시험품에서 발생하는 소음이 공기를 통 해 전달되는 소음을 의미한다. 공기소음 측정불확도 모 델에서는 마이크로폰에서 계측된의 전압이 물리적인 음압의 크기로 환산되어 데시벨(dB, *P<sub>ref</sub>* = 20 μPa) 단 위로 표현된다<sup>(2)</sup>. 공기소음 측정불확도 인자별 수학적 모델은 다음과 같다.

#### (1) 계측데이터 분해능 불확도 모델

계측데이터 분해능에 대한 불확도는 아래의 관계식 과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_{res} = P_m \times 10^{\Delta P_{res}/20} \tag{1}$$

$$20\log_{10}\left(\frac{P_{res}}{P_{ref}}\right) = 20\log_{10}\left(\frac{P_m}{P_{ref}}\right) + \Delta P_{res}[dB] (2)$$

여기서 *P<sub>m</sub>*은 계측된 음압레벨, *P<sub>res</sub>*는 분해능 불확도 가 포함된 음압 레벨, Δ*P<sub>res</sub>*는 계측데이터 분해능 오 차(데시벨 단위)를 의미한다.

계측데이터 분해능 불확도는 직사각형 확률분포를 따른다고 가정하여 산출할 수 있다. 임의의 변수에 대 한 불확도를 u, 계측데이터 분해능을 B<sub>res</sub>라 하였을 때 계측데이터 분해능 불확도는 다음과 같이 추정할 수 있다.

$$u(\Delta P_{res}) = (B_{res} / \sqrt{3}) [dB]$$
(3)

## (2) 센서계측 불확도 모델

마이크로폰을 통해 계측한 음압의 경우 마이크로폰 센서의 주파수별 민감도에 대한 불확도와 반복적으로 계측된 전압에 대한 불확도에 영향을 받는다. 계측되는 음압과 전압 사이에는 다음과 같은 관계식을 가진다.

$$P_m = \left( V_f / S_f \right) [\text{Pa}] \tag{4}$$

$$20\log_{10}(P_m/P_{ref}) = 20\left[\log_{10}V_f - \log_{10}S_f - \log_{10}P_{ref}\right] [dB]$$
(5)

여기서 V<sub>f</sub>는 각 주파수에서 계측된 전압 rms 진폭값, S<sub>f</sub>는 각 주파수에서의 센서 민감도를 의미한다. 마이 크로폰 센서 계측 전압의 불확도는 12회의 반복측정 을 통한 A형 불확도, 마이크로폰 센서 민감도의 불확 도는 센서 교정성적서 포함된 불확도를 활용하는 B형 불확도로 추정할 수 있다. 센서계측 불확도 모델은 다 음과 같이 산출할 수 있다.

$$u\left(20\log_{10}\frac{P_m}{P_{ref}}\right) = \frac{20}{\ln 10} \sqrt{\frac{u(V_f)^2}{V_f^2} + \frac{u(S_f)^2}{S_f^2}} \ [\text{dB}]$$
(6)

## (3) 현장교정 불확도 모델

현장교정은 시험 현장에서 시험결과에 영향을 미치 는 온도, 압력 등의 영향을 보상하기 위하여 필수적으 로 이루어지도록 규정하고 있다. 현장교정 불확도의 경 우 교정기 표준치의 불확도, 센서 민감도 불확도, 현장 교정시 측정된 전압값의 불확도에 영향을 받는다. 현 장교정에서 표준치, 측정된 음압, 현장교정 이득값은 다음과 같은 관계식을 가진다.

$$P = K_{cal} \left( V_{cal} / S_{cal} \right) [Pa] \tag{7}$$

여기서  $\tilde{P}$ 는 음압 교정기의 1000 Hz에서의 표준값 94 dB,  $K_{cal}$ 은 현장교정 이득값,  $V_{cal}$ 은 현장교정에 서 측정된 전압 진폭값,  $S_{cal}$ 은 현장교정이 실시되는 1000 Hz에서의 센서 민감도를 의미한다. 시험측정에서 현장교정 이득값은 다음과 같은 관계식을 만족한다.

$$P_{cal} = K_{cal} P_m = \left( PS_{cal} / V_{cal} \right) P_m [Pa]$$
(8)

$$20\log_{10}(P_{cal}/P_{ref}) = 20 \left[ \log_{10} \tilde{P} + \log_{10} S_{cal} - \log_{10} V_{cal} \right] + 20\log_{10}(P_m/P_{ref}) [dB]$$
(9)

현장교정 이득값이 적용되어 측정된 음압값의 측정 음과 같다<sup>(1)</sup>. 불확도는 다음과 같이 추정할 수 있다.

$$u(20\log_{10} P_{cal} / P_{ref}) = \frac{20}{\ln 10} \sqrt{\frac{u(V_{cal})^2}{V_{cal}^2} + \frac{u(S_{cal})^2}{S_{cal}^2} + \frac{u(\tilde{P})^2}{\tilde{P}^2}} [dB]^{(10)}$$

(4) 공기소음 측정불확도 합성

공기소음 측정불확도에 영향을 미치는 분해능 불확 도, 센서계측 불확도, 현장교정 불확도를 모두 반영한 측정결과를 Ptotal이라 하였을 때 모델식은 다음과 같다.

$$P_{total} = K_{\alpha al} P_m 10^{\Delta P_{res}/20}$$

$$= \left(\frac{\tilde{P} S_{\alpha al} V_f}{V_{\alpha al} S_f}\right) 10^{\Delta P_{res}/20} [Pa]$$
(11)

$$20 \log_{10}(P_{total}/P_{ref}) = 20 \left[ \log_{10} \widetilde{P} + \log_{10} S_{cal} + \log_{10} V_f \right] \\ -20 \left[ \log_{10} V_{cal} + \log_{10} S_f + \log_{10} P_{ref} \right] \\ + \Delta P_{res} \left[ dB \right]$$
(12)

공기소음의 불확도에서 현장교정시 계측되는 전압값 과 시험측정시 계측되는 전압값은 A형 불확도로 추정 할 수 있으며, 현장교정 표준값 및 센서장비 불확도 는 센서 교정성적서에 나타난 표준불확도를 활용하고, 계측데이터 분해능 불확도는 직사각형 분포를 가정하 여 추정할 경우 다음과 같다.

$$u(20\log_{10} P_{total} / P_{ref}) = \frac{B_{res}}{\sqrt{3}} + \frac{20}{\ln 10}$$

$$\times \sqrt{\frac{u(V_{cal})^2}{V_{cal}^2} + \frac{u(V_f)^2}{V_f^2} + \frac{u(S_{cal})^2}{S_{cal}^2}} [dB] \qquad (13)$$

$$+ \frac{u(S_f)^2}{S_f^2} + \frac{u(\tilde{P})^2}{\tilde{P}}$$

#### 2.2 고체소음 측정불확도 모델

고체소음은 시험품에서 발생하는 소음이 구조물을 통해 전달되는 소음을 의미한다. 계측된 가속도 레벨 을  $a_m$ , 데이터 분해능 오차를  $\Delta a_{res}$ , 현장교정시 가속 도 표준값을 ~(10 m/s<sup>2</sup> at 160 Hz), 불확도 합성된 가 속도 값이 atotal일때 계측된 신호와 측정된 가속도 데 시벨(dB,  $a_{ref} = 10^{-5} \text{ m/s}^2$ )로 환산한 수학적 모델은 다

398 | Trans. Korean Soc. Noise Vib. Eng., 29(3): 396~402, 2019

$$a_{total} = K_{cal} a_m 10^{\Delta a_{res}/20}$$

$$= \left(\frac{\tilde{A} S_{cal} V_f}{V_{cal} S_f}\right) 10^{\Delta a_{res}/20} [m/s^2]$$
(14)

$$20\log_{10}(a_{total}/a_{ref}) = 20 \left[ \log_{10} \tilde{A} + \log_{10} S_{cal} + \log_{10} V_f \right] \\ -20 \left[ \log_{10} V_{cal} + \log_{10} S_f + \log_{10} A_{ref} \right] \\ + \Delta a_{res} \left[ \text{dB} \right]$$
(15)

고체소음 측정불확도에 영향을 미치는 분해능 불확 도, 센서계측 불확도, 현장교정 불확도를 모두 반영한 측정결과는 공기소음과 동일한 방법으로 추정하였을 경우 다음과 같다.

$$u(20\log_{10} a_{total} / a_{ref}) = \frac{B_{res}}{\sqrt{3}} + \frac{20}{\ln 10}$$

$$\times \sqrt{\frac{u(V_{cal})^2}{V_{cal}^2} + \frac{u(V_f)^2}{V_f^2} + \frac{u(S_{cal})^2}{S_{cal}^2}} [dB] \quad (16)$$

$$+ \frac{u(S_f)^2}{S_{\epsilon}^2} + \frac{u(\widetilde{A})^2}{\widetilde{A}}$$

#### 3. 측정불확도 추정결과

## 3.1 시험방법 및 시험품

공기소음은 MIL-STD-740-1(SH):1986<sup>(3)</sup> 시험규격, 고체소음은 MIL-STD-740-2(SH):1986<sup>(4)</sup> 시험규격에 따 라 시험을 수행한다. 공기소음은 시험품의 중심면에서 1m 떨어진 거리, 바닥에서 1m 높이의 지점에서 발생 하는 음압의 크기를 측정한다. 공기소음은 1/1 octave band 중심주파수 31.5 Hz~8000 Hz에 대하여 시험평 가를 수행한다. 고체소음은 바닥과 시험품이 연결된 마 운트의 상부에서 수직 방향에 대하여 가속도를 측정한 다. 고체소음은 1/3 octave band 중심주파수 10 Hz~ 10 kHz에 대하여 시험평가를 수행한다<sup>(2)</sup>.

이 시험규격은 공장이나 다양한 외부 환경에서 측정 이 가능한 시험규격이지만, 시험품의 음압 크기 혹은 가속도 크기가 배경소음 음압 크기 혹은 배경진동 가 속도 크기보다 10 dB 이상 커야 한다. 이는 외부의 배 경소음 혹은 배경진동이 측정결과에 거의 영향이 없 어야 한다는 의미이며 이 측정불확도 시험에서는 이를 만족하기 위해 무향실에서 시험을 수행한다. 시험품은 약 5분 이상 동작하여 안정화된 후 측정을 수행한다. 시험품은 공기압축기로 정격전압 220 V, 모터회전수 1720 r/min, 강성이 충분히 높은 바닥의 지그와 4개의 고무 탄성 마운트로 연결되었다. 시험품이 일정한 구 동 조건을 유지하기 위하여 무부하 조건에서 시험이 수행되었다. 시험이 수행되기 이전에 시험실 환경에서 현장교정을 수행하였으며, 반복측정을 12회 수행하여 측정불확도를 추정하며 11의 자유도를 갖는다.

## 3.2 측정불확도 추정 결과 분석

공기소음 측정불확도 추정 결과는 Tables 1~6, 고 체소음 측정불확도 추정 결과는 Tables 7~12와 같으

Туре	Estimated value	Standard uncertainty	Sensitivity coefficient	Contribution	Ratio	
$\Delta P_{res}$	0.000	0.003	1.000	0.003 dB	0.0 %	
$V_f$	0.687	0.009	12.635	0.114 dB	63.7 %	
$V_{cal}$	45.306	0.022	0.192	0.004 dB	0.1 %	
$S_{f}$	44.005	0.306	0.197	0.060 dB	18.0 %	
$S_{cal}$	45.290	0.210	0.192	0.040 dB	8.0 %	
$\widetilde{P}$	0.997	0.005	8.715	0.045 dB	10.1 %	
	Conf	idence level		95 %		
	Cove	erage factor		<i>k</i> = 2		
C	ombined s	tandard unc	ertainty	0.14 dB		
Degree of freedom				27		
Test result				57.6 dl	В	
	Expand	ed uncertain	ity	0.3 dB		

Table 1 Airborne noise uncertainty at 31.5 Hz

Туре	Estimated value	Standard uncertainty	Sensitivity coefficient	Contribution	Ratio
$\Delta P_{res}$	0.000	0.003	1.000	0.003 dB	0.0 %
$V_f$	1.403	0.055	6.192	0.341 dB	95.3 %
$V_{cal}$	45.306	0.022	0.192	0.004 dB	0.0 %
$S_{f}$	44.514	0.232	0.195	0.045 dB	1.7 %
$S_{cal}$	45.290	0.210	0.192	0.040 dB	1.3 %
$\widetilde{P}$	0.997	0.005	8.715	0.045 dB	1.7 %
	Conf	idence level		95 %	
	Cove	erage factor		<i>k</i> = 2	
C	ombined s	tandard unc	ertainty	0.35 dB	
Degree of freedom				12	
Test result				63.7 dl	В
	Expand	ed uncertain	ıty	0.7 dE	3

Table 2 Airborne noise uncertainty at 63 Hz

며 주과수별 측정불확도 결과에 각각의 인자가 어떻게 기여하고 있는지를 나타낸다. 여기서  $\Delta P_{res}$ ,  $\Delta A_{res}$ 의 단 위는 dB,  $V_f$ ,  $V_{cal}$ 의 단위는 mV, 마이크로폰 민감도  $S_f$ ,  $S_{cal}$ 의 단위는 mV/Pa, 가속도계 민감도  $S_f$ ,  $S_{cal}$ 의 단위는 mV/(m/s<sup>2</sup>), 표준기 지시값  $\tilde{P}$ 의 단위는 Pa, 표 준기 지시값  $\tilde{A}$ 의 단위는 m/s<sup>2</sup>이다.

공기소음, 고체소음의 주파수별 측정결과 및 측정 불확도의 크기는 Figs. 1~2와 같다. 시험은 배경소음/ 배경진동이 충분히 작은 무향실 환경에서 수행되었다. 공기소음은 약 0.3 dB~0.7 dB의 측정불확도를, 고체 소음은 약 0.5 dB~2.5 dB의 측정불확도를 나타낸다. 현장교정, 음압/가속도 교정기 표준값, 분해능 인자 는 주파수에 따라 동일한 불확도 절대값을 나타내며,

Table 3 Airborne noise uncertainty at 125 Hz

Туре	Estimated value	Standard uncertainty	Sensitivity coefficient	Contribution	Ratio
$\Delta P_{res}$	0.000	0.003	1.000	0.003 dB	0.0 %
$V_f$	2.266	0.071	3.833	0.273 dB	93.3 %
$V_{cal}$	45.306	0.022	0.192	0.004 dB	0.0 %
$S_{f}$	44.875	0.208	0.194	0.040 dB	2.0 %
$S_{cal}$	45.290	0.210	0.192	0.040 dB	2.0 %
$\widetilde{P}$	0.997	0.005	8.715	0.045 dB	2.6 %
	Conf	idence level		95 %	
	Cove	erage factor		<i>k</i> = 2	
C	ombined s	tandard unco	ertainty	0.28 dB	
Degree of freedom				12	
Test result				67.9 dB	
	Expand	ed uncertain	ıty	0.6 dE	3

Table 4 Airborne noise uncertainty at 500 Hz

Туре	Estimated value	Standard uncertainty	Sensitivity coefficient	Contribution	Ratio	
$\Delta P_{res}$	0.000	0.003	1.000	0.003 dB	0.0 %	
$V_f$	3.277	0.087	2.651	0.272 dB	91.0 %	
$V_{cal}$	45.306	0.022	0.192	0.004 dB	0.0 %	
$S_{f}$	45.290	0.2108	0.192	0.040 dB	2.7 %	
$S_{cal}$	45.290	0.210	0.192	0.040 dB	2.7 %	
$\widetilde{P}$	0.997	0.005	8.715	0.045 dB	3.5 %	
	Conf	idence level		95 %		
	Cove	erage factor		k = 2		
C	ombined s	tandard unc	ertainty	0.24 dB		
Degree of freedom				14		
Test result				71.1 dB		
	Expand	ed uncertair	ity	0.5 dE	3	

센서민감도 불확도 및 반복측정 전압값은 주파수에 따 라 값이 달라진다. 특히 반복측정 전압값은 가진원의 특성을 반영하여 값이 크게 변화한다.

공기소음 및 고체소음 측정불확도 추정결과에서 공 기압축기의 회전주파수(1800 r/min)에 해당하는 주파 수(31.5 Hz)와 다른 주파수에서의 특성이 확연하게 구 분된다. 회전주파수에서는 모터 회전이 주 가진원이며 다른 주파수에 비해 작은 측정불확도의 크기를 나타내 며, 이는 반복측정 전압값이 작은 분산 특성을 가지고 있기 때문이다.

Fig. 3에서는 공기소음의 주파수별 반복측정 전압 값의 불확도와 전체 불확도의 기여도를 나타내고 있 다. 회전주파수를 제외한 주파수에서는 반복측정 전압

Туре	Estimated value	Standard uncertainty	Sensitivity coefficient	Contribution	Ratio
$\Delta P_{res}$	0.000	0.003	1.000	0.003 dB	0.0 %
$V_f$	1.103	0.023	8.572	0.196 dB	87.8 %
$V_{cal}$	45.306	0.022	0.192	0.004 dB	0.0 %
$S_{f}$	44.310	0.205	0.196	0.040 dB	3.7 %
$S_{cal}$	45.290	0.210	0.192	0.040 dB	3.7 %
$\widetilde{P}$	0.997	0.005	8.715	0.045 dB	4.7 %
	Conf	idence level		95 %	
	Cove	erage factor		<i>k</i> = 2	
C	ombined s	tandard unc	ertainty	0.21 dB	
Degree of freedom				14	
Test result				60.9 dl	В
	Expand	ed uncertair	ıty	0.5 dB	

 Table 5 Airborne noise uncertainty at 2000 Hz

Table 6 Airborne noise uncertainty at 8000 Hz

Туре	Estimated value	Standard uncertainty	Sensitivity coefficient	Contribution	Ratio	
$\Delta P_{res}$	0.000	0.003	1.000	0.003 dB	0.0 %	
$V_f$	0.931	0.028	9.328	0.259 dB	92.6 %	
$V_{cal}$	45.306	0.022	0.192	0.004 dB	0.0 %	
$S_{f}$	32.659	0.151	0.194	0.040 dB	2.2 %	
$S_{cal}$	45.290	0.210	0.192	0.040 dB	2.2 %	
$\widetilde{P}$	0.997	0.005	8.715	0.045 dB	2.8 %	
	Conf	idence level		95 %		
	Cove	erage factor		k = 2		
С	ombined s	tandard unco	ertainty	0.27 dB		
Degree of freedom				12		
Test result				60.2 dB		
	Expand	ed uncertain	ity	0.6 dE	3	

#### Table 7 Structureborne noise uncertainty at 10 Hz

Туре	Estimated value	Standard uncertainty	Sensitivity coefficient	Contribution	Ratio
$\Delta A_{res}$	0.000	0.003	1.000	0.003 dB	0.0 %
$V_f$	0.010	0.001	872.206	0.542 dB	96.9 %
$V_{cal}$	10.134	0.014	0.857	0.012 dB	0.0 %
$S_{f}$	0.992	0.006	8.756	0.006 dB	0.0 %
$S_{cal}$	1.004	0.007	8.651	0.056 dB	1.0 %
$\widetilde{A}$	10.040	0.090	0.865	0.078 dB	2.0 %
	Conf	idence level		95 %	
	Cove	erage factor		<i>k</i> = 2	
С	ombined s	tandard unco	ertainty	0.55 dB	
Degree of freedom				11	
Test result				59.7 dl	В
	Expand	ed uncertain	ıty	1.2 dE	3

Table 8 Structureborne noise uncertainty at 31.5 Hz

Туре	Estimated value	Standard uncertainty	Sensitivity coefficient	Contribution	Ratio	
$\Delta A_{res}$	0.000	0.003	1.000	0.003 dB	0.0 %	
$V_f$	0.459	0.009	18.923	0.170 dB	75.3 %	
$V_{cal}$	10.134	0.014	0.857	0.012 dB	0.4 %	
$S_{f}$	1.011	0.007	8.591	0.007 dB	0.1 %	
$S_{cal}$	1.004	0.007	8.651	0.056 dB	8.3 %	
$\widetilde{A}$	10.040	0.090	0.865	0.078 dB	15.9 %	
	Conf	idence level		95 %		
	Cove	erage factor		<i>k</i> = 2		
C	ombined s	tandard unco	ertainty	0.20 dl	0.20 dB	
Degree of freedom				22		
Test result				93.2 dl	В	
Expanded uncertainty				0.5 dE	3	

Table 9 Structureborne noise uncertainty at 63 Hz

Туре	Estimated value	Standard uncertainty	Sensitivity coefficient	Contribution	Ratio	
$\Delta A_{res}$	0.000	0.003	1.000	0.003 dB	0.0 %	
$V_f$	0.335	0.016	25.909	0.409 dB	94.6 %	
$V_{cal}$	10.134	0.014	0.857	0.012 dB	0.1 %	
$S_{f}$	1.010	0.007	8.600	0.007 dB	0.0 %	
$S_{cal}$	1.004	0.007	8.651	0.056 dB	1.8 %	
$\widetilde{A}$	10.040	0.090	0.865	0.078 dB	2.6 %	
	Conf	idence level		95 %		
	Cove	erage factor		<i>k</i> = 2		
C	ombined s	tandard unc	ertainty	0.28 dl	0.28 dB	
Degree of freedom				12		
Test result				67.9 dl	В	
	Expand	ed uncertair	ity	0.6 dE	3	

Туре	Estimated value	Standard uncertainty	Sensitivity coefficient	Contribution	Ratio	
$\Delta A_{res}$	0.000	0.003	1.000	0.003 dB	0.0 %	
$V_f$	4.518	0.075	1.922	0.145 dB	68.8~%	
$V_{cal}$	10.134	0.014	0.857	0.012 dB	0.5 %	
$S_{f}$	1.004	0.007	8.651	0.007 dB	0.1 %	
$S_{cal}$	1.004	0.007	8.651	0.056 dB	10.5 %	
$\widetilde{A}$	10.040	0.090	0.865	0.078 dB	20.1 %	
	Conf	idence level		95 %		
	Cove	erage factor		k = 2		
C	ombined s	tandard unco	ertainty	0.18 dB		
Degree of freedom				28		
Test result				113.1 dB		
	Expand	ed uncertain	ity	0.4 dB		

Table 10 Structureborne noise uncertainty at 125 Hz

Table 11 Structureborne noise uncertainty at 500 Hz

Туре	Estimated value	Standard uncertainty	Sensitivity coefficient	Contribution	Ratio	
$\Delta A_{res}$	0.000	0.003	1.000	0.003 dB	0.0 %	
$V_f$	0.419	0.025	20.743	0.509 dB	96.5 %	
$V_{cal}$	10.134	0.014	0.857	0.012 dB	0.1 %	
$S_{f}$	0.989	0.006	8.783	0.006 dB	0.0 %	
$S_{cal}$	1.004	0.007	8.651	0.056 dB	1.2 %	
$\widetilde{A}$	10.040	0.090	0.865	0.078 dB	2.3 %	
	Conf	idence level		95 %		
	Cove	erage factor		k = 2		
C	ombined s	tandard unc	ertainty	0.52 dB		
Degree of freedom				12		
Test result				92.2 dB		
	Expand	ed uncertain	ity	1.1 dE	3	

Table 12	Structureborne	noise	uncertainty	at	2000	Hz
----------	----------------	-------	-------------	----	------	----

Туре	Estimated value	Standard uncertainty	Sensitivity coefficient	Contribution	Ratio	
$\Delta A_{res}$	0.000	0.003	1.000	0.003 dB	0.0 %	
$V_f$	0.160 0.016 54.290		54.290	0.849 dB 98.7 %		
$V_{cal}$	10.134	0.014	0.857	0.012 dB	0.0 %	
$S_{f}$	0.981	0.009	8.855	0.009 dB	0.0 %	
$S_{cal}$	1.004	0.007	8.651	0.056 dB	0.4 %	
$\widetilde{A}$	10.040	0.090	0.865	0.078 dB	0.8 %	
	Conf	95 %				
	Cove	k = 2				
С	ombined s	0.86 dB				
	Degree	11				
	Te	83.6 dB				
	Expand	1.8 dB				



Fig. 1 Uncertainty of airborne noise



값의 불확도가 약 90% 이상 기여하고 있는 것을 확 인할 수 있으며, 이는 유체소음 및 국부진동에서 발생 하는 소음에 의한 원인이라고 추정할 수 있다. Fig. 4 에서는 고체소음의 주파수별 반복측정 전압값의 불확 도와 전체 불확도에 기여하는 정도를 나타내고 있다. 공기소음과 유사하게 25 Hz ~ 125 Hz 구간에서 반복측 정 전압값의 불확도 크기 및 기여도가 고주파에 비하 여 낮게 나타나고 있으며 이는 회전주파수의 배수성 분과 국부 구조 공진에 의한 가진원의 영향이라고 판 단된다. 고주파 영역에서는 공기/고체소음 모두 동일 한 특성을 나타낸다.

위의 분석결과를 정리하면, 공기소음 측정불확도분 석결과 모터 회전주파수에서는 모터 회전 소음의 분 산 특성이 상대적으로 작아 측정불확도가 낮게 추정되 며, 반복측정 전압값의 불확도 기여도가 상대적으로 낮 다. 다른 주파수에서는 유체소음 등이 주 원인으로 추 정되며 분산 특성이 커서 상대적으로 측정불확도가 크 게 추정되며, 반복측정 전압값의 불확도가 불확도의 대부분을 차지한다. 고체소음 측정불확도에서는 공기







Fig. 4 Voltage uncertainty of structureborne noise

소음과 유사한 결과이지만 회전주파수의 배수 성분과 국부진동의 원인으로 반복측정 전압값의 분산이 작은 범위가 상대적으로 넓다. 공기소음 및 고체소음의 측 정불확도는 주파수별 가진원의 성격에 따라 불확도의 크기 및 각 인자의 기여도가 달라지게 된다.

## 4.결 론

이 연구에서는 공기소음/고체소음을 계측에 영향을 미치는 센서 특성, 현장교정, 분해능, 반복측정을 반영 한 모델식을 활용하여 측정불확도를 추정하였다. 공 기압축기를 대상으로 무향실에서 공기소음/고체소음 시 험규격에 따라 시험을 실시하였으며 이 데이터를 활용 하여 측정불확도를 추정하였다. 측정불확도 추정 분석 결과 회전주파수와 이외의 주파수에서 반복측정 전압 값의 분산 특성 및 전체 불확도의 기여도가 크게 차이 나는 것을 확인할 수 있었다. 이는 가진원의 특성에 따 라 분산값이 달라지기 때문이며 유체소음과 관련된 고 주파에서 측정불확도가 더 크게 추정되었다. 측정불확 도는 계측에서 필수적으로 내포하는 시험 결과의 일부 이며, 시험 결과에 정확한 측정불확도가 제시되어야 완 벽한 시험결과라 할 수 있다. 또한 측정불확도는 어떠 한 원인에 의해 발생하였는지, 어떠한 인자의 영향도가 큰지 분석할 필요성이 있다. 이 연구에서는 공기소음/ 고체소음 측정불확도 분석 결과를 통해 각각의 주파 수별 측정불확도의 주요 원인과 기여도 및 특성에 대 하여 분석을 수행하였으며, 이 연구결과를 활용하여 함 정, 항공 등에 탑재되는 장비에 대한 보다 정확한 시 험결과를 제시할 수 있다.

## 후 기

이 연구는 방위사업청과 방위산업기술지원센터의 지 원(계약번호: UC170001D)하에 수행되었습니다.

#### References

(1) Park, S., Lee, K. and Han, H., 2014, Estimation of Uncertainty in Vibration Measurement of Shipboard Equipment, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 24, No. 7, pp. 509~516.

(2) Kim, S., Kim, H.-S., Kim, B.-K., Kim, J.-S. and Kang, H.-J., 2007, Case Study on the Reduction of Airborne and Structure-borne Noise of a Shipboard Pump, Proceedings of Proceedings of the KSNVE Annual Spring Conference, pp. 411~415.

(3) US Navy Naval Sea Systems Command, 1986, MIL-STD-740-1(SH), Airborne Sound Measurements and Acceptance Criteria of Shipboard Equipment.

(4) US Navy Naval Sea Systems Command, 1986, MIL-STD-740-2(SH), 1986, Structureborne Vibratory Acceleration Measurements and Acceptance Criteria of Shipboard Equipment.



Sungho Park received a BS in Mechanical Engineering from Hanyang University in 2010 and received a MS in Mechanical Engineering from KAIST in 2013. Mr. Park is currently a Researcher at Defense Industry Technology Center, Seoul, Korea.

# 하이브리드 파워흐름해석법을 이용한 동일 평면상에서 연성된 평판의 횡진동 해석 연구

## An Investigation on the Flexural Vibration of Coupled Co-planar Plates by Using Hybrid Power Flow Analysis

강 현 영\*·유 정 수†·김 기 선\*\*

Hyunyoung Kang\*, Jungsoo Ryue<sup>†</sup> and Ki-Sun Kim\*\*

(Received March 21, 2019 ; Revised May 9, 2019 ; Accepted May 9, 2019)

Key Words : Power Flow Analysis(파워흐름해석), Hybrid Method(하이브리드 방법), Coupled Plates(연성 평판)

## ABSTRACT

The finite element method (FEM) and the statistical energy analysis (SEA) are widely used in the numerical analyses of structural vibrations. However, these two methods are limited in that they cannot be applied at high frequencies. In order to overcome this problem, an alternative approach, called energy finite element analysis (EFEA) has been proposed, which is based on power flow analysis (PFA). Because EFEA is the numerical version of a PFA, it is necessary to validate PFA for various structures in order to understand the features of an EFEA. In this study, two different solving approaches (Levy-type and hybrid approaches) of the PFA method are investigated for coupled plates. The predicted results are validated by a comparison with those obtained using the plate theory.

## 1. 서 론

선박과 같이 복잡한 대형 구조물의 진동소음 해석 문제는 이론적 접근이 어렵기 때문에 다양한 수치해 석 방법들이 사용되어왔다. 그 중 가장 널리 사용되는 대표적인 방법이 유한요소법(finite element method, FEM)이다. 하지만 고주파수 진동 혹은 소음 해석과 같이 해석 주파수 대역이 높아지면 FEM은 요소 개수 의 증가로 인해 연산 용량 증대와 계산 시간이 길어 지는 문제점을 갖는다. 이러한 문제점을 극복하기 위 해 고주파수 대역 진동 해석에 통계에너지해석법(statistical energy analysis, SEA)이 도입되었다. 그러나 통계에너지해석법은 모드 밀도 조건을 충족시키기 위 해 요소를 크게 모델링해야 하며 해석결과로 요소의 평균 응답만을 얻게 되므로 구조물의 국부적인 진동 응답을 구할 수 없다. 또한 FE 모델을 사용할 수 없으 므로 구조물에 대한 별도의 SEA 모델링이 수반되어 야 하는 번거로움이 존재한다.

두 해석법의 단점을 보완할 수 있는 대안으로서 에너 지 유한요소해석(energy finite element analysis, EFEA) 이 시도되고 있다. 이 방법은 파워흐름해석(power flow analysis, PFA)을 기반으로 하는 유한요소방법으로, 중 고주파수 대역 해석에 적합하고 기존의 유한요소 해석

Corresponding Author; Member, School of Naval Architecture and Ocean Engineering, University of Ulsan

E-mail : jsryue@ulsan.ac.kr

<sup>\*</sup> Naval Ship Research Department, Hyundai Heavy Industry

<sup>\*\*</sup> Dynamics Research Department, Hyundai Heavy Industry

<sup>#</sup> A part of this paper was presented at the KSNVE 2018 Annual Autumn Conference.

Recommended by Editor Won Ju Jeon

<sup>©</sup> The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

모델을 활용할 수 있으며 국부적인 진동해석이 가능하 다는 장점을 가진다. EFEA는 파워흐름해석에 기반한 수치 방법이므로 EFEA의 사용에 앞서 파워흐름해석 에 대한 이해 및 연구가 우선적으로 필요하다.

Belov et al.<sup>(1)</sup>은 열에너지가 전도되는 형태와 유사 하게 진동 에너지가 계산된다고 제안하였으며, 이로부 터 파워흐름해석에 대한 연구가 시작되었다. 파워흐 름해석은 파동 방법을 이용한 진동 에너지의 흐름을 해석하므로 진동 성분 중 원거리 해를 취하여 계산하 며<sup>(2)</sup>, 중고주파수 대역에서 유용하게 사용될 수 있다 는 특징이 있다.

이후 이 방법론은 power flow<sup>(1)</sup>, energy flow<sup>(3)</sup>, vibrational power flow<sup>(4)</sup> 등의 다양한 이름으로 불리어 왔다. Bernhard와 Wohlever<sup>(5,6)</sup>는 일차원 구조물인 봉 과 보에 대하여 파워흐름해석을 처음으로 적용하였고, Nefske와 Sung<sup>(7)</sup>은 파워흐름해석에 유한요소모델링을 도입한 PFFEA(power flow finite element analysis) 수 치기법을 제안하고 보에 적용하였다.

Bernhard와 Bouthier<sup>(3,8)</sup>는 박막과 판의 횡진동에 대 한 에너지 지배방정식을 유도하여 적용함으로써 파워 흐름해석을 이차원 영역으로 확장시켰다. Kim et al.<sup>(9)</sup> 은 원판에 대하여 파워흐름해석을 수행하였고, Park et al.<sup>(10)</sup>은 평판의 종 방향 및 전단 방향 진동에 대하여 파 워흐름해석을 수행하였다. 평판의 횡진동에 대한 파워흐 름해석방법으로서 단일 평판의 경우 평면파 방법<sup>(11)</sup>, Levy-type 방법 그리고 하이브리드 방법<sup>(12)</sup> 등이 연구되 었다. 연성 평판의 경우에는 Levy-type 방법<sup>(13-15)</sup>을 적 용한 연구가 진행되었다. Vlahopoulos et al.<sup>(16-18)</sup>은 평판 에 대한 파워흐름해석 수치기법을 연구하여 상용 EFEA 프로그램 개발에 집중해오고 있다.

이 연구에서는 동일 평면상에서 연성된 평판 구조 물의 횡진동 해석에 파워흐름해석의 두 방법인 Levytype 방법과 하이브리드 방법을 적용하고 그 결과를 판 이론해석 결과와 비교함으로써 두 방법의 신뢰성을 비교하였다. Levy-type 방법을 이용한 해석 결과는 판 이론해석 결과와 비교해 가진점 부근에서는 낮게, 그 외 영역에서는 높게 예측되고 있다. 하이브리드 방법 은 구조물의 진동을 직접장(direct field)과 잔향장(reverberant field)으로 나누어 해석하는 방법이다. 단일 평판에 대한 하이브리드 방법 적용 사례는 보고된 바 있으나 연성 평판에 대해서는 적용된 바가 없다. 따라 서 이 논문에서는 연성된 평판에 하이브리드 방법을 적 용하기 위한 방안을 제시하고 이를 이용해 연성된 직 사각형 평판의 진동 에너지를 해석하였다. 이 연구를 통해, 연성된 두 평판의 횡진동 해석 시, 하이브리드 방 법이 Levy-type 방법보다 이론 해석결과에 더 부합함 을 확인하였다.

## 동일 평면상에서 연성된 평판의 파워흐름해석

Fig. 1에는 이 해석에 사용한 연성 평판 모델을 나타 내었다. 두 사각 평판 plate 1과 plate 2는 한 모서리를 공유하면서 연성되어 있으며, 외력은 plate 1의 (*x*<sub>0</sub>, *y*<sub>0</sub>) 지점에 작용한다. 두 평판은 두께를 제외한 모든 물성 과 제원이 동일하다고 가정하였으며, 두 평판이 연결된 모서리를 제외한 다른 모서리는 단순지지 경계조건을 부여하였다. 두 평판의 물성치와 제원은 Table 1에 정 리하였다.



Fig. 1 Coupled plate model composed of plate 1 and plate 2

Force $(F, N)$	1
Young's modulus (E, GPa)	200
Density ( $\rho$ , kg/m <sup>3</sup> )	8000
Poisson's ratio $(v)$	0.3
Loss factor $(\eta)$	0.1
Plate 1 length $(l_{x1}, m)$	1
Plate 2 length $(l_{x2}, m)$	1
Plate width $(l_y, m)$	1
Thickness 1 $(h_1, m)$	0.001
Thickness 2 ( <i>h</i> <sub>2</sub> , m)	0.002

Table 1 Properties and dimensions of coupled plates

#### 2.1 Levv-type 방법

Levy-type 방법을 이용한 파워흐름해석에서는 y (또는 x)방향의 에너지 밀도는 평면파(모드)로 표현하 고 x(또는 y)방향의 에너지 밀도는 진행하는 파동으 로 표현한다. Fig. 1의 평판 모델에서는 진동 에너지가 plate 1에서 plate 2로 전달되어야 하므로, y 방향의 모 드를 가진 진동에너지가 x방향으로 진행한다고 모델 링한다. 따라서 가진점을 기준으로 plate 1을 두 영역 으로 분할하여 각각 x1, x2 좌표로 정의한다. Plate 2에 는 외력 또는 제원의 불연속이 없으므로 한 개 영역으 로 표현한다.

Levy-type 방법에서 시간과 공간에 대해 평균된 평 판의 에너지 밀도는

$$\left\langle \overline{e}_i \right\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} e_{i,n}(x_i) \cos(k_n y), \quad (i=1,2,3) \quad (1)$$

로 표현하며, n이 증가할수록 파동 및 모드 수가 증 가하면서 에너지 밀도는 특정 값에 수렴하게 된다. 여 기서 하첨자 i는 연성 평판의 분할 영역을 나타내며 plate 1이 두 개 영역, plate 2가 한 개 영역을 가지므로 *i*=1,2,3이 된다. <>는 시간에 대한 평균을, <sup>-</sup>는 공 간에 대한 평균을 나타내며, n은 y방향 모드의 차수,  $k_n$ 은 y방향 모드의 파수(wavenumber)로서  $k_n = n\pi/l_y$ 이고,  $e_{in}(x_i)$ 은 i영역에서 n번째 모드의 x방향 에너 지 밀도를 나타내는 함수이다. 각 영역에는 양의 x방 향과 음의 *x*방향으로 진행하는 두 개의 에너지 흐름이 있으므로

$$e_{i,n}(x_i) = e_{i,n}^+(x_i) + e_{i,n}^-(x_i)$$
(2)

으로 표현하고, 각 방향의 에너지 밀도는 지수함수를 이용해

$$e_{i,n}^{+}(x_{i}) = A_{i,n}^{+} e^{-\gamma_{i,n} x_{i}}$$
(3)

$$e_{i,n}^{-}(x_{i}) = A_{i,n}^{-} e^{\gamma_{i,n} x_{i}}$$
(4)

로 정의한다. 여기서 A<sub>in</sub>은 n번째 모드의 크기를 나타 내는 계수이다.

에너지 지배방정식은<sup>(8)</sup>

$$-\frac{c_g^2}{\eta\omega}\nabla^2\langle \bar{e}\rangle + \eta\omega\langle \bar{e}\rangle = \langle \bar{\pi}_{in}\rangle \tag{5}$$

은 식 (5)의 우변이 0인 제차식에 대한 해이므로,  $\gamma_{i,n}$ 를 구하기 위해 식(1)~식(4)를 에너지 지배방정식에 대입하면

$$-\frac{c_{g,i}^{2}}{\eta_{i}\omega}\left\langle \bar{e}_{i}\right\rangle \left(\gamma_{i,n}^{2}-k_{n}^{2}\right)+\eta_{i}\omega\left\langle \bar{e}_{i}\right\rangle =0\tag{6}$$

를 얻는다. 여기서  $c_{a,i}$ 는 군속도,  $\eta_i$ 는 감쇠계수,  $\omega$ 는 가진주파수이다. 식(6)으로부터

$$\gamma_{i,n}^2 - k_n^2 = \mu_i^2 \tag{7}$$

의 관계식을 얻는다. 여기서  $\mu_i = \eta_i \omega / c_{ai}$ 이다.

에너지 밀도와 동일한 방식으로 x방향에 대한 인텐 시티는

$$\langle \overline{I}_i \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} I_{i,n}(x_i) \cos(k_n y)$$
 (8)

로 쓸 수 있고, 여기서

$$I_{i,n}(x_i) = I_{i,n}^+(x_i) - I_{i,n}^-(x_i)$$
(9)

$$I_{i,n}^{+}(x_i) = \frac{c_{gi}^2}{\eta_i \omega} \lambda_{i,n} e_{i,n}^{+}(x_i)$$

$$\tag{10}$$

$$I_{i,n}^{-}(x_i) = \frac{c_{gi}^2}{\eta_i \omega} \lambda_{i,n} e_{i,n}^{-}(x_i)$$

$$\tag{11}$$

이다.

가진점 $(x_0, y_0)$ 에 유입되는 입력 파워 $(\pi_{in})$ 도 에너지 밀도와 동일하게 y방향에 대해 cosine 함수로 나타내 면 식(12)와 같다.

$$\pi_{in}\delta(x-x_0)\delta(y-y_0) = \sum_{n=0}^{\infty} \pi_n(x)\cos(k_n y) \quad (12)$$

식 (12)의 양변에 cos(k<sub>m</sub>y)를 곱한 후 y에 대해 적 분하면 cosine 함수의 직교성을 이용해  $\pi_n(x)$ 를 식 (13)과 같이 얻을 수 있다.

$$\pi_{n}(x) = \begin{cases} \frac{\pi_{in}}{l_{y}} \,\delta(x - x_{0}) & (n = 0) \\ \frac{2\pi_{in}}{l_{y}} \cos k_{n} y_{0} \,\delta(x - x_{0}) & (n \neq 0) \end{cases}$$
(13)

에너지 밀도를 구하기 위해서는 식(3)과 식(4)의 미 이고 여기서 ㅠ,,은 구조물에 유입되는 파워이다. 식(1) 지계수  $A^+_{(i,n)}, A^-_{(i,n)}$ 을 구해야 한다. Fig. 1의 평판 모

Trans. Korean Soc. Noise Vib. Eng., 29(3): 403~413, 2019 | 405

델은 가진점과 결합부를 기준으로 세 영역으로 분할되 어 있으므로 총 6개의 계수를 구해야 한다. 따라서 적 용해야 할 경계조건과 연속조건 역시 6개가 필요하다. 단순지지 경계조건이 적용된 평판의 모서리에서는 외 부로 유출되는 파워가 없다고 가정하면

$$\left\langle \overline{I}_{1x} \right\rangle (0,y) = 0 \tag{14}$$

$$\left\langle \overline{I}_{3x} \right\rangle \left( l_{x2}, y \right) = 0 \tag{15}$$

의 경계조건을 갖는다. 그리고 가진점 (x = x<sub>0</sub>)에서 두 평판의 에너지 밀도가 동일해야 하고 유입유출파워의 평형이 만족되어야 하므로 두 개의 연속조건

$$\left\langle \overline{e}_{1}\right\rangle \left( x_{0},y\right) =\left\langle \overline{e}_{2}\right\rangle \left( 0,y\right)$$
 (16)

$$\langle \overline{I}_1 \rangle (x_0, y) + \pi_{in} \delta (y - y_0) = \langle \overline{I}_2 \rangle (0, y)$$
 (17)

을 얻는다. 또한 두 판의 결합부(x<sub>2</sub> = l<sub>x1</sub> - x<sub>0</sub> 또는 x<sub>3</sub> = 0)에서는 파워의 투과와 반사가 발생하므로 파워의 보존식이 적용되어야 한다. Levy-type 방법에서는 진 동 에너지가 x축에 평행하게 진행하므로 두 판이 결합 된 모서리에 수직하게 파워의 반사와 투과가 발생한 다. 따라서, plate 1과 plate 2 결합부의 파워투과계수 (*T*)와 파워반사계수(*Γ*)를 이용해 표현한 파워 평형은

$$\begin{split} & I_{2n}^{-} \big( l_{x1} - x_0, y \big) \\ &= \Gamma_{22} \ I_{2n}^{+} \big( l_{x1} - x_0, y \big) + T_{32} \ I_{3n}^{-} (0, y) \end{split}$$

$$\begin{aligned} &I_{3n}^{+}(0,y) \\ &= \Gamma_{33} I_{3n}^{-}(0,y) + T_{23} I_{2n}^{+}(l_{x1} - x_0,y) \end{aligned}$$
 (19)

이 된다. 여기서 *T*와 *Γ*의 첫 번째 하첨자는 입사되는 영역을, 두 번째 하첨자는 에너지가 투과 또는 반사되 는 영역을 각각 나타낸다. 이상의 여섯 조건으로 여섯 개의 미지 계수를 구하면 연성된 직사각형 평판에 대 한 에너지 밀도를 계산해 낼 수 있다.

Levy-type 방법에서는 한 방향(Fig. 1의 *x*방향)에 대 한 에너지 투과 및 반사만 고려할 수 있기 때문에 *x*와 *y* 방향 모두 연성된 평판의 진동 에너지를 해석할 수 없다는 단점을 갖는다.

#### 2.2 하이브리드 방법

하이브리드 방법은 평판의 진동 에너지를 직접장과 잔향장으로 나누어 해석하는 방법이다. 직접장에서는 평판의 경계에 의한 에너지 반사를 무시하고 무한 평 판으로 가정하여 가진력에 의해 발생하는 에너지 밀 도를 계산한다. 따라서, 직접장의 입력 파워는 외력에 의해 발생한다. 반면, 잔향장은 직접장의 에너지가 구 조물의 경계에서 반사되어 형성된다고 가정한다. 따라 서, 잔향장의 에너지 수준은 직접장의 반사 파워에 의 해 결정된다. Plate 1에는 외력이 작용하므로 직접장 해석이 가능한 반면 plate 2에는 외력이 존재하지 않 아 직접장을 정의하기 쉽지 않다. 따라서 먼저 plate 1 에 대해 해석하면서 하이브리드 방법의 개념을 소개한 다. Fig. 2에는 외력에 의해 plate 1에 형성되는 직접장 과 경계에서 발생하는 반사에 의한 잔향장의 인텐시티 를 나타내었다. 이어서 plate 2에 직접장을 구성하기 위 해 이 연구에서 도입한 가정과 정식화에 대해 기술한다.

(1) Plate 1의 직접장

가진점을 기준으로 발생하는 직접장에 대한 에너지 밀도는 plate 1을 무한 평판으로 가정하여 계산한다. 무한 평판에서 에너지 밀도는 원주 방향으로 대칭성 을 가지므로 극좌표계로 표현하면

$$\langle e_{d1} \rangle = \frac{A}{r} e^{-\mu_1 r} \tag{20}$$

여기서 하첨자 *d*는 직접장을 의미하며, *r*은 가진점으 로부터의 반경이다. 에너지 밀도와 인텐시티의 관계는

$$\left\langle \vec{I}_{d1} \right\rangle = c_{g1} \left\langle e_{d1} \right\rangle \mathbf{r} \tag{21}$$

이고, r은 전과 방향의 단위 벡터이다. 무한 평판에서 가진점에 유입되는 입력 파워와 인텐시티의 관계는

$$\pi_{in} = \left(\lim_{r_0 \to 0} 2\pi r_0\right) \left\langle \vec{I}_{d\,1} \right\rangle \tag{22}$$



Fig. 2 Plate 1 part which is forced in coupled plate

이다. 여기서  $r_0$ 는 가진점 근방의 미소반경이다. 식 (22) 를 이용하여 A를 구할 수 있으므로 식 (20)을 계산할 수 있지만 r = 0에서 에너지 밀도는 발산한다는 것을 알 수 있다. 따라서 발산 문제를 피하기 위해 가진점 근 방의 거리 r = 0에 대하여  $r < r_0$ 인 구간에서는 에너지 밀도가 일정한 값 $(e_0)$ 이 되도록 제한한다.  $e_0$ 의 계산 과정은 다음과 같다.

무한 평판에서 가진점에서의 속도(v0)는

$$v_0 = F_0 / 8\sqrt{D\rho h_1} \tag{23}$$

로 정의할 수 있다. 여기서 F<sub>0</sub>는 외력의 크기, D는 판 의 굽힘 강성, ρ는 판의 밀도, h<sub>1</sub>는 plate 1의 두께이 다. 따라서 식 (23)의 속도를 이용한 가진점의 에너지 밀도는

$$\left\langle e_0 \right\rangle = \frac{m v_0^2}{2} \tag{24}$$

로 표현할 수 있다. 식 (24)를 이용하여 계산한 입력 파워는  $\pi_{in} = F_0^2 / \sqrt{D\rho h}$ 이고,  $\mu r_0$ 가 작다고 가정하면 식 (20)에서  $e^{-\mu r_0} \approx 1 - \mu r_0$ 이므로 식 (20)의 에너지 밀 도와 식 (24)가 같아지는 반경  $r_0$ 는

$$r_0 = \frac{1}{\pi^2 / \lambda + \mu} \tag{25}$$

가 된다. 여기서 λ는 굽힘에 대한 평판의 파장을 나타 낸다. 하이브리드 방법에서는 평판의 가진점으로부터 r<sub>0</sub> 이내의 범위에서는 일정한 값의 에너지 밀도를 가 정한다. 따라서 식 (20)으로부터 직접장의 에너지 밀도 는 식 (26)과 같다.

$$\langle e_{d1} \rangle = \begin{cases} \frac{\pi_{in}}{2\pi c_{g1} r_0} e^{-\mu_1 r_0} & (0 < r < r_0) \\ \frac{\pi_{in}}{2\pi c_{g1} r} e^{-\mu_1 r} & (r > r_0) \end{cases}$$
(26)

(2) Plate 1의 잔향장

다음으로는 잔향장의 에너지 밀도  $\langle \overline{e}_r \rangle$ 를 구하고 자 한다. 잔향장에서는 외부로부터의 에너지 유입이 없으므로 에너지 지배 방정식은 식(27)과 같다.

$$\nabla^2 \left\langle \bar{e}_{r1} \right\rangle - \mu_1^2 \left\langle \bar{e}_{r1} \right\rangle = 0 \tag{27}$$

식 (27)을 만족하는 잔향장의 에너지 밀도는 식 (28) 과 같이 표현할 수 있다.

$$\langle \bar{e}_r \rangle = A(y)e^{-\mu_1 x} + B(y)e^{\mu_1 x} + C(x)e^{-\mu_1 y} + D(x)e^{\mu_1 y}$$
(28)

참고문헌<sup>(12)</sup>에서는 네 계수를 위치에 상관없는 상수 로 두고 해석하였으나 이 연구에서는 위치에 따른 잔 향장의 에너지 밀도 변화를 고려하기 위해 각각 *A* 와 *B*는 *y*의 함수로, *C*와 *D*는 *x*의 함수로 정의하였다.

식 (28)을 계산하기 위해서는 4개의 경계조건이 필 요하다. 잔향장은 직접장의 에너지가 평판의 네 모서 리에서 반사되어 형성된다. Plate 1과 plate 2가 결합 되는  $x_1 = l_{x_1}$ 에서 인텐시티 관계식은

$$\frac{c_{g_1}^2}{\eta_1 \omega} \frac{d}{dx} \langle \bar{e}_{r_1} \rangle \vec{i} \cdot \mathbf{n} = \Gamma \langle \vec{I}_{d_1} \rangle \cdot \mathbf{n}$$
(29)

와 같다. 여기서  $\vec{i}$ 은 *x*방향 단위벡터,  $\Gamma \vdash x_1 = l_{x1}$  모 서리의 파워반사계수이며 그 외 세 모서리에서 식(29) 의 파워반사계수는 1이다. **n**은 모서리에 수직한 법선 벡터이며, •는 벡터의 내적이다. 각 방향으로 진행하는 파동은 서로 다른 방향의 파동의 크기에 영향을 주지 않으므로, 식(29)의 좌변 계산 시 미분 방향과 동일한 방향으로 진행하는 항들만 고려한다. 각 모서리의 임의 지점에 대한 법선 방향 인텐시티를  $q_i = \Gamma \langle \vec{I}_{d1} \rangle \cdot \mathbf{n} \hookrightarrow$ 로 정의하면

$$q_1(y) = \frac{\pi_{in}}{2\pi} \frac{\Gamma(l_x - x_0)}{r_1} e^{-\mu r_1}$$
(30)

$$q_2(y) = \frac{\pi_{in}}{2\pi} \frac{x_0}{r_2} e^{-\mu r_2}$$
(31)

$$q_3(x) = \frac{\pi_{in}}{2\pi} \frac{l_y - y_0}{r_3} e^{-\mu r_3}$$
(32)

$$q_4(x) = \frac{\pi_{in}}{2\pi} \frac{y_0}{r_4} e^{-\mu r_4}$$
(33)

과 같이 정의될 수 있다. 여기서

$$\begin{split} r_1 &= \left[ \left( l_x - x_0 \right)^2 + \left( y - y_0 \right)^2 \right]^{1/2}, \\ r_2 &= \left[ x_0^2 + \left( y - y_0 \right)^2 \right]^{1/2} \\ r_3 &= \left[ \left( x - x_0 \right)^2 + \left( l_y - y_0 \right)^2 \right]^{1/2}, \\ r_4 &= \left[ \left( x - x_0 \right)^2 + y_0^2 \right]^{1/2} \end{split}$$

이고 좌변의 하첨자는 Fig. 2에 표시한 모서리의 번호 에 해당한다. 식 (30)~식 (33)을 식 (29)에 각각 대입하 여 잔향장 에너지 밀도의 네 계수를 계산할 수 있다.

Plate 1의 전체 에너지 밀도  $\langle \overline{e}_1 \rangle$ 는 직접장 에너지 밀도와 잔향장 에너지 밀도의 합으로써 표현된다.

$$\left\langle \bar{e}_{1} \right\rangle = \left\langle e_{d1} \right\rangle + \left\langle \bar{e}_{r1} \right\rangle \tag{34}$$

(3) Plate 2의 직접장

다음으로는 plate 2의 에너지 밀도를 계산한다. Plate 2의 진동 에너지는 plate 1에서 투과되어 유입되는 에 너지에 의해 형성된다. Plate 2에 유입되는 투과 파워  $\pi_t$ 는 식 (35)와 같다.

$$\pi_t = T \int_0^{l_y} \langle \vec{I}_{d1} \rangle \cdot \mathbf{n} \, dy \tag{35}$$

여기서 T는 평판 결합부의 파워투과계수이다. 두 평판 이 접하는 결합부의 파워투과계수 T는 두 개의 반무한 평판이 결합되어 있다고 단순화화여 해석하였다. 따라 서, 결합부에 입사되는 파동과 투과되는 파동은 각각 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$w_{1} = A_{in} \left( a e^{ik_{1}\cos\theta_{1}x} + a_{j} e^{\psi_{1}x} + e^{-ik_{1}\cos\theta_{1}x} \right) e^{-ik_{1}\sin\theta_{1}y}$$
(36)

$$w_2 = A_{in} \Big( b e^{-ik_2 \cos \theta_2 x} + b_j e^{-k_2 \cos \theta_2 x} \Big) e^{-ik_1 \sin \theta_1 y}$$
(37)

여기서  $k_1$ 은 입사파의 파수,  $k_2$ 는 투과파의 파수이고,  $\theta_1$ 과  $\theta_2$ 는 각각 입사각과 투과각을 의미한다.  $A_{in}$ 는 입사파의 진폭, a와  $a_j$ 는 입사파의 반사계수, b와  $b_j$ 는 투과파의 투과계수이다. 하첨자 j는 감쇄파를 의미 한다. 적용할 수 있는 경계조건은

$$w_1 = w_2 \tag{38}$$

$$\frac{\partial w_1}{\partial x} = \frac{\partial w_2}{\partial x} \tag{39}$$

 $M_{x_1} = M_{x_2} \tag{40}$ 

$$V_{x_1} = V_{x_2} \tag{41}$$

이다. M과 V은 각각 굽힘 모멘트와 전단력을 의미 한다. 파워투과계수와 파워반사계수는 각각 식(42), 식(43)과 같다.

$$T = \frac{D_2}{D_1} \frac{k_2^3}{k_1^3} \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_1} |t|^2$$
(42)

$$\Gamma = 1 - T \tag{43}$$

하이브리드 방법에서는 평판의 에너지 밀도를 직접 장과 잔향장으로 구성해야 하므로 투과된 파워를 직접 장 파워와 잔향장 파워로 분리해야 한다. 그러나, plate 2에는 외력이 작용하지 않으므로 plate 2만으로는 직접 장을 구성할 수 없다. 즉, 직접장이 존재하기 위해서는 평판에 가진력이 작용해야 한다.

따라서 이 연구에서는 plate 2에 직접장을 구현하기 위해 Fig. 3과 같이 길이가  $l_{x1} + l_{x2}$ 이고 두께가  $h_2$ 로 일 정한 가상의 평판을 도입한다. 이 가상 평판의  $(x_0, y_0)$ 지점에 동일한 투과 파워  $\pi_t$ 를 만들어주는 입력 파워  $\underline{\pi}_{in}$ 가 작용한다고 가정하면 plate 2에 형성되는 직접 장을 구할 수 있다. 가상 평판에 사용되는 기호에는 \_을 붙여 구분한다. 가상 평판의  $l_{x1} \le x \le l_{x2}$  구역은 Fig. 1 의 plate 2와 동일하므로, Fig. 1의 plate 2 대신 이 가 상 평판의  $l_{x1} \le x \le l_{x2}$  구역 에너지 밀도를 구한다.

가상 평판에서  $l_{x1} \leq x \leq l_{x2}$  영역으로 투과되는 파워  $\underline{\pi}$ ,는

$$\underline{\pi}_t = \int_0^{l_y} \left\langle \vec{\underline{I}}_d \right\rangle \bullet \mathbf{n} \, dy \tag{44}$$

로 표현할 수 있다. 식 (21)로부터 가상 평판에서 잔향 장의 인텐시티  $\langle \vec{I}_{,} \rangle$ 는

$$\left\langle \vec{\underline{I}}_{d} \right\rangle = \frac{\underline{Ac}_{g}}{r} e^{-\underline{\mu}r} \tag{45}$$

로 표현할 수 있고 여기서 A는 가상 평판의 잔향장



Fig. 3 A fictitious plate model to implement the direct field into plate 2

인텐시티 계수이다.  $\underline{\pi}_{t} \doteq \pi_{t}$ 와 같아야 한다는 조건을 적용하면 식 (35)와 식 (44)으로부터  $\langle \vec{I}_{d} \rangle$ 를 계산할 수 있다.  $\langle \vec{I}_{d} \rangle$ 로부터 가상 평판의 입력 파워  $\underline{\pi}_{in}$ 를 구하면

$$\underline{\pi}_{in} = \lim_{r_0 \to 0} 2\pi r_0 \left\langle \vec{\underline{I}}_d \right\rangle \tag{46}$$

이 된다. 따라서 가상 평판의 직접장 에너지 밀도

$$\left\langle \underline{e}_{d} \right\rangle = \frac{\left\langle \underline{I}_{d} \right\rangle}{\underline{c}_{g}} = \frac{\underline{\pi}_{in}}{2\pi r \underline{c}_{g}} e^{-\underline{\mu}r} \tag{47}$$

을 얻는다. 여기서 *r*은 가진점(*x*<sub>0</sub>, *y*<sub>0</sub>)로부터 *l*<sub>*x*1</sub>≤*x* ≤ *l*<sub>*x*2</sub>인 구역의 임의지점(*x*, *y*)까지의 거리이다.

(4) Plate 2의 잔향장

다음으로 가상 평판의 잔향장 에너지 밀도를 구하는 과정에 대해 기술한다. 가상 평판의  $l_{x1} \le x \le l_{x2}$  영역 은 세 개의 연성되지 않은 모서리(①, ③, ④)에서 에너 지 반사가 발생한다. 따라서 식 (40)과 같이 세 개의 항 으로 잔향장의 에너지 밀도를 구성한다.

$$\left\langle \underline{\overline{e}}_{r} \right\rangle = \underline{B}(y)e^{\underline{\mu}x} + \underline{C}(x)e^{-\underline{\mu}y} + \underline{D}(x)e^{\underline{\mu}y}$$
(48)

세 모서리에 입사되는 직접장 인텐시티와 각 모서 리에서 반사되는 인텐시티 사이의 관계식은





Fig. 4 Distribution of the energy density predicted from plate theory and power flow method at 1 kHz

로 표현할 수 있다.

가상 평판에서 얻어진 *l*<sub>x1</sub> ≤ *x* ≤ *l*<sub>x2</sub> 구역의 직접장 에 너지 밀도와 잔향장 에너지 밀도를 합하면 plate 2의 에너지 밀도가 된다.

$$\left\langle \overline{e}_{2} \right\rangle = \left\langle \underline{e}_{d} \right\rangle + \left\langle \overline{\underline{e}}_{r} \right\rangle \tag{50}$$

#### 3. 해석 결과

연성된 평판의 해석 결과에 앞서, 단순 평판에 대해 하이브리드 방법과 Levy-type 방법을 적용하여 구한 결과를 비교하였다.

Fig. 4와 Fig. 5로부터, 하이브리드 방법을 이용해 얻 은 파워흐름해석 결과는 가진점 부근에서 판 이론 해 석결과와 매우 유사함을 알 수 있다. 그러나 판의 가장 자리 부근에서는 하이브리드 방법이 Levy-type 방법보 다 낮은 값을 나타내었다.

이 절에서는 Fig. 1과 Table 1에 제시된 연성된 두 개의 사각 평판에 대하여 Levy-type 방법과 하이브리 드 방법을 이용해 파워흐름해석을 수행하고 그 결과 를 판 이론 해석결과와 비교하였다. 단위하중의 외력 은  $x_0 = y_0 = 0.25 \text{ m}$  지점에 작용시켰으며 해석 주파수 는 1 kHz와 5 kHz를 선택하였다.

Fig. 6과 Fig. 7에는 가진력이 작용하는  $y = y_0$  지점 의 x에 따른 에너지 밀도 변화를 1 kHz와 5 kHz에서 해석한 결과를 나타내었다. Fig. 6과 Fig. 7에서 Levytype 방법의 결과를 판 이론 해석 결과와 비교해보면, Levy-type으로 구한 에너지 밀도가 가진점 부근에서는



Fig. 5 Distribution of the energy density predicted from plate theory and power flow method at 5 kHz



Fig. 6 Distribution of the energy density predicted from plate theory using moving average and power flow method at 1 kHz

판 이론 해석 결과보다 낮게 예측되는 반면 가진점에 서 멀어질수록 판 이론 해석결과보다 높게 예측되었다. 특히 plate 2에서는 판 이론 해석결과보다 약 2배~3 배 크게 나타났다. 반면에 하이브리드 방법의 경우에는 직접장 에너지 밀도에 공간평균이 적용하지 않으므로 가 진점 부근에서 판 이론 해석결과와 유사한 에너지 밀도 를 보인다. 특히, 가진점에서 멀어질수록 Levy-type보 다 낮은 에너지 밀도를 가지면서 판 이론해석결과에 좀 더 가깝게 예측되었다.

파워흐름해석은 시간과 공간에 대해 평균된 에너지 밀도인 반면 판 이론으로 구한 에너지 밀도는 시간에 대해서만 평균되어 있어 Fig. 6과 Fig. 7에서 알 수 있 는 것처럼 공간에 따른 에너지 밀도의 변화가 크게 발 생한다. 따라서 파워흐름해석 결과와 보다 정확히 비 교하기 위해 판 이론으로 구한 에너지 밀도에 공간 평 균을 적용하였다.

적용한 이동 평균(moving average)은 전체 데이터에 대해 일정한 부분 집합의 크기로 반복하여 평균하는 방 법으로, 주로 그래프의 급격한 동요를 제거하거나 추세 를 확인하기 위해 사용된다. 파워흐름해석에서는 에너지 밀도를 공간에 대하여 반 파장만큼 평균하는데, 1 kHz 에서 plate 2의 에너지 전달 속도  $c_g$ 는 약 280 m/s이므 로 반 파장은 약 0.14 m가 된다. 이 논문에서는 공간 평 균의 폭과 길이를 반 파장보다 조금 큰 약 0.18 m로 설 정하여 x와 y방향에 대해 이동 평균을 계산하였다.

판 이론으로 구한 시간과 공간에 대해 평균된 에너지 밀도는 Fig. 6과 Fig. 7에 함께 비교하여 나타내었다. 직 접장이 우세한 가진점 부근을 제외하면 하이브리드 방



Fig. 7 Distribution of the energy density predicted from plate theory using moving average and power flow method at 5 kHz

법의 결과가 시간과 공간에 대해 평균된 판 이론 해석 결과와 잘 일치함을 알 수 있다. Fig. 6과 Fig. 7의 결 과는 특정 위치의 에너지 밀도를 비교한 것이므로 평 판 전체, 특히 plate 2 전체의 에너지 밀도에 대한 결과 비교가 필요하다. Fig. 8과 Fig. 9에는 1 kHz에서 구한 판 전체의 에너지 밀도 분포를 3차원 그래프로 비교하 였다. Fig. 8과 Fig. 9의 비교로부터, Levy-type 방법은 plate 2 전체에서 판 이론 해석 결과보다 높은 에너지 밀도를 보이는 반면 하이브리드 방법은 위치에 따라 판 이론보다 높거나 낮은 분포를 보이고 있다. 따라서 판 이론 해석결과에 공간 평균이 적용될 경우 하이브 리드 방법이 판 이론 해석 결과에 보다 근사함을 알 수 있다.

Fig. 8과 Fig. 9의 비교로부터, Levy-type 방법은 plate 2 전체에서 판 이론 해석결과보다 높은 에너지 밀도를 보이는 반면 하이브리드 방법은 판 이론 해석 결과에 보다 근사함을 알 수 있다. Fig. 8과 Fig. 9에 나타난 파워흐름해석방법과 판 이론 해석방법의 정량 적 비교를 위해 plate 2에서 공간 평균 오차를 계산하 였다. 평균오차 J는 판 이론 해석결과와 파워흐름해석 결과의 각 위치별 에너지 차이를 합산한 후 노드 수로 나누었고 식 (43)과 같다.

$$J = \frac{1}{N} \sum \left( \frac{e_P}{e_T} - 1 \right) \tag{51}$$

여기서 N은 plate 2 영역의 노드 수, e<sub>T</sub>는 판 이론의 에너지 밀도, e<sub>P</sub>는 파워흐름해석의 에너지 밀도이다. 식(51)로부터 구한 Levy-type 방법과 하이브리드 방



Fig. 8 Distribution of the energy density predicted from the space averaged plate theory and power flow method using Levy-type solution



Fig. 9 Distribution of the energy density predicted from the space averaged plate theory and power flow method using Hybrid method

법의 평균오차는 각각 3.64와 -0.05로 계산되었고 이 를 통해 plate 2 영역에서 오차가 적은 하이브리드 방 법의 결과가 더 정확하다고 판단된다.

## 4.결론

이 연구에서는 연성된 직사각형 평판에 대하여 Levy-

type 방법과 하이브리드 방법을 적용하여 파워흐름 해석을 수행하고, 두 방법의 신뢰성 검토를 위해 판 이 론 해석 결과와 비교하였다. 연성된 평판에 하이브리 드 방법을 적용하기 위해서 plate 2와 동일한 두께를 가지는 가상 평판을 도입하여 plate 2 영역의 에너지 밀도를 계산하였다. 이 연구를 통해 도출한 결과를 정 리하면 다음과 같다. (1) Levy-type 방법은 가진점 부근에서 에너지 밀도 를 판 이론 해석 결과보다 낮게 예측하는 반면, 하이브 리드 방법은 판 이론 해석결과와 잘 부합함을 확인하 였다. 그 이유는, 하이브리드 방법으로 구한 직접장의 에너지 밀도는 Levy-type 방법과 달리 공간 평균이 적 용되지 않기 때문이다.

(2) Levy-type 방법은 가진점 부근을 제외한 전 영 역에서 판 이론 해석결과 보다 2~3배 높은 에너지 밀 도를 얻은 반면 하이브리드 방법은 판 이론 해석결과 와 잘 부합함을 확인하였다.

이상의 비교를 통해, 연성 평판의 파워흐름해석에 하 이브리드 방법을 적용하기 위해 이 연구에서 도입한 가 정들이 타당함을 검증하였으며 연성 평판 해석에 하이 브리드 방법이 적용 가능함을 확인하였다.

이 연구에서는 두 개의 사각 평판이 연성된 경우를 다루었으나 추후 다양한 형태의 연성 조건에 대하여 하 이브리드 방법의 신뢰성을 확인하고 해석 범위를 확장 하는 작업들이 수행되어야 할 것으로 판단한다.

## 후 기

이 연구는 2018년도 현대중공업의 연구비 지원으로 수행되었습니다.

#### References

(1) Belov, V. D., Rybak, S. A. and Tartakovskii, B. D., 1977, Propagation of Vibrational Energy in Absorbing Structures, Journal of Soviet Physics Acoustics, Vol. 23, No. 2, pp. 115~119.

(2) Noiseux, D. U., 1970, Measurement of Power Flow in Uniform Beams and Plates, The Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 47, No. 1B, pp. 238~247.

(3) Bouthier, O. M. and Bernhard, R. J., 1995, Simple Models of Energy Flow in Vibrating Membranes, Journal of Sound and Vibration, Vol. 182, No. 1, pp. 129~147.

(4) Li, T. Y., Liu, J. X. and Zhang, T., 2004, Vibrational Power Flow Characteristics of Circular Plate Structures with Peripheral Surface Crack, Journal of Sound and Vibration, Vol. 276, No. 3, pp. 1081~1091.

(5) Wohlever, J. C. and Bernhard, R. J., 1988, Vibrational Power Flow Analysis of Rods and Beams, NASA Langley Research Center, Hampton, Virginia.

(6) Wohlever, J. C. and Bernhard, R. J., 1992, Mechanical Energy Flow Models of Rods and Beams, Journal of Sound and Vibration, Vol. 153, No. 1, pp. 1~19.

(7) Nefske, D. J. and Sung, S. H., 1989, Power Flow Finite Element Analysis of Dynamic Systems: Basic Theory and Application to Beams, Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, Vol. 111, No. 1, pp. 94~100.

(8) Bouthier, O. M. and Bernhard, R. J., 1995, Simple Models of the Energetics of Transversely Vibrating Plates, Journal of Sound and Vibration, Vol. 182, No. 1, pp. 149~ 166.

(9) Kim, H. S., Kang, H. J. and Kim, J. S, 1993, A Vibration Analysis of Plates at High Frequencies by the Power Flow Method, Journal of Sound and Vibration, Vol. 174, No. 4, pp. 493~504.

(10) Park, D. H., Hong, S. Y., Kil, H. G. and Jeon, J. J., 2001, Power Flow Models and Analysis of In-plane Waves in Finite Coupled Thin Plates, Journal of Sound and Vibration, Vol. 244, No. 4, pp. 651~668.

(11) Wang, S. and Bernhard, R. J., 2009, Prediction of Averaged Energy for Moderately Damped Systems with Strong Coupling, Journal of Sound and Vibration, Vol. 319, No. 3, pp. 426~444.

(12) Smith, M. J., 1997, A Hybrid Energy Method for Predicting High Frequency Vibrational Response of Pointloaded Plates, Journal of Sound and Vibration, Vol. 202, No. 3, pp. 375~394.

(13) Park, D. H., Hong, S. Y. and Kil, H. G., 1998, Vibration Power Flow Analysis of Coupled Co-planar Rectangular Plates, Journal of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 8, No. 6, pp 1053~1061.

(14) Park, D. H., 1999, Vibration Power Flow Analysis of Coupled Plates and Box-type Structures, Master's Thesis, University of Seoul, Seoul, Korea.

(15) Hwang, D. W., 2006 Transient Power Flow Analysis of Beam and Plate, Master's Thesis, University of Seoul, Seoul, Korea.

(16) Vlahopoulos, N., 2005, Energy Finite Element Analysis for Computing the High Frequency Vibration of the Aluminum Testbed Cylinder and Correlating the Results to Test Data, (University of Michigan Contractor Report), NASA Langley Research Center, Hampton, Virginia. (17) Vlahopoulos, N., 2011, Structural-acoustic Simulations of Naval Vehicles Using an Energy Finite Element Method, Proceedings of the ASME 2011 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference, No. DETC 2011-47758, pp. 509~516.

(18) Zhang, W., Wang, A., Vlahopoulos, N. and Wu, K., 2003, High-frequency Vibration Analysis of Thin Elastic Plates under Heavy Fluid Loading by an Energy Finite Element Formulation, Journal of Sound and Vibration, Vol. 263, No. 1, pp 21~46.



Jungsoo Ryue graduated with a B.S. degree in Mechanical Engineering from Pusan National University in 1995. He received a M.S. degree in KAIST, and received his second M.Sc. and Ph.D. in ISVR at the University of Southampton in UK.

He has been working for the School of Naval Architecture and Ocean Engineering at the University of Ulsan since 2009. His research interests include wave propagation along waveguide structures, vibro-acoustic problems, and related signal processing.



Hyunyoung Kang completed his Bachelor Degree from Pukyong National University in 2017, and Master Degree from University of Ulsan in 2019. He is currently a researcher at Hyundai Heavy Industry.



**Ki-Sun Kim** completed his Doctoral Degree in 2012 from KAIST Mechanical and Aerospace Engineering. He is currently a senior researcher at Hyundai Heavy Industry.

# 탄성경계조건을 가지는 회전하는 보의 자유진동 해석

Free Vibration Analysis for a Rotating Beam with an Elastic Boundary Condition

이 정 우<sup>\*</sup>·유 충 준<sup>\*</sup>·이 정  $\pounds^{\dagger}$ Jung Woo Lee<sup>\*</sup>, Chung Jun You<sup>\*</sup> and Jung Youn Lee<sup>†</sup>

(Received April 9, 2019 ; Revised April 30, 2019 ; Accepted May 2, 2019)

Key Words: Transfer Matrix Method(전달행렬법), Elastic Boundary Condition(탄성경계조건), Rotating Beam(회전보), Frobenius Method(프로베니우스법)

#### ABSTRACT

This paper presents a transfer matrix method to accurately determine the natural frequencies and mode shapes of the free vibration characteristics of a rotating Bernoulli–Euler beam with an elastic boundary condition (EBC) at its root. The proposed method can accurately determine the desired number of natural frequencies for such problems using a single element. The EBC is modeled for translational and rotational springs, and its effects are expressed in an independent transfer matrix. Structures with an EBC are altered according to the structures with other various conditions by appropriately controlling the stiffness values of the springs. The roots of the differential equation are solved for a bending vibration by applying the Frobenius method. In addition, the variation in mode shape depending on the change in the stiffness of springs is investigated in detail.

#### 1. 서 론

회전하는 구조물의 자유진동 특성은 다양한 방법 으로 많은 연구자들에 의해 연구되어 왔다<sup>(1-3)</sup>. 그리고 이들 구조물의 진동특성은 헬리콥터 로터블레이드, 터 빈 블레이드 등 공학적 설계에 폭넓게 사용되었다. 기 존의 연구들은 대부분 완전 고정 조건으로 경계조건 을 가정하여 진동해석을 수행하였다<sup>(4,5)</sup>. Hodges et al. 은 유한요소법과 멱급수를 사용하여 회전하는 구조물 의 고유진동수를 평가하였고<sup>(6)</sup>, Stafford et al.은 전달 행렬법을 사용하여 고유치 문제를 풀었다<sup>(7)</sup>. 많은 연구 자들은 고정 조건하에 보다 정확한 결과들을 산출하 기 위해 멱급수 중 Frobenius법을 사용하였다<sup>(8,9)</sup>.

그러나, 이들 연구들은 탄성경계조건을 고려하지 않 았고<sup>(1-9)</sup>, 탄성경계조건하에서의 모드형상의 변화 또 한 고려하지 않았다<sup>(10)</sup>.

회전하는 구조물에서 완벽한 고정 조건을 부여하는 것은 어렵기 때문에 실제 구조물들은 강성에 의해 지 지되었다고 볼 수 있다. 따라서, 지지부의 강성을 탄성 경계조건을 사용하여 회전하는 구조물의 경계조건을 부여한다면 보다 정확한 고유진동수를 분석하는 것이 가능하다.

탄성경계조건은 지지부에서 회전스프링와 병진스프 링으로 모델링할 수 있고, 이들 스프링의 값을 변화시 킴으로써 핀-자유, 고정-자유, 자유-자유 경계조건을 표

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup> Corresponding Author; Fellow Member, School of Mechanical System Engineering, Kyonggi University E-mail: jylee@kyonggi.ac.kr

<sup>\*</sup> Member, School of Mechanical System Engineering, Kyonggi University

Recommended by Editor Won Ju Jeon

<sup>©</sup> The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

현할 수 있다.

이 연구는 Lee et al.에 의해 연구된 기존의 연구를 토대로 수행되었고<sup>(9)</sup>, 탄성경계조건하에서 모드형상을 예측할 수 있는 방법을 상세하게 제시하였다.

이 연구의 목적은 회전하는 오일러-베르누이 보의 자유진동특성을 탄성경계조건을 고려하여 분석할 수 있는 방법론을 제안하는 것이다. 회전속도와 허브반경 의 영향이 고려되었고, 경계조건의 변화에 따라 변화 하는 고유진동수와 모드형상의 변화가 예측되었다.

## 2. 이 론

이 연구는 오일러-베르누이 보를 고려하였고, Fig. 1 에서와 같이 고정부를 회전스프링(K<sub>φ</sub>)과 병진스프링 (K<sub>W</sub>)으로 모델링하였다. Z'는 회전 중심축이고, r<sub>H</sub>는 허브반경, Ω는 회전속도이다. dx는 미소요소까지의 거 리이고, F<sub>0</sub>는 상수 축력으로 값을 0으로 가정함으로써 무시할 수 있다. L은 보요소의 전체 길이이다.

## 2.1 전달행렬

회전하는 보에 대한 전달행렬은 다음과 유추될 수 있다<sup>(9)</sup>.

균일한 단면을 가지는 보의 회전력에 의해 발생되 는 원심력은 다음과 같다.

$$F(x) = \int_{x}^{L} m \Omega^{2} (r_{H} + x) dx + F_{0}$$
(1)

회전하는 보의 미분방정식, 전단력, 굽힘 모멘트는 다음과 같이 표현된다.

$$EIw'''' - (F(x)\omega')' + m\ddot{w} = 0$$
(2)

$$V = EIw''' - F(x)w' \tag{3}$$

$$M = -EIw'' \tag{4}$$



Fig. 1 Notation and coordinate systems used for a rotating beam with EBC 각진동수를 가지고 조화진동을 하는 것으로 가정 한다면,

$$w(x,t) = W(x)\cos\omega t \tag{5}$$

식(2)~식(4)에 식(1)과 식(5)를 대입하여 풀면 다음과 같은 무차원 4차 미분방정식을 얻을 수 있다.

$$W'''' - \left\{ \overline{\Omega^2} (0.5 \overline{x^2} + \overline{r_H} \overline{x} + C_1 \right\} W'' + \overline{\Omega^2} (\overline{x} + \overline{r_H}) W' + \overline{\omega^2} W = 0$$
(6)

여기서,

$$\begin{split} \overline{\Omega^2} &= \frac{m\Omega^2 L^4}{EI}, \, \overline{r_H} = \frac{r_H}{L}, \, \overline{x} = \frac{x}{L}, \, \overline{\omega^2} = -\frac{m\omega^2 L^4}{EI} \\ C_1 &= -\overline{\Omega^2} (0.5 + \overline{r_H}) - \frac{F_0 L^2}{EI} \end{split}$$

미분방정식(6)의 해는 멱급수의 하나인 Frobenius 법을 사용하여 얻을 수 있고, 다음과 같이 해를 가정 할 수 있다.

$$W(\overline{x},k) = \sum_{i=0}^{\infty} a_{i+1} \zeta^{k+i}$$
(7)

식(7)을 식(6)에 대입함으로써 다음과 같이 결정방정 식(식(8))과, 순환관계식(식(9)), Frobenius계수(식(10) ~식(14))들을 결정할 수 있다.

$$\begin{aligned} &k(k-1)(k-2)(k-3)a_{1} = 0 \end{aligned} \tag{8} \\ &a_{i+5} = -\frac{C_{1}}{(k+i+3)(k+i+4)} a_{i+3} \\ &-\frac{\overline{r_{H}}\overline{\Omega^{2}}(k+i+1)}{(k+i+2)(k+i+3)(k+i+4)} a_{i+2} \\ &-\frac{\overline{\Omega^{2}}(k+i)+0.5\overline{\Omega^{2}}(k+i-1)(k+i)+\overline{\omega^{2}}}{(k+i+1)(k+i+2)(k+i+3)(k+i+4)} a_{i+1} \end{aligned} \tag{9}$$

$$a_1 = 1$$
 (10)

$$a_2 = 0$$
 (11)

$$a_3 = -\frac{C_1}{(k+1)(k+2)} a_1 \tag{12}$$

$$a_4 = -\frac{\overline{r_H}\Omega^2 k}{(k+1)(k+2)(k+3)} a_1$$
(13)

$$a_5 = \frac{C_1^2 - 0.5\overline{\Omega^2}k(k+1) - \overline{\omega^2}}{(k+1)(k+2)(k+3)(k+4)} a_1$$
(14)

결국 균일한 단면을 가지는 회전하는 보의 굽힘 변 위는 다음과 같이 유추된다.

$$W(\overline{x}) = A_1 f(\overline{x}, 0) + A_2 f(\overline{x}, 1) + A_3 f(\overline{x}, 2) + A_3 f(\overline{x}, 3)$$
(15)

여기서, 함수  $f(\bar{x},k)$ 는 다음과 같다.

$$f(\overline{x},k) = \sum_{i=0}^{\infty} a_{i+1} \zeta^{k+i}$$
(16)

식(15)를 미분함으로써 곡선의 기울기(Φ)를 결정 할 수 있고,

$$\Phi = \frac{1}{L} \left\{ A_1 f'(\overline{x}, 0) + A_2 f'(\overline{x}, 1) \\ + A_3 f'(\overline{x}, 2) + A_3 f'(\overline{x}, 4) \right\}$$
(17)

식 (3)과 식 (4)에 식 (5)와 식 (7)을 대입하면 전단력 과 굽힘 모멘트는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$M = N_1 \sum_{j=1}^{4} f''(\overline{x}, j-1) A_j$$
(18)

$$\begin{split} V &= \\ N_2 \sum_{j=1}^{4} \left\{ f^{'''} \left( \overline{x}, j-1 \right) \\ - \left( \overline{\Omega^2} (0.5 \overline{x^2} + \overline{r_H} \overline{x}) + C_1 \right) f'(\overline{x}, j-1) \right\}^{A_j} \end{split}$$

여기서,  $N_1 = -EI/L^2$ ,  $N_2 = EI/L^3$ 

식(15), 식(17), 식(18) 그리고 식(19)에  $\overline{x} = 0$ 을 대입하고 행렬 형태로 표현하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{cases} W \\ \Phi \\ M \\ V \\ V \\ \end{pmatrix}_{x=0} = \begin{bmatrix} C_{11} C_{12} C_{13} C_{14} \\ C_{21} C_{22} C_{23} C_{24} \\ C_{31} C_{32} C_{33} C_{34} \\ C_{41} C_{42} C_{43} C_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix}$$
(20)

여기서,

$$\begin{split} &C_{1j} = \sum_{j=1}^{4} f(0,j-1), \\ &C_{2j} = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^{4} f'(0,j-1), \\ &C_{3j} = N_1 \sum_{j=1}^{4} f''(0,j-1), \end{split}$$

$$\begin{split} C_{4j} &= N_1 \sum_{j=1}^{4} \{ f^{'''} \ (0, j-1) - C_1 f'(0, j-1) \}. \end{split}$$
  
식 (20)을 단순화하면,  
$$\{ Z \}_{x=0} &= \big[ C_{ij} \big] \{ A_j \} \end{split} \tag{21}$$

식 (21)으로부터 상수 { $A_j$ }는 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$\{A_j\} = [C_{ij}]^{-1} \{Z\}_{x=0}$$
(22)

동일한 방법에서  $\overline{x} = 1$ 을 식(15), 식(17), 식(18) 그 리고 식(19)에 대입하여 다음의 행렬을 얻을 수 있다.

$$\begin{cases} W \\ \Phi \\ M \\ V \\ \end{pmatrix}_{x=1} = \begin{bmatrix} H_{11} H_{12} H_{13} H_{14} \\ H_{21} H_{22} H_{23} H_{24} \\ H_{31} H_{32} H_{33} H_{34} \\ H_{41} H_{42} H_{43} H_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix}$$
(23)

여기서,

$$\begin{split} H_{1j} &= \sum_{j=1}^{4} f(1,j-1), \\ H_{2j} &= \frac{1}{L} \sum_{j=1}^{4} f'(1,j-1), \\ H_{3j} &= N_1 \sum_{j=1}^{4} f''(1,j-1) \\ H_{4j} &= N_2 \sum_{j=1}^{4} \left\{ f'''(1,j-1) \\ - (\overline{\varOmega^2}(0.5+\overline{r_H}) + C_1) f'(1,j-1) \right\}. \end{split}$$

식(23)를 단순화하고,

$$\{Z\}_{x=1} = [H_{ij}]\{A_j\}$$
(24)

식 (24)에 식 (22)를 대입하여 다음과 같은 전달행렬 표현을 얻을 수 있다.

$$\{Z\}_{x=1} = [T_{ij}]\{Z\}_{x=0}$$
(25)

여기처  $[T_{ij}] = [H_{ij}] [C_{ij}]^{-1}$ 

## 2.2 탄성경계조건

Fig. 1과 같이 회전하는 보의 root에서의 탄성경계 조건은 회전스프링과 병진스프링으로 모델링되었고, 전단력과 굽힘 변형에 의해 발생된 변위들로 표현할 수 있다.

이들 스프링들을 행렬로 표현한다면 다음과 같이 된다.

$$\begin{cases} W \\ \Phi \\ M \\ V \\ x = 1 \end{cases} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \eta_1 \\ 0 & 1 & \eta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W \\ \Phi \\ M \\ V \\ x = 0 \end{cases}$$
 (26)

여기서,  $\eta_1 = -1/\overline{K}_W$ ,  $\eta_2 = -1/\overline{K}_{\phi}$ 이고,  $\overline{K}_W (= K_W L^3 / EI)$ 와  $\overline{K}_{\phi} (= K_{\phi} L / EI)$ 은 무차원 스 프링 상수 값이다<sup>(10)</sup>.

식(26)은 다음과 같이 단순화할 수 있다.

$$\{Z\}_{x=1} = [K_{ij}]\{Z\}_{x=0}$$
<sup>(27)</sup>

탄성경계조건을 가지는 회전하는 보의 전달행렬표 현은 식(27)을 식(25)에 대입함으로써 다음과 같이 된다.

$$\{Z\}_{x=1} = \left[T_{ij}^*\right] \{Z\}_{x=0} \tag{28}$$

여기서,  $\left[T_{ij}^*\right] = \left[T_{ij}\right] \left[K_{ij}\right]$ 

### 2.3 진동수 방정식

식 (28)로부터 고정-자유 조건이 고려되었고, 이 끝 조건은 스프링의 상수 값들을 변화시켜 탄성경계조건 을 포함하는 자유-자유, 핀-자유 조건을 만족한다. 따 라서, 고정-자유 조건에 대한 표현은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} T_{34}^* & T_{44}^* \\ T_{43}^* & T_{44}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ V \end{bmatrix}_0 = 0$$
(29)

진동수 방정식은 식 (29)로부터 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{vmatrix} T_{34}^* & T_{44}^* \\ T_{43}^* & T_{44}^* \end{vmatrix} = 0$$
(30)

식 (30)으로부터 회전하는 보의 고유진동수를 결정 할 수 있고, 모드형상은 전단력을 1로 가정함으로 다 음의 방법에서 얻을 수 있다.

결국 x=0에서의 상태량은 다음과 같이 된다.

$$\{Z\}_{x=0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & M_0 & 1 \end{bmatrix}^T$$
(31)

그러나, 모드 현상을 얻기 위해 탄성 경계조건을 고 려하기 위해서는 주의를 기울여야 한다.  $\overline{x}=0$ 에서의 상태량  $\{Z\}_{x=0}$ 는 식(31) 대신에 다음의 방정식을 사 용하여야 한다.

$$\{Z\}_{x=0} = [K_{ij}] \begin{bmatrix} 0 & 0 & M_0 & 1 \end{bmatrix}^T$$
 (32)

식 (32)를 사용하여 회전스프링과 병진스프링의 값 을 변경함으로써 탄성경계조건이 고려된 모드형상을 결정할 수 있다.

Case 1: 고정-자유 조건  
$$\eta_1 = \eta_2 = 0$$
 (33)  
Case 2: 핀-자유 조건

$$\eta_1 = 0 \, \mathbb{P} \quad n_2 = \infty \tag{34}$$

## 3. 결과 및 고찰

회전스프링 및 병진스프링의 값을 변경함으로써 기 존의 경계조건을 만족한다는 것을 보여주기 위해, 현 재의 방법으로부터 얻어진 결과들이 기존의 연구에서 토론된 결과들과 비교되었다. 비교 결과들은 Table 1 에 제시되었고, 무차원 허브반경이  $r_H = 0$ 와  $r_H = 1$ 이 고려되었을 때 계산된 결과들을 비교하였다. 비교 결과들은 우수한 일치를 보였고, 제안된 방법론을 검증 하였다. 무차원 회전속도는 0부터 10까지 고려하였다. 고유진동수를 계산하기 위하여 사용된 멱급수에서의 항의 수는 60개이다. 이 비교를 바탕으로, 핀-자유 조 건을 가지는 회전하는 보의 무차원 고유진동수를 계산 하였고 Table 2에 제시하였다.

고정-자유조건을 표현하기 위한 무차원 스프링 상수 값 ( $\overline{K}_{\phi}$ 와  $\overline{K}_{W}$ )은 각각 지수함수  $\exp(25)$ 와  $\exp(-25)$ 를 사용되었다.  $\exp(25)$ 가 사용되었을 때 고정이 되고,  $\exp(-25)$ 를 사용하였을 때 자유 조건이 된다. 따라 서, 고정 끝 조건은  $\overline{K}_{W} = \overline{K}_{\phi} = \exp(25)$ 이고, 자유 끝 조건은  $\overline{K}_{W} = \overline{K}_{\phi} = \exp(-25)$ 이며, 핀 조건은  $\overline{K}_{W} = \exp(-25)$ 을 사용하면 된다.

Table 1과 Table 2의 결과들은 스프링의 값들을 변 경함으로써 제안된 방법이 고정-자유, 핀-자유조건과 같은 경계조건을 표현할 수 있다는 것을 보여준다.

이 결과들을 토대로, 변화하는 스프링 값에 관한 무 차원 고유진동수에서의 변화를 분석하였고, Fig. 2에 결과들이 제시되었다. 자유-자유 끝 조건으로부터 고 정-자유 끝 조건으로 스프링 값을 제어함으로써 변경

	Non-dimensional natural frequency									
$\overline{\Omega}$	$\overline{\omega}_1$		$\overline{\omega}_2$		$\overline{\omega}_3$		$\overline{\omega}_4$			
	Present	Exact	Present	Exact	Present	Exact	Present	Exact		
	(a) $\bar{r}_{H} = 0$									
0	3.5160	3.5160	22.0345	22.0345	61.6972	61.6972	120.9019	-		
1	3.6816	3.6816	22.1810	22.1810	61.8418	61.8418	121.0509	-		
2	4.1373	4.1373	22.6149	22.6149	62.2732	62.2732	121.4967	-		
3	4.7973	4.7973	23.3203	23.3203	62.9850	62.9850	122.2355	-		
4	5.5850	5.5850	24.2733	24.2733	63.9668	63.9668	123.2615	-		
5	6.4495	6.4495	25.4461	25.4461	65.2050	65.2050	124.5664	-		
6	7.3604	7.3604	26.8091	26.8091	66.6839	66.6839	126.1405	-		
7	8.2996	8.2996	28.3341	28.3341	68.3860	68.3860	127.9722	-		
8	9.2568	9.2568	29.9954	29.9954	70.2930	70.2930	130.0490	-		
9	10.2257	10.2257	31.7705	31.7705	72.3867	72.3867	132.3576	-		
10	11.2023	11.2023	33.6404	33.6404	74.6493	74.6493	134.8841	-		
				(b) $\overline{r}_{H}$ =	= 1					
0	3.5160	3.5160	22.0345	22.0345	61.6972	61.6972	120.9019	-		
1	3.8888	3.8888	22.3750	22.3750	62.0431	62.0431	121.2632	-		
2	4.8337	4.8337	23.3660	23.3660	63.0675	63.0675	122.3395	-		
3	6.0817	6.0817	24.9277	24.9277	64.7338	64.7338	124.1090	-		
4	7.4750	7.4750	26.9573	26.9573	66.9868	66.9868	126.5373	-		
5	8.9404	8.9404	29.3528	29.3528	69.7607	69.7607	129.5803	-		
6	10.4439	10.4439	32.0272	32.0272	72.9863	72.9863	133.1875	-		
7	11.9691	11.9691	34.9116	34.9116	76.5964	76.5964	137.3049	-		
8	13.5074	13.5074	37.9538	37.9538	80.5295	80.5295	141.8780	-		
9	15.0541	15.0541	41.1154	41.1154	84.7315	84.7315	146.8540	-		
10	16.6064	16.6064	44.3682	44.3682	89.1563	89.1563	152.1832	-		

**Table 1** Comparison results on the first four non-dimensional natural frequencies of rotating beams with the fixed free end condition when  $\bar{r}_{H} = 0$  and 1

Table 2 The first four non-dimensional natural frequencies of rotating beams with the pinned-free end condition

	Non-dimensional natural frequency							
$\overline{\Omega}$		$\overline{r}_H$	= 0		$\overline{r}_H = 1$			
	$\overline{\omega}_1$	$\overline{\omega}_2$	$\overline{\omega}_3$	$\overline{\omega}_4$	$\overline{\omega}_1$	$\overline{\omega}_2$	$\overline{\omega}_3$	$\overline{\omega}_4$
0	0.0000	15.4182	49.9649	104.2477	0.0000	15.4182	49.9649	104.2477
1	1.0000	15.6242	50.1437	104.4202	1.5806	15.9161	50.4068	104.6765
2	2.0000	16.2261	50.6760	104.9358	3.1586	17.3179	51.7069	105.9511
3	3.0000	17.1807	51.5498	105.7890	4.7333	19.4142	53.7937	108.0370
4	4.0000	18.4313	52.7463	106.9708	6.3056	21.9897	56.5662	110.8810
5	5.0000	19.9197	54.2419	108.4691	7.8765	24.8804	59.9120	114.4162
6	6.0000	21.5944	56.0099	110.2695	9.4467	27.9770	63.7221	118.5685
7	7.0000	23.4133	58.0223	112.3555	11.0166	31.2103	67.9002	123.2611
8	8.0000	25.3436	60.2513	114.7094	12.5865	34.5373	72.3664	128.4200
9	9.0000	27.3601	62.6705	117.3126	14.1563	37.9304	77.0570	133.9761
10	10.0000	29.4439	65.2554	120.1464	15.7263	41.3720	81.9224	139.8677



Fig. 2 The changes in the first four non-dimensional natural frequencies from the free-free condition to the fixed-free condition

되었고, 허브반경은  $\overline{r}_{H} = 0, 0.5$ 와  $\overline{r}_{H} = 1$ 을 고려하였 다. 또한, 회전속도는  $\Omega = 10$ 을 고려하였다.

계산의 편의를 위해 무차원 스프링 상수 값 $(\overline{K}_{\phi}$ 와 $\overline{K}_{W}$ )은 동시에 동일한 간격에서 증가시켰고,  $\exp(0)$ 과

exp(10) 사이에서 무차원 고유진동수들은 가장 크게 변화하였다. 다른 값에서는 작은 변화만을 보였다. 강 체모드에 대해 고유진동수가 0이 된다는 것은 잘 알 려진 사실이다. 그러므로, 1차 모드는 0부터 시작되었 다. Fig. 2(c)에서 보여지는 것과 같이 자유-자유 조건 부터 고정-자유조건으로 변화될 때 1차 고유진동수는 허브반경에 관계없이 스프링 상수 값이 exp(3)이 될 때 까지 거의 동일한 값을 가졌다. 2차, 3차, 4차 고유진 동수들은 유사한 경향을 가지고 스프링 값의 증가에 상응하는 고유진동수에서의 증가를 보였다.

결과적으로, 지지부의 강성의 변화에 따라 고유진 동수는 크게 변화된다는 것을 알 수 있다.

마지막으로, 이 연구의 목적 중에 하나인 지지부에 서의 강성의 변화에 따른 모드형상의 변화를 검토하였 다. 1차~4차 모드형상이 검토되었고, 허브 반경  $\overline{r}_{H}$ = 0일 때 회전속도는  $\Omega$  = 0과  $\Omega$  = 10을 고려하였다. 모드 형상은 자유-자유 조건부터 자유-고정 조건으로 스프링 상수 값을 제어함으로써 계산되었고, 스프링 상 수 값들은 exp(-10)부터 exp(25)까지 임의간격에서 증가되었다.

증가하는 경향은 유사하나 각 고유진동수마다 요구 되는 스프링 상수 값의 범위가 exp(0)과 exp(10) 사 이에서 다소 차이를 보였기 때문에 모드형상을 검토 하기 위해 사용된 스프링 상수 값들은 각 모드마다 다 소 차이가 난다.

스프링 상수 값의 변화에 상응하는 모드형상의 변 화는 Fig. 3에 제시되었고, exp(-10)일 때가 자유-자 유 끝 조건이며 exp(25)일 때가 고정-자유 끝 조건에 대한 모드형상이다.

예상했던 대로, 스프링 상수 값들이 증가할 때 탄성 스프링에 의해 지지된 root부에서의 변위가 0에 가까 워진다는 것을 확인하였다. 잘 알려진 것과 같이 자유-자유 조건일 때 강체 모드형상을 제외하고, 1차~3차 모드형상은 스프링 상수 값의 증가에 의해 고정-자유 조건으로 변화하면서 2차~4차 모드형상으로 변화된 다는 것을 Fig. 3에서 확인할 수 있다.

게다가, 모든 모드형상에서 회전속도의 영향을 보이 나, 가장 분명하게 영향을 보이는 1차와 2차 모드를 비교했을 때 동일한 스프링 상수 값을 사용하더라도 지지부에서 0으로의 수렴에 명확한 차이를 보였다. 또 한, 0으로 수렴해가는 과정을 지지부의 강성 값을 변 화시킴으로써 분명하게 보여주었다.



Fig. 3 The variation of the first four mode shapes with respect to the change of the spring constant values

따라서, 현재 제안한 방법은 완벽한 고정조건을 부 여하기 어려운 회전하는 구조물의 설계에 유용하게 사 용될 수 있을 것으로 기대된다.

#### 4. 결 론

이 연구는 지지부의 강성이 변화할 때 회전하는 구 조물의 고유진동수와 모드형상을 명확하게 평가할 수 있는 전달행렬법을 제안하였다. 게다가, 한 개의 요소 를 사용하여 고유진동수와 모드형상을 결정할 수 있 는 방법론을 제안하였고, 제안된 방법론은 기존의 연 구 결과와의 비교를 통하여 우수성을 확인하였다.

또한, 지지부에서의 스프링 상수 값들을 제어함으로 써 탄성경계조건을 포함하여 자유-자유 조건, 고장-자 유 조건 등의 경계조건이 자유롭게 변화될 수 있음을 확인하였다.

## 후 기

이 연구는 2018년도 한국연구재단 이공학개인기초 연구과제의 지원을 받아 수행되었음(Grant No. NRF-2018R1D1A1B07047019).

#### References

(1) Lee, H. L. and Yoo, H. H., 2009, Vibration Analysis of a Rotating Cantilever Beam Having Tapered Cross Section, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 19, No. 4, pp. 363~369.

(2) Bazoune, A., Kulief, Y. A., Stephen, N. G. and Mohiuddin, M. A., 2001, Dynamic Response of Spinning Tapered Timoshenko Beams Using Modal Reduction, Finite Elements in Analysis and Design, Vol. 37, No. 3, pp. 199~219.

(3) Gunda, J. B. and Ganguli, R., 2008, New Rational Interpolation Functions for Finite Element Analysis of Rotating Beams, International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 50, No. 3, pp. 578~588.

(4) Lee, J. W., Kwak, J. H. and Lee, J. Y., 2016, Exact Solution for Bending Vibration of Rotating Cantilever Beam with Tapered Width Using Transfer Matrix Method. Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 26, No. 1, pp. 75~81.

(5) Lee, J. W. and Lee, J. Y., 2018, An Exact Transfer Matrix Expression for Bending Vibration Analysis of a Rotating Tapered Beam, Applied Mathematical Modelling, Vol. 53, pp. 167~188.

(6) Hodges, D. H. and Rutkowski, M. J., 1981, Free-Vibration Analysis of Rotating Beams by a Variable-Order Finite Element Method, AIAA Journal, Vol. 19, No. 11, pp. 1459~1466.

(7) Giurgiutiu, V. and Stafford, R. O., 1977, Semi-Analytic Methods for Frequencies and Mode Shapes of Rotor Blades, Vertica, Vol. 1, pp. 291~306.

(8) Banerjee, J. R., 2000, Free Vibration of Centrifugally Stiffened Uniform and Tapered Beams Using the Dynamic Stiffness Method, Journal of Sound and Vibration, Vol. 233, No. 5, pp. 857~875.

(9) Lee, J. W. and Lee, J. Y., 2017, In-plane Bending Vibration Analysis of a Rotating Beam with Multiple Edge Cracks by Using the Transfer Matrix Method, Meccanica, Vol. 52, No. 4-5, pp. 1143~1157.

(10) Lee, S. Y., Lin, S. M., and Hsu, J.J., 2008, Inplane Vibration of a Rotating Curved Beam with an Elastically Restrained Root, Journal of Sound and Vibration, Vol. 315, No. 4-5, pp. 1086~1102.



Jung Woo Lee received B.S., M.S., and Ph.D. degrees from Kyonggi University in 2002, 2004, and 2017, respectively. He is currently an assistant professor at the Department of Mechanical System Engineering of Kyonggi University. His research

interests are in structural vibration, composite structures, continuum mechanics, and the transfer matrix method.



**Chung Jun You** completed his Doctoral Degree in Mechanical Engineering from TU Berlin in 1999 and Aerospace Engineering. He is currently a Professor at the Department of Mechanical Engineering of University of Kyonggi.



Jung Youn Lee is Professor of Dept. of Mechanical System Engineering at Kyonggi University, where he has been since 1996. He received a B.S., an M.S. and his Ph.D. from Hanyang University in 1979, 1989 and 1992 respectively. His research interests

are in System Identification, Structural Modification, Inverse Problem, Modal Analysis and Sensitivity Analysis of Vibration.

## 전기 자동차용 인휠 모터 시스템의 소음 저감

## Noise Reduction of an In-wheel Motor System for an Electric Vehicle

## 김 보 형<sup>\*</sup>·홍 준 기<sup>\*</sup>·윤 신<sup>\*</sup>·신 경 호<sup>\*\*</sup>·민 경 휘<sup>\*\*</sup>·정 진 태<sup>†</sup> Bohyeong Kim<sup>\*</sup>, Jungi Hong<sup>\*</sup>, Seen Yun<sup>\*</sup>, Gyoungho Shin<sup>\*\*</sup>, Gyeongwhi Min<sup>\*\*</sup> and Jintai Chung<sup>†</sup>

(Received April 12, 2019; Revised May 9, 2019; Accepted May 9, 2019)

Key Words : In-wheel Motor System(인휠 모터 시스템), Gear Noise(기어 소음), Gear Mesh Frequency(기어물림 주파수), Motor Noise(모터 소음), Noise Reduction(소음 저감)

#### ABSTRACT

In this study, we identified the noise sources of an in-wheel motor system and proposed a low-noise design guideline through structural modification. To identify the noise sources, we not only measured the noise and vibration signals, but we also performed modal testing. Using waterfall plots for the frequency spectra of noise and vibration signals, we identified the vibration excitation frequencies owing to the gear mesh and the motor electromagnetic force of the motor. We obtained the natural frequencies of the in-wheel motor system from the modal test results. The results of the signal analysis and modal test showed that noise was generated by the resonance between the excitation and natural frequencies. To avoid this resonance, we proposed a design guideline for noise reduction in an in-wheel motor system by using a finite element simulation.

- 기호설명 —

N。 : 선기어의 잇 수(개) N<sub>r</sub> : 링기어의 잇 수(개) N<sub>ct</sub> : 카운터기어의 잇 수(개) : 모터의 회전자 슬롯 수(개) S: 모터의 고정자 극 수(개) PX : 모터의 회전 속도(r/min) : 선기어의 회전 속도(r/min)  $\omega_s$ : 유성기어의 회전 속도(r/min)  $\omega_p$ : 캐리어의 회전 속도(r/min)  $\omega_c$ : 카운터기어의 회전 속도(r/min)  $\omega_{ct}$ 

## 1. 서 론

오늘날 지구 환경의 오염과 석유 에너지 고갈에 대 한 문제가 전 세계적으로 관심을 받아오고 있음에 따 라 전력을 동력으로 대체하려는 연구가 활발히 진행 되고 있다<sup>(1,2)</sup>. 이 중에서도 인휠 모터 시스템은 모터 와 제동 장치가 차량의 휠 안에 직접 장착되어 구동축 이 없이 바퀴를 직접 구동시키는 방식으로 전기를 동 력으로 사용한다<sup>(3)</sup>. 인휠 모터 시스템은 기존의 차량 과 비교하여 동력을 전달하는 경로와 구조가 간단하 여 에너지 손실의 절감과 경량화를 기대할 수 있는 친 환경 기술로서, 이에 관한 연구가 자동차 산업에서도 활발히 이루어지고 있다.

Recommended by Editor Jun Hong Park

© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

<sup>\*</sup> Corresponding Author; Member, Hanyang University E-mail:jchung@hanyang.ac.kr

 <sup>\*</sup> Hanyang University

<sup>\*\*</sup> Hyundai Mobis

인휠 모터 시스템은 모터와 감속기의 조합으로 구 성되어 있으며, 구동 중 하우징 내부의 모터와 기어들 이 서로 맞물려 회전하면서 소음과 구조 진동을 발생시 키게 된다. 이때 발생한 소음과 진동은 현가장치를 통 해 차량의 내부로 전달되어 운전자에게 불쾌감을 유발 하며 제품의 성능과 수명에도 악영향을 미친다. 일반적 으로 감속기에서 발생하는 진동과 소음의 원인은 기어 치의 강성, 형상, 조립에 의한 오차나 백 래쉬 등에 의 한 것으로 알려져 있다<sup>(4,5)</sup>. 기어에서의 소음은 부하를 받 는 상태의 와인 소음과 무부하 상태에서의 래틀 소음으 로 나타나는데<sup>(6)</sup>, 이러한 소음을 저감하기 위해서는 기어 의 전달 오차 또는 기어물림주파수와 같은 소음과 진동 의 발생원을 명확히 규명해야 한다. 선진 자동차 업계 에서는 인휠 감속기의 저소음 설계를 위해 설계 단계에 서부터 적용할 수 있도록 소음에 영향을 주는 인자들에 대해서 활발히 연구하고 있으나<sup>(7)</sup>, 이에 반해 국내에서는 저소음 인휠 감속기에 관한 연구가 미흡한 실정이다.

이 연구에서는 인휠 감속기에서 발생하는 소음을 실 험으로 규명하고 주요 가진주파수와 구조 공진 소음의 메커니즘을 규명하여 형상 설계를 통해 저소음 설계방 안을 제시하였다. 먼저 인휠 감속기에서 발생하는 소음 과 진동 신호를 실험으로 측정하고 이를 유발하는 주파 수 영역을 분석하였다. 그리고 모드 실험을 통해 구조 공진을 유발하는 주요 모드를 파악하고 유한요소 해석 모델과 비교하여 검증하였다. 마지막으로 형상 설계를 통해 인휠 감속기의 저소음 설계를 위한 방안을 제시 하였다.

## 2. 인휠 모터 시스템의 구조

이 연구의 대상인 인휠 모터 시스템의 구조는 Fig. 1 과 같다. 인휠 감속기의 외부는 모터를 감싸고 있는



Fig. 1 In-wheel motor system

너클-모터 하우징과 각 기어들로 구성된 감속기를 감 싸고 있는 너클-감속기 하우징, 그리고 감속기의 위치 에 부착어 감속기를 보호하는 감속기 커버로 구성된 다. 상단의 너클은 서스펜션의 상부암(upper arm)과 체 결되고 하단의 너클은 서스펜션의 하부암(lower arm) 과 체결되어 고정된다.

인휠 감속기는 유성기어와 외접기어 구조로 된 2단 감속기로, Fig. 2에 나타낸 것과 같다. 인휠 모터에서 토크를 발생시키며 이는 선기어로부터 1차 감속부인 3개의 유성기어를 통해 2차 감속부인 외접기어로 전달 되며 카운터 기어로 최종 출력을 발생시키는 구조를 갖는다. 따라서, 모터로부터 전달된 동력은 감속기를 통해 휠 베어링, 브레이크 디스크와 함께 체결된 휠을 구동시켜 타이어를 회전시킨다.

#### 3. 소음과 진동의 신호분석

인휠 모터 시스템에서 발생하는 소음 소준을 파악 하기 위하여 인휠 모터가 작동할 때 발생하는 소음과 진동 신호를 측정하였으며, 실험 장치는 Fig. 3과 같 이 구축하였다. 일반적으로 소음은 진동에 의해 유발 되므로 상대적으로 외부 환경에 영향을 덜 받는 진동 신호를 동시에 채집하였다. 회전속도에 대한 영향을 살 펴보기 위하여 인휠 모터 시스템을 차량에 부착한 상



Fig. 2 Schematic diagram of two-stage gear reducer



Fig. 3 Experimental setup for noise and vibration signals measurements

태로 정지 상태부터 점점 가속하며 소음과 진동의 신 호를 각각 측정하였다. 이 때, 마이크로폰(B&K 4190) 은 인휠의 모터 상단에 장착하였으며, 단축 가속도계 (B&K 4383)는 인휠 모듈의 감속기를 감싸고 있는 너 클-감속기 하우징 위에 수직으로 부착하였다. 차량의 주행속도는 차량용 CAN 통신을 이용하여 ECU로부 터 직접 모터의 회전수를 획득하였다. 가속도계와 마이 크로폰으로부터 측정된 신호는 스펙트럼 분석기(B&K 3560C)를 통해 분석되었으며, 가속도계는 상태 증폭기 (B&K Nexus)를 통해 진동 신호를 증폭시켰다.

소음과 진동에 영향을 주는 가진주파수를 파악하기 위하여 기어의 물림주파수(GMF, gear mesh frequency)를 정의해야 할 필요가 있다. GMF는 각 기어의 회 전속도와 기어 잇 수와의 관계식으로 얻어진다. 먼저 1 단 유성기어와 캐리어의 회전속도의 비를 계산해야 한 다. 유성기어와 캐리어의 회전속도는 각각 다음과 같다.

$$\omega_p = -\frac{N_s}{N_r - N_s} \omega_s \tag{1}$$

$$\omega_c = \frac{N_s}{N_r + N_s} \omega_s \tag{2}$$

여기서 선기어와 링기어의 잇 수는 각각 28개와 77개 이다. 선회 모터의 회전속도를 X라 할 때, 선회 모터 와 선기어의 회전속도는 동일하므로 위 식으로부터 유 성기어와 캐리어의 속도는 각각 -0.5714X와 0.2667X 로 계산된다. 또한, 유성기어의 기어물림주파수(GMF<sub>p</sub>) 와 카운터 기어 감속기의 기어물림주파수(GMF<sub>ct</sub>)는 각각 다음과 같이 구할 수 있다.

$$GMF_p = \left| \omega_s - \omega_c \right| N_s \tag{3}$$

$$GMF_{ct} = \left| \omega_{ct} \right| N_{ct} \tag{4}$$

여기서 카운터 기어의 잇 수는 31개로 GMF<sub>p</sub>와 GMF<sub>ct</sub> 는 각각 20.53*X*와 8.27*X*로 계산된다.

모터에 의해 구동되는 시스템은 기어물림주파수와 함께 모터에 의한 전자기소음의 가진주파수도 함께 관 찰된다. 전자기 소음의 가진주파수는 고정자 극 수와 회전자의 슬롯 수와 관련이 있으며, 반복적으로 변화 하는 회전자와 고정자 사이의 인력과 척력에 의해 가 진주파수가 발생한다. 고정자와 회전자의 상호작용으 로 발생하는 고조파는 다음과 같이 계산된다.

$$f = (Sn \pm Pm)X \tag{5}$$

여기서 n과 m은 임의의 정수이며, S는 회전자의 슬롯 수 그리고 P 고정자의 극 수로 각각 36개와 8개를 갖는다. 식 (5)로부터 계산된 구동 모터의 고조파는 8X의 배수로 계산된다.

인휠 감속기 소음의 가진원을 파악하기 위해 인휠 모터 시스템 장착 차량의 주행속도 조건인 정지 상태 부터 고속으로 가속하는 상태까지 소음과 진동의 신호 를 측정하였다. 고속주행의 속도인 120 km/h에 해당 하는 모터의 회전속도는 8400 r/min이며, 0 r/min부터 8000 r/min까지 20 r/min 단위로 측정을 하였으며 주 파수는 3000 Hz까지 채집하였다. Fig. 4는 가속을 하 며 획득한 소음과 진동의 신호이며, 구동 모터 속도의 변화에 따른 소음과 진동의 주파수 스펙트럼을 회전속 도의 순서에 따라 그린 그래프이다. Fig. 4의 가로 좌 표축은 주파수(Hz)를 의미하며 세로 좌표축은 모터 의 회전속도(r/min)를 의미한다. 소음 신호인 Fig. 4(a) 와 진동 신호인 Fig. 4(b)의 양상은 비슷하게 나타난다. 그래프에서 대각선 방향과 세로 방향의 선이 나타나 는데 대각선 방향의 선은 기어와 모터의 가진성분과 관 련이 있으며 세로 방향의 선은 인휠 모터 시스템의 고 유진통수와 관련이 있다. 그리고 각 주파수 스펙트럼



Fig. 4 Waterfall plots of frequency spectra as drive motor speed increases

의 색상은 각 그래프의 우측에 나타난 신호의 크기를 의미한다.

그래프의 상단에 표기된 1X 성분은 회전축의 편심 이나 회전체 지지단 취약에 의한 가진성분으로 나타나 는 신호이다. 또한, 8.27X와 20.53X는 각각 앞에서 획 득한 카운터 기어의 물림주파수와 유성기어의 물림주 파수에 해당하는 가진성분으로 대각선으로 나타난다. 이들 가진주파수는 진동 신호보다는 소음 신호에서 더 도드라지며 소음은 카운터 기어보다 유성기어에 의한 영향이 더 크게 나타남을 확인할 수 있다. 유성기어의 물림주파수 아래로 32X와 41X의 성분이 확인된다. 32X는 식 (5)에서 확인한 구통 모터의 전자기 소음의 고조파에 의해 나타나는 신호이다. 41X의 신호는 유 성기어의 물림주파수의 2배수 조화성분이다. Fig. 4(a) 를 살펴보면 고주파수 영역보다 저주파수 영역, 저속 주행보다 고속주행에서 더 많은 소음이 발생하는 것 을 확인할 수 있다. 또한, 4000 r/min 이상의 고속 주 행시 인휠 모터 시스템에서 발생하는 소음은 차량의 엔진이나 풍절음에 의해 사람이 거의 인지하지 못하 므로 4000 r/min 이하에서 발생하는 소음에 집중해야 할 필요가 있다. 4000 r/min보다 낮은 주행속도에서 가 장 소음이 크게 나타나는 주파수 영역은 435 Hz인데 기어물림주파수나 고조파의 조화성분과 만나는 지점 에서 소음이 커지는 것을 확인할 수 있다. 이는 인휠 모터 시스템이 435 Hz에 해당하는 고유모드를 가지고 있으며, 이로 인해 공진 소음이 나타나는 것을 직접적 으로 보여준다.

Fig. 5에 도시된 차수추적도(order tracking plot)를



Fig. 5 Order tracking plot for the noise of the in-wheel motor system: the total SPL (line 1), the second order component of carrier (line 2), the first order component of in-wheel motor (line 3), GMF of outer gear (line 4), and GMF of planetary gear (line 5)

분석하면 인휠 모터 시스템에 의해 발생하는 소음의 원인을 보다 구체적으로 규명할 수 있다. 다시 말해, 차수추적을 통해 모터와 기어의 성분이 소음의 발생 에 기여하는 정도를 알 수 있다. 그림에서 볼 수 있듯 이, 차량이 저속으로 주행하는 0 r/min부터 4000 r/min 까지의 소음 수준은 40 dB ~ 50 dB이다. 일반적으로 자 동차의 주행속도가 빨라질수록 전체 소음수준이 커지 는데, Fig. 5는 1250 r/min에서 일시적으로 큰 소음이 발생하는 것을 보여준다. 이 때 제일 큰 기여를 하는 성분이 유성기어의 기어물림주파수에 의한 것이며, 이 주파수는 Fig. 4에서 공진소음이 나타나는 주파수와 일치한다. 따라서, 인휠 모터 시스템에서 소음의 발생 은 유성기어의 성분과 인휠 모터 시스템의 435 Hz에 해당하는 고유진동수가 큰 영향을 미치는 것을 확인 할 수 있다.

## 4. 공진 주파수 규명

조화성분과 공진을 일으키는 고유진동수를 규명하 기 위하여 소음과 진동신호를 측정했던 것과 동일하게 차량에 부착된 상태에서 Fig. 6과 같이 모드 실험을 수 행하였다. Fig. 6에 도시된 바와 같이 인휠 모터 시스 템의 상단과 하단이 고정된 경계조건에 대해서 실험을 수행하였다. 모드실험은 소음이 방사되기 쉬운 구조를 갖는 너틀-모터 하우징을 대상으로 하였다. Fig. 6과 같이 모드실험 장치를 구성하였고 총 35개 점을 충격 해머(B&K 4393)로 가진하고, 한 점에서 가속도계로 응답을 측정하였다. 이 때 충격 해머 팁의 재질은 스 틸을 사용하였으며, 충격신호에 사각형창(rectangular window)를 적용하고 가속도계의 시간응답에는 지수 창(exponential window)을 적용하였다.

고유모드는 Fig. 7에서 보듯이 135 Hz에서 시스템 전체가 같은 위상을 가지며 움직이는 모드가 존재한다.



Fig. 6 Experimental setup for the modal testing

이 모드는 인휠 모터가 부착된 현가장치 변형에 의해 발생된다. 435 Hz에서 상부 너클과 감속기 사이를 이 어주는 목부분에서 굽힘변형이 크게 나타나는 모습 을 확인할 수 있다. Fig. 8의 주파수응답함수는 너클-모터 하우징의 고유진동수가 135 Hz와 435 Hz에 존 재함을 보여준다. 그리고, 90 Hz에 해당하는 주파수는 인휠 모터 시스템이 상하로 움직이는 현가장치 변형에 의한 모드이며 공진 주파수에 해당하지 않으므로 제외 한다. 이 때 주파수 응답함수의 커브피팅은 Vibrant Technology사의 ME'scope에서 제공하는 Quick Fit 을 사용하였으며 MIF(mode indicator function)은 기 본으로 제공되는 CMIF를 사용하였다. 또한, Fig. 9에 도시된 간섭함수(coherence function)는 관심 주파수 영역인 500 Hz 내에서 3번의 반복 실험을 수행했을 때 50 Hz 이상의 영역에서 1에 가까운 값을 갖는다. 따라 서, 이 연구에서 수행한 모드실험은 충분히 신뢰할 만 하다. 여러 실험결과를 살펴볼 때, 카운터 기어의 물림



Fig. 7 Mode shapes of knuckle-motor housing



Fig. 8 Frequency response function for modal test of inwheel motor system

주파수와 유성기어의 물림주파수가 목부분의 변형모 드의 고유진동수와 일치하여 발생하는 공진에 의해 소 음이 증폭됨을 알 수 있다.

### 5. 저소음 설계 방안 도출

인휠 구동시에 발생하는 소음은 너클-모터 하우징의 목부분의 굽힘변형에 의해서 나타나는 것으로 규명되 었다. 따라서, 저소음 설계를 위해 목부분의 굽힘변형 을 줄이는 것이 필요하다. 실제 모델의 설계 변경은 많 은 비용과 시간이 소요되기 때문에 이를 피하기 위해 유한요소 해석을 통한 시뮬레이션을 수행하였다. 이 연 구에서는 실제 시스템에 대한 유한요소 해석 모델로 구축하고 이를 통해 형상 변경안을 도출하였다. 모델 을 구축하고 해석하기 위하여 상용프로그램인 ANSYS ver 15.0.7을 이용하였다. 인휠 모터 시스템은 그 형 상이 매우 두꺼우므로 솔리드 요소로 모델링하였으며, 사용된 메쉬의 크기는 5 mm, 메쉬의 수는 307 021개 그리고 노드의 수는 518 539개를 사용하였다. 모드 해석의 솔버는 ANSYS에서 자동으로 선정된 block lanczos 방법을 사용하였다. Block lanczos 방법은 원 하는 주파수 영역 내에서 고유 주파수가 누락되지 않 도록 추출하는 방법으로, 이 연구와 같이 해석 시간의 제약을 크게 받지 않는 비교적 단순한 모델의 모드 해 석에 적합한 방법이다. 또한, 해석에 사용된 컴퓨터의 제원은 다음과 같다. CPU는 Intel i7-6700, GPU는 AMD W4300, RAM은 Samsung DDR4 16GB PC4-21300×2이다. 인휠 모터 시스템에 대한 유한요소 해석 모델은 비교적 단순하기 때문에 모드 해석을 위해 1분 내외의 아주 짧은 시간이 소요되었다.

유한요소 해석 모델의 주요 물성치인 탄성계수를 구 하기 위해서, 시스템의 단품에 대해 유한요소 해석과 실험을 비교 검증하는 방법을 채택하였다. 다시 말해,



Fig. 9 Coherence function for the modal test of the inwheel motor system
인휠 모터 시스템을 구성하는 단품의 모드 실험의 결 과와 해석 결과를 비교하여 모드 형상과 고유진동수가 일치하도록 물성치를 조절하여 획득하였다. 자유(free) 경계조건을 부과하기 위해서 인휠 모터 시스템의 상부 암을 고무줄로 연결하여 기중기에 매달아 모드실험을 수행하였다. 단품들의 1차 고유진동수는 평균 0.7% 의 오차 내로 계산되게 하였고, 실험을 통해 시뮬레이 션에 사용될 물성치를 획득하였다. Fig. 10과 같이 너 클-모터 하우징의 목부분 변형 모드이며 실험과 해석 의 결과 값은 각각 656 Hz와 654 Hz로 약 0.3%의 오 차를 보이므로 유한요소 모델이 문제없이 구축되었음 을 확인할 수 있다. 각 물성치가 적용된 단품들을 모 두 조립하여 최종 모델을 구축하였고, 모드실험과 해 석의 결과 비교를 통해 유한요소 해석 모델이 충분히 시스템을 반영할 수 있음을 최종적으로 검증하였다.

인휠 모터 시스템에서 소음을 유발하는 가장 취약 한 부위는 너클-모터 하우징의 목부분이다. 저소음 설 계를 위해 목부분의 강성을 부여하는 형상 설계를 수 행하였고, 인휠 모터 시스템의 소음소준 저감을 위해 문제가 되는 모드의 고유진동수를 약 100 Hz 증가시 키는 것을 목표로 하였다. 유한요소 해석 모델의 경계 조건은 실제 차량에 부착된 조건을 구현하기 위하여 Fig. 11과 같이 구성부품들 사이에 볼트로 조립되는 부 위 간 구속조건을 적용하여 서로 만나는 지점을 결합 (bonded)시켰으며 트림 공차는 2 mm로 설정하였다. 그리고, 현가장치의 상부암과 하부암에 결속되는 하우 징의 너클 상부와 하부에 구속조건을 적용하였다. 실 제로는 차량의 현가장치와 구속이 되므로 경계조건에 스프링 요소를 추가하여야 하지만 공진을 일으키는





고유진동수가 면내외 방향으로 굽힘 운동을 하기 때문 에 다소 간단한 구속조건을 적용하였다. 이와 같이 경 계조건을 부여하였을 때 유한요소 해석 모델의 고유진 동수는 430 Hz로 실험의 결과인 435 Hz와 비교하였을 때 단지 5 Hz의 차이가 나므로 충분히 시스템을 반영 한다고 할 수 있다.

너클-모터 하우징의 목부분은 면내외 방향으로 굽힘 변형을 일으키므로 복부분에 부재를 보강하기 위하여 Fig. 12와 같이 목부분의 전면부와 후면부에 부재를 보강하는 2개의 설계방안을 도출하였다. 너클-모터 하 우징의 구조상 전면부에 더 많은 공간이 있어 부재를 보강하기 용이한 반면 후면부는 부재를 보강하기에 충 분한 공간이 존재하지 않아 충분한 굽힘 강성 증가 효 과를 확인할 수 없었다. 결과적으로 너클-모터 하우징 의 목부분 변형 모드에 대해 전면부와 후면부의 부재 에 대하여 각각 536 Hz와 470 Hz의 결과를 나타내므



Fig. 11 Bonded contact condition and fixed boundary condition for the modal analysis



Fig. 12 Structural modifications of the in-wheel motor system

로, 이는 각각 106 Hz와 40 Hz의 고유진동수가 증가 하는 효과를 확인할 수 있었다. 이러한 방법으로 높아 진 강성은 굽힘에 대한 저항을 증가시키며, 이에 따라 고유진동수 역시 그 값이 커지므로 기존에 발생하던 공진의 회피를 기대할 수 있다.

## 6. 결 론

이 연구에서는 인휠 모터 시스템의 감속기에서 발생 하는 소음의 원인을 규명하고 소음 저감을 위한 방안 을 제시하였다. 인휠 모터 시스템이 구동할 때의 소음 과 진동 신호를 실험을 통해 측정하고, 회전속도에 따 른 스펙트럼을 분석하여 기어물림주파수, 구동 모터의 고조파 그리고 고유진동수를 파악하였다. 소음을 유발 하는 주요 요인은 너클-모터 하우징의 목부분이 변형 하는 고유모드로서, 유성기어의 기어물림주파수와의 공 진에 의해 소음이 발생하는 것으로 확인하였다. 또한, 공진이 발생하는 주파수 영역에서 고유진동수를 회피 하는 방법을 사용하여 인휠 모터 시스템에서 발생하는 소음을 저감하기 위하여, 인휠 모터시스템의 너클-모 터 하우징의 목부분에 부재를 보강하여 강성과 고유 진동수를 증가시킴으로써 시스템의 강건성을 높이고 공 진을 회피하는 방안을 제시하였다.

## 후 기

이 논문은 2018년도 정부(교육부)의 재원으로 한국 연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(No. 2018R1D1A1B07050187).

### References

(1) Brown, S., Pyke, D. and Steenhof, P., 2010, Electric Vehicles: The Role and Importance of Standards in an Emerging Market, Energy Policy, Vol. 38, No. 7, pp. 3797~3806.

(2) Nakada, T., Ishikawa, S. and Oki, S., 2014, Development of an Electric Motor for a Newly Developed Electric Vehicle, SAE Technical Paper 2014-01-1879, doi: 10.4271/2014-01-1879.

(3) Itoh, Y., Sakai, K. and Makino, Y., 2011, In-wheel Motor System, NTN Technical Review, No. 79, pp. 22~28.

(4) Kim, J. H., Sung, H. K. and Chung, J. K., 2001, An Investigation on Noise Quality of the Small Gear Reductioner Through Change of Gear Backlash, Proceedings of the KSME 2001 Annual Spring Conference, pp. 635~ 640.

(5) Seo, H. S., Park, S. P. and Chung, J. T., 2011, A Study on Noise Reduction for an Industrial Right-angled Reducer, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 21, No. 6, pp. 546~552.

(6) Niola, V., Avagliano, V. and Quaremba, G., 2011, The Gear Whine Noise, Proceedings of the 4th WSEAS (World Scientific and Engineering Academy and Society) International Conference on Energy and Development Environment-Biomedicine, pp. 445~450.

(7) Kim, D. H., Shin, K. H, Lee, S. M. and Yeo, T. K., 2010, Development of In Wheel Motor System on Rear Wheels for Small Electric Vehicle, Proceedings of the KSAE 2010 Annual Autumn Conference, pp. 1350~1354.



Jintai Chung received his B.S. and M.S. degrees in mechanical engineering from Seoul National University, Seoul, Korea in 1984 and 1986, respectively, and a Ph.D. degree in mechanical engineering from the University of Michigan, Ann Arbor,

USA in 1992. He is now a professor in the Department of Mechanical Engineering, Hanyang University, Korea. His research fields are structural dynamics, vibration and noise.

# 지향성을 고려한 야외공연장 옥외전달소음 예측식 비교·분석

Comparison and Analysis on the Prediction Equations of Transmission Noise Considering the Sound Directivity in Playing at the Outdoor Performance Hall

김 흥 식⁺・조 순 형\*

Heung-Sik Kim<sup>†</sup> and Soon-Hyeong Jo<sup>\*</sup>

(Received April 18, 2019 ; Revised May 24, 2019 ; Accepted May 24, 2019)

Key Words: Outdoor Theater(야외공연장), Outdoor Transmission Noise(옥외전달소음), Noise Map(소음지도)

### ABSTRACT

This study provides an appropriate estimation equation for outdoor transmission noise while manufacturing noise maps or predicting the noise of surrounding regions during a performance at an outdoor performance hall. By utilizing a commercially available program Cadna-A, values predicted using three equations, ISO-9613, VDI-2714, and CONCAWE, are compared with values measured at an actual outdoor performance hall located on a flat ground, wherein signal attenuation due to woodlands, buildings, and barriers is comparatively less. The compared positions are located at directivity angles of 0°, 45°, 90°, 135°, and 180°, all at a distance of 15 m from the stage. As a result, the values predicted using the ISO-9613 and CONCAWE equations agree well with the actual values and are within a 5 % error rate; however, the values predicted using the VDI-2714 equation are not. The correction value of direction indexes and surrounding barriers of the hall using the VDI-2714 equation is estimated to be greater than those obtained using the other equations.

----- 기호설명 ----

- A
   : 감쇠량

   A<sub>ata</sub>
   : 대기 감쇠

   A<sub>bar</sub>
   : 방음벽에 의한 감쇠

   A<sub>div</sub>
   : 기하학적 발산에 의한 감쇠

   A<sub>g</sub>
   : 지표면 감쇠

   A<sub>mise</sub>
   : 기타 영향에 의한 감쇠

   D<sub>c</sub>
   : 지향성 보정량

   d
   : 방음벽 경로차

   K<sub>1</sub>
   : 음원 지향성계수

   R
   : 음원에서 수음점까지의 거리
- Corresponding Author; Member, Architecture, Honam University E-mail : hsk@honam.ac.kr
- \* Member, Korea Environment Design

 K2
 : 대기감쇠

 K3
 : 기상조건에 따른 감쇠

 K4
 : 지면효과

 K5
 : 방음벽 계수

 K6
 : 삼림 또는 나무에 의한 감쇠

 K7
 : 시가지 건물에 의한 감쇠

 Lw
 : 음원에 의한 옥타브 대역 음압레벨

 Lw
 : 음원파워레벨

1. 서 론

## **1.1 연구배경 및 목적** 소음·진동민원은 134 076건으로 전년도 대비 79.3 %

Recommended by Editor Jong Kwan Ryu

© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

증가(2016년, 환경부 기준)하였으며, 환경 관련 전체민 원과 대비하여 50.3 %로 높은 편이고, 야외공연 소음으 로 인한 민원도 꾸준히 증가하고 있다. 야외공연장에서 의 공연은 개방성으로 인한 도심 속의 광장이나 공공장 소 또는 열린 장소에서 많은 사람들에게 기쁨과 감동을 생생하게 전달하지만, 야외공연 시 고출력 스피커 발생 음으로 인한 소리는 관객이 아닌 공연장 주변의 보행자 나 주거지역의 주민들에게 소음공해를 야기하기도 한다. 특히, 도심 속의 광장에서의 소음은 대개 주간시간대 보 다는 야간시간대에 열리는 특성이 있기 때문에 인근 주 거지역의 주민들에게 가장 심각한 외부 소음원으로 평 가되고 있다. 이러한 상황임에도 불구하고 야외공연장의 소음 노출에 대한 영향을 객관적으로 예측하고 그 피해 를 예측하는 방안에 대한 연구는 매우 미비한 실정이다.

이 연구에서는 이러한 관점에서 야외공연장의 소음 실 태를 파악하기 위해서 기본적으로 필요한 야외공연장 옥외전달소음 예측식들을 실측치와의 비교를 통하여 그 차이를 분석하고 그 결과를 도심지역의 야외공연장 주변 소음지도 작성의 기초자료로 제공하고자 한다.

### 1.2 연구범위 및 방법

이 연구의 대상은 정온성이 요구되는 학교와 주거 지역의 중간지점에 위치한 1000석 규모의 상설야외공 연장(대)과 200석 규모의 상설야외공연장(소)으로 구 성되고 평탄한 지역에 위치한 광주광역시 소재 S공원 으로 한정하였다. 야외공연장 옥외전달소음 예측식은 국제표준화기구의 ISO-9613, 독일기술자협회의 VDI-2714, 유럽 물·공기보호단체의 CONCAWE 3가지 예 측식을 사용하였으며, 연구대상에서의 공연 시 소음도 를 측정하고, 음원으로부터 15 m 이격지점에서의 실측 값과 3가지 예측식을 이용한 예측치를 비교·분석하였다.

## 2. 옥외전달소음 예측식 고찰

### (1) 국제표준화기구의 ISO-9613 예측식

야외공연장의 소음예측 시 수음원 위치에서 옥타브 대역 음압레벨  $L_{ft}(DW)$ 는 다음 식(1)의 옥외소음 예 측식(ISO-9613)으로부터 구한다. 일반적으로 63 Hz ~ 8 kHz의 중대역 주파수에서 8개의 옥타브 대역에 대 해 산정한다.

 $L_{ft}(DW) = L_w + D_c - A \tag{1}$ 

이 때, 감쇠량 (A)는 다음 식(2)로부터 산출한다.

$$A = A_{div} + A_{atm} + A_{gr} + A_{bar} + A_{misc}$$
(2)

(2) 독일기술자협회의 VDI-2714 예측식

이 예측식은 1976년 독일기술자협회(VDI)에 의해 서 옥외소음 전달예측을 위해서 제시되었으며, 예측 지 점의 음압레벨은 다음 식(3)으로부터 구한다.

$$L_{p}dB(A) = \sum_{allsources}^{\log} \left[ L_{w} + K_{1} - 10\log(4\Pi R^{2}) + 3dB - K_{2} - K_{3} - K_{4} - K_{5} - K_{6} - K_{7} \right]$$
(3)

(3) 유럽 물·공기보호단체의 CONCAWE 예측식 이 예측식은 유럽 물 공기보호단체(CONCAWE)에 서 옥외전달소음 예측을 위하여 제시하였으며, 야외공 연장의 소음예측 시 수음원 위치에서 음압레벨(L<sub>p</sub>)은 다음 식(4)로부터 구한다.

$$L_p = L_w + D - \sum K \tag{4}$$

### 3. 분석방법 및 개요

### 3.1 조사대상의 선정

야외공연장과 주변 환경을 모델링하고 야외공연 시 실측 소음도를 측정하기 위한 연구대상구역으로서, 대 규모(1000석)의 야외공연장을 야외공연장의 규모(소규 모/대규모)의 만족여부, 주변에 소음피해를 미치는 거 주공간의 존재여부, 야외공연이 자주 개최되는가의 여부, 원활한 연구를 위한 적당한 위치 여부 등을 고려하여 선정하였다.



Fig. 1 Satellite photograph of target area

### 3.2 분석 방법

Cadna-A 프로그램을 이용한 해석 시 야외공연장 옥외전달소음 예측식은 국제표준화기구의 ISO-9613, 독일기술자협회의 VDI-2714, 유럽 물·공기보호단체의 CONCAWE 3가지 예측식을 사용하였으며, 연구대상에 서의 공연 시 소음도를 측정하고, 실측값과 3가지 예측 식을 이용한 예측값을 비교·분석하였다. 이 때, 예측시 소음지도의 격자는 5 m×5 m 단위, 예측지점은 지면 위 1.5 m 높이로 하였다. 공원부지 내 호수의 지면 흡음(G) 은 0.0으로, 잔디의 지면 흡음(G)은 1.0으로 설정하였다. 공연 중의 음향파워레벨(PWL)은 실측을 통하여 얻은 음압레벨(SPL)로부터 역으로 환산하여 107.5 dB로 설 정하고, 검토 대상의 범위인 overall 값을 대상으로 실 측값과 예측값을 비교분석하였으며, 상설야외무대(대) 로부터 15 m 떨어진 거리를 선정하였다. 실측값과 예측 값의 소음분석 지점으로는 공원부지 내의 상설야외무대 (대)를 기준으로 Fig. 2와 같이 15 m 거리에서 각각 0°, 45°, 90°, 135°, 180°에 위치한 5개 지점을 선정하였다. 소음 측정을 위한 기기 구성도는 Fig. 3과 같다.

## 3.3 예측값 산정 시 주요입력변수

(1) 음원파워레벨

옥외소음 예측프로그램에 입력변수 값을 넣기 위해 영향요인 중 기여도가 큰 음원의 파워레벨 값을 알기 위해 실제 측정한 값(SPL)을 기반으로 1/1 옥타브밴드 별 주파수값을 수식에 대입하여 역환산한 PWL값을 구하였다. 무대에서 정면(0°)에서는 지향성의 영향이 없다고 가정하고 감쇠는 거리에 의해서만 일어난다고 가정하였으며(장애물이 없고 공기와 잔디에 의한 감쇠



Fig. 2 Analysis points for the verification of measurement values and predicted values

는 무시), 이에 따른 값은 다음 식(5)로부터 구한다.

$$L_{w} = L_{p} + 10\log(Q/4\pi r^{2})$$
(5)

실제 측정한 주파수 63 Hz ~ 4 kHz의 SPL값을 각 각 대입하여 구하여 음원의 값을 Table 1과 같이 산 정하였다.

### (2) 음원의 지향지수

야외공연장의 공연 시 스피커의 방향에 따라 음원이 지향성을 가지고 퍼지게 된다. 음원의 지향지수는 실제 스피커 제조사에서 제공하는 지향성 정보를 입력한 예 측을 수행하여 비교하는 방법이 있으나, 이는 주변의 영 향을 실질적으로 반영하기에는 한계가 있기 때문에 이 연구에서는 실측음압레벨 $(L_p)$ 값과 이로부터 구한 음향 파워레벨 $(L_w)$ 을 이용하여 식 (6)에 의해 지향계수(Q)를 구한 후, 실제 무대주변의 영향을 고려한 지향지수 (directivity index)를 식 (7)을 이용하여 Table 2와 같 이 구하였다.

$$Q = 4\pi r^2 10^{\frac{(L_w - L_p)}{10}}$$
(6)

$$DI = 10 \log Q \tag{7}$$

(3) 대상지역 주변건물 실태

소음지도 제작 시 건물에 대한 특성(전고)은 소음의 전파 시 장애물의 역할을 하여 소음의 감쇠가 되는 영



Fig. 3 Noise test equipment block diagram

 Table 1 PWL value of the point (0°) at 15 m distance from the front stage (dB)

63	125	250	500	1	2	4	8
Hz	Hz	Hz	Hz	kHz	kHz	kHz	kHz
100.5	103.6	99.5	105.9	112.5	107.4	101.8	98.7

향을 주기도 하지만 그 곳에 사는 주민들의 피해량을 파악하는데 쓰이기도 한다. 이 연구의 대상지역 주변 대 지에 있는 공공건물 및 주거, 상업건물의 대다수를 정 확하게 조사를 할 수는 없었으나 대표적인 주거 아파트 및 공공건물에 대한 개요를 Table 3과 같이 조사하였 다. 상가 및 원룸 등의 건물의 정보는 1층을 3 m로 통 일하였다.

(4) 등고선

등고선(contour line)의 경우 지리정보시스템에서 맵

 
 Table 2 Directivity Index of sound source considering the effect of surrounding conditions at stage

	63 Hz	125 Hz	250 Hz	500 Hz	1 kHz	2 kHz	4 kHz	8 kHz
0°	0	0	0	0	0	0	0	0
45°	0.2	1.3	7.4	4.4	2.9	7.2	4.1	4.6
90°	3.8	8.5	7.5	0.5	9	12.2	12.5	19.2
135°	15.7	6.5	3.1	4.2	14.5	23.1	21.9	24.7
180°	20.9	15	7.5	16.6	31.6	34.4	34	37.8

 Table 3
 Outline of building around the outdoor performance hall

Name of building	Floor	Height of floor (m)	Total height (m)
GIST, A building	3	3	9
GIST, B building	4	3	12
GIST, C building	9	3	27
GIST, D building	4	3	12
GIST, E building	3	4	12
Design center	6	3	18
Industry campus of CHU	4	3	12
Hospital building	9	3.5	31.5
Gwangsan-gu exper. building	3	3	15
Donga Apart. housing	5	2.6	13
Ssangyong Apart. housing	5	2.6	13
Moa Apart. housing	15	2.6	39
Byeogsan Apart. housing	15	2.6	39
Geumgwang Apart. housing	15	2.6	39
Dongbu Apart. housing	15	2.6	39
Ilsin Apart. housing	12	2.6	31.2
Jeongam elementary school	4	3.6	14.4
Bia middle school	5	3.6	18

을 제공받을 때 cad file상에 Z축(높이)의 정보가 입력 되어 있다.

### (5) 지리정보

이 논문에서 소음지도 제작 시 사용한 대상지역 수치 지형도는 지리정보시스템을 통해 구입하여 사용하였다.

### 4. 예측값과 실측값의 비교분석

소음을 예측하는 방법으로 옥외소음 예측프로그램 은 Cadna-A(ver 4.6, DataKustic社)를 사용하였으며, 실측 시 소음측정지점에서 사용한 소음계는 NL-52 (Rion社)의 정밀 측정계를 사용하여 옥타브밴드별 주 파수(octave band level)로 측정하여 전주파수(over all) 로 비교한 결과는 Tables 4~6과 같다.

실측을 통한 소음도 결과와 시뮬레이션을 통한 예측 소음도를 비교한 결과는 다음과 같다.

#### (1) ISO-9613의 경우

Table 4와 같이 측정위치 0°에서 오차값은 0.8 dB, 45° 의 경우 1.7 dB, 90°의 경우 2.1 dB, 135°의 경우 1.5 dB, 180°의 경우 2.8 dB로 나타났다. 예측값과 실측값의 소 음도 차이는 ±3 dB이내이며, 이를 오차율로 평가한 결 과, 예측값과 실측값의 오차율은 0.9%~4%로서, 일반 적인 정확도 판단기준인 오차율 5% 이내에 해당하여 예 측값은 높은 신뢰성을 갖고 있는 것으로 나타났다. 이는 지형조건이 고저차가 없이 평탄하고, 식재나 건물 등 음 원 주변 영향이 적은 경우에 적합한 옥외전달소음 예측 식임을 보이고 있다. 아울러, 측정값을 기준으로 측정위 치 0°에 비해 45°의 경우 -0.2 dB, 90°의 경우 -4.2 dB, 135°의 경우 -10.1 dB, 180°의 경우 -16.1 dB의 차이가

 
 Table 4 Comparison of the measured value and predicted value by using the ISO-9613

Measurement point	Measured value (dB)	Predicted value (dB)	Error value (error rate)
0° (front stage)	85.7	86.5	+0.8 (0.9 %)
45°	85.5	83.8	-1.7 (1.9 %)
90°	81.5	79.4	-2.1 (2.5 %)
135°	75.6	74.1	-1.5 (1.9 %)
180°	69.6	66.8	-2.8 (4 %)

\*Error rate = [(predicted value – measured value) / measured value] × 100 발생하는 것으로 나타났다.

### (2) VDI-2714의 경우

Table 5와 같이 쌍암공원의 경우 0°에서 오차값은 4.3 dB, 45°의 경우 2.7 dB, 90°의 경우 3.8dB, 135°의 경우 6.5 dB, 180°의 경우 9.6 dB로서, 오차율은 2.3 % ~13.8 %로 큰 차이를 보이는 것으로 나타났다. 이는 무 대 후면부인 예측위치 135°와 180° 지점에서 일반적인 정확도 판단기준인 오차율 5 % 이내를 훨씬 초과하는 8.6 %~13.8 %의 값을 보이고 있어서 상대적으로 신뢰 성이 낮은 것으로 나타났다. 이는 평탄지형에서는 무대 후면부의 경우, 예측식에서 음원의 지향성계수에 대한 보정값과 무대후면 반사판 및 주변건물 등의 영향이 과도하게 평가되기 때문인 것으로 사료된다.

### (3) CONCAWE의 경우

Table 6과 같이 쌍암공원의 경우 0°에서 오차값은 4.9 dB, 45°의 경우 3.4 dB, 90°의 경우 1.9 dB, 135°의 경우 1.9 dB, 180°의 경우 2.2 dB로서, 오차율은 2.3 % ~5.7 %로 나타났다. 무대정면 위치를 제외하고는 일반

 
 Table 5 Comparison of the measured value and predicted value by using the VDI-2714 (dB)

Measurement point	Measured value (dB)	Predicted value (dB)	Error value (error rate)	
0° (front stage)	85.7	90.0	+4.3 (5 %)	
45°	85.5	88.2	+2.7 (2.3 %)	
90°	81.5	85.3	+3.8 (4.7 %)	
135°	75.6	82.1	+6.5 (8.6 %)	
180°	69.6	79.2	+9.6 (13.8 %)	

<sup>\*</sup>Error rate = [(predicted value – measured value) / measured value] × 100

 
 Table 6 Comparison of the measured value and predicted value by using the CONCAWE (dB)

Measurement point	Measured value (dB)	Predicted value (dB)	Error value (error rate)	
0° (front stage)	85.7	90.6	+4.9 (5.7 %)	
45°	85.5	88.9	+3.4 (3.9 %)	
90°	81.5	83.4	+1.9 (2.3 %)	
135°	75.6	77.5	+1.9 (2.5 %)	
180°	69.6	71.8	+2.2 (3.1 %)	

<sup>\*</sup>Error rate = [(predicted value – measured value) / measured value] × 100

적인 정확도 판단기준인 오차율 5% 이내에 해당되는 수준으로 비교적 예측도가 높으나, 주변에 영향을 크게 미치는 무대 전면부인 측정위치 0°에서 5.7%의 오차 율을 나타내는 문제점도 있는 것으로 평가된다. 이는 음원과 수음점의 높이 교정효과와 평탄한 지형조건과 음원 주변 영향을 상대적으로 적게 받는 옥외전달소음 예측식의 영향인 것으로 사료된다.

### 5. 결 론

야외상설공연장의 공연 시 발생하는 소음도를 실측 하고, 실측값으로부터 역환산한 음원의 파워레벨을 일 정하게 한 상태에서 음원으로부터 15 m 이격지점에서 의 3가지 옥외전달소음 예측식을 이용한 예측값과 실 측값을 비교·분석한 주요 결과는 다음과 같다.

(1) 지형조건이 고저차가 없이 평탄하고, 식재나 건 물 등 음원 주변 영향이 적은 경우에는 ISO-9613 예측 식을 이용한 경우가 가장 신뢰도가 높고, CONCAWE 예측식은 오차율이 평균 5% 이내로서 사용에 무리는 없으나 주변에 영향을 크게 미치는 무대 전면부인 측 정위치 0°에서 5.7%의 오차율을 나타내는 문제점이 있 으며, VDI-2714 예측식을 이용한 경우가 가장 신뢰성 이 낮은 것으로 나타났다. 이는 VDI-2714 예측식을 이 용한 경우에는 음원의 지향계수에 대한 보정값과 무대 후면 반사관 및 주변건물 등의 영향이 과도하게 평가 되기 때문인 것으로 사료된다.

(2) 측정값을 기준으로 지향성에 따른 영향을 검토 한 결과, 무대전면부인 측정위치 0°에 비해 45°의 경우 -0.2 dB, 90°의 경우 -4.2 dB, 135°의 경우 -10.1 dB, 180°의 경우 -16.1 dB의 차이가 발생하여 지향성이 주 변소음도에 미치는 영향이 매우 큰 것으로 나타났다.

이 연구에서는 지역이 평탄하고 음원주변의 방음벽 이나 건물 등의 영향이 비교적 적은 대상을 중심으로 예측값과 실측값을 비교하였으나, 금후, 다양한 측정 조건 상태에서의 예측값과 실측값에 대한 비교·분석이 지속적으로 필요할 것으로 사료된다.

## 후 기

이 논문은 2017년도 교육부의 재원으로 한국연구재

단 이공학개인기초연구지원사업의 지원을 받아 수행된 연구임(No. 2017R1D1A3B03034545).

## References

(1) Kim, H.-S., 2016, A Study on the Manufacture of Noise Map and the Influence of Sound Souce in Playing at the Outdoor Performance Hall, Journal of the Regional Association of Architectural Institute of Korea, Vol. 18, No. 5, pp. 175~180.

(2) Jang, H., 2010, A Study on the Manufacture of the Road Traffic Noise Map and the Calculation of the Exposed Population by Computer Simulation Techniques, Master's Thesis, Honam University, Gwangju, Korea, pp. 55~66.

(3) Kim H.-S., Jang, H. and Bang, M., 2009, A Comparison of Foreign Traffic Noise Prediction Method Used in Road Traffic Noise Map Program, Journal of The Korean Society of Living Environmental System, Vol. 16, No. 5, pp. 461~467.

(4) Jung, E.-J., 2008, A Study on the Acoustic Characteristics of Outdoor Performance Hall, Master's Thesis, Wonkwang University, Jeonbuk, Korea, pp. 29~36.

(5) Kim, H.-S., Jang, H. and Bang, M., 2008, Analysis on the Traffic Noise Prediction Formula Used in Road Traffic Noise Map, Proceedings of the KSNVE Annual Autumn Conference, pp. 709~714.

(6) Jung, E.-J., Jung, C.-W. and Kim, J.-S., 2006, A Study on the Acoustic Characteristics of Small-sized Outdoor Performance Hall, Proceedings of Korean Society of Environmental Engineers Annual Autumn Conference, pp. 1009~1016.

 International Standard Organization, 1996, ISO 9613 Acoustics-Attenuation of Sound During Propagation Outdoors - Part 2: General Method of Calculation, Geneva, Switzerland.



Heung-Sik Kim received B.S. & M.S. & Ph.D. degree in Architectural Engineering from Hanyang University. He has researched at the Graduate Programs in Acoustics of Penn. State University as a Post-Doctoral researcher from 1991 to

1993. And he served as a 16th president of KSNVE. He is currently a Professor at the Department of Architecture of Honam University. His interested research is the control method of floor impact noise and environmental noise for buildings.



**Soon-Hyeong Jo** finished his Bachelor Degree and Master Degree from Honam University in 2016 and 2018 respectively. Presently, he is a assistant manager at the noise and vibration team of Korea Environment Design. Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering

## Information for Authors/논문원고 집필요강

- Papers should contain new results of original research and academic contribution to noise and vibration engineering, which hasn't been submitted or published in any other journals.
   논문집의 내용은 타 잡지에 투고 또는 발표되지 않은 것으로 소음진동공학과 관련하여 독창적이며 학문적 가치가 높은 것으로 한다.
- (2) Authors who want to submit the paper should be the member of the Korean Society of Noise and Vibration Engineering. However, exceptional case can be made by the society. 논문집에 원고를 투고하고자 하는 자는 한국소음진동공학회 회원을 원칙으로 한다. 단 본 학회에서 인정 한 경우는 예외로 한다.
- (3) The manuscript should be written in Korean but English can be accepted.논문집의 원고는 국어를 원칙으로 하나 경우에 따라 영어로 할 수 있다.
- (4) The acceptance date is the date on that the society office receives the paper. The paper can be cancelled if the revised paper hasn't been returned to the office within one month after the paper was sent to authors for revision.

원고의 접수일은 본 학회에서 접수한 날로 한다. 단 내용의 수정·보충 등의 요구된 원고가 본 학회에서 발송한 날로부터 1개월 이내에 회송되지 않을 경우에는 취소 할 수 있다.

(5) Authors are responsible for the content of the paper. The copyright of all papers submitted to the journal is transferred to the Korean Society of Noise and Vibration Engineering and authors should submit the consent form(statement of copyright transfer). And it must comply with the code of ethics, research ethics and committee regulations.

원고내용의 책임은 저자가 지며, 제출된 모든 논문의 저작권양도동의서 제출을 통해 저작권을 한국소음진 동공학회로 양도함을 동의하고, 윤리헌장, 연구윤리 및 위원회 운영 규정을 준수하여야 한다.

(6) The corresponding author should be a senior member among authors. If the corresponding author's affiliation is university, he(she) should be a professor. If the corresponding author's affiliation is research institute, he(she) should be a team leader. 논문의 교신저자는 저자중 선업자로 하며, 저자의 소속이 학교인 경우 교수, 연구소 등은 팀장급 이상을

곤군의 표신제사는 제사공 신입사도 아버, 제사의 조곡이 약표인 경우 표구, 연구조 등은 엄청급 이상을 기준으로 한다.

- (7) The decision on the selection of the paper follows the paper review rules.
   원고의 채택여부는 별도로 정한 논문심사규정에 따른다.
- (8) Authors of the paper should provide the paper processing fee and publication fee. 논문원고의 저자는 논문게재회비 규정에 따라 소정의 논문관리회비 및 게재회비를 납부해야 한다.

Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering

## Guide for Authors/논문원고 집필요령

- (1) The manuscript should follow the format(can be downloaded from the web site). The paper can be typed with HWP or MS-Word. The paper should be submitted on-line. 논문원고는 정해진 규격 사이즈로 우리 학회 논문원고 양식(홈페이지에서 다운로드)에 의해 hwp 또는 MS-word로 작성하고, 학회 홈페이지 논문·투고 심사에서 제출한다.
- (2) The paper should be written in Korean. However, the original terminology can be typed side by side with parathesis to avoid confusion. The loanword orthography follows the government guideline. 논문원고의 용어는 국어로 작성하는 것을 원칙으로 하며, 의미의 혼동이 있을 경우 ()안에 원어로 병기할 수 있으며, 외래어 표기는 정부안에 따른다.
- (3) The manuscript should be organized in the following order: (1) Title (2) Name(s) of author(s) and his/her (their) complete affiliation(s) (3) Key words (4) Abstract (5) Nomenclature (6) Introduction (7) Main body (8) Conclusion (9) References (10) Appendices.
  논문의 체제는 다음에 따름을 원칙으로 한다. (1) 제목 (2) 저자명 (3) 주요기술용어(key word) (4) 초록 (5) 기호설명 (6) 서론 (7) 본론 (8) 결론 (9) 참고문헌 (10) 부록 등
- (4) The title should be concise and consist of Korean and English titles. The name of authors should also consist of Korean and English names.

논문의 제목은 간결하게 표시하며 국문과 영문제목을 병기한다. 저자명도 국문과 영문으로 병기한다.

- (5) The abstract should be written in Korean and English not exceeding 600 characters or 250 words. 초록은 국어와 영어로 각각 600자 또는 250단어 범위내에서 작성한다.
- (6) The number should be written in Arabic numeral and the SI unit system should be used.숫자는 아라비아 숫자를 사용하며, 수량 단위는 되도록 SI 단위를 사용한다.
- (7) Tables and figures of the paper should be arranged in order and inserted into the main body. The title and content of table and figure should be written in English.
   논문중의 표 및 그림은 해당면 상단 또는 하단에 순서에 의해 삽입하며, 그 제목과 내용은 영어로 표기함 을 원칙으로 한다.
- (8) Use the following formats for journal articles and books as References. 참고문헌의 구성은 정기간행지의 경우는 저자명, 발간년, 제목명, 지명, 권·호번호, 페이지번호의 순으로 기재 하고, 단행본의 경우는 저자명, 발간년, 서명, 권번호 출판사명, 출판사소재지명, 국적, 페이지번호순으로 기재 하며, 그 전부를 본문내의 인용번호 순으로 다음과 같은 요령으로 본문 말미에 영문으로 기재하며, 인용문헌 1개 이상은 한국소음진동공학회논문집에서 인용토록 한다.

(1) Cooley, J. W. and Tukey, J. W., 1965, An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series, Mathematics of Computation, Vol. 19, No. 4, pp. 297~308.

(2) Meirovitch, L., 1980, Computational Methods in Structural Dynamics, Sijthoff and Noordhoff, Maryland, chap. 5.

- (9) References should be cited as follows.

   본문에서 참고문헌 인용은 다음과 같이 한다.
  - (1) Lee and  $Park^{(1)}$ ...
  - (2) ... solved by the Rayleigh-Ritz method<sup>(2)</sup>.
- (10) The original paper should contain names(both in Korean and English), affiliations, the name of corresponding author including address, phone number, fax number and email address.
   신규 논문투고시 논문정보에는 저자명(국·영문), 저자 근무처 및 소속을 기재하며, 저자(공저일 경우 주저자 <교신저자> 즉 Corresponding Author)의 주소 및 전화번호(FAX. 포함), E-mail주소를 명확히 기재한다.
- (11) The final manuscript accepted for publication should be submitted to the editor office through the society web site.

심사 후 최종 채택된 논문원고는 학회 홈페이지(학회논문관리시스템)을 통해 학회 사무국에 제출한다.

## Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering

Checklist for Original Article | 저자점검표

### Title of the manuscript | 논문 제목 :

Please check below items as ✓ mark before submission of the manuscript. | 각 항목을 확인하고 ✓표시를 하십시오

### 1. General guidelines | 원고 일반

- □ Manuscript contained ① one original manuscript, ② statement of copyright transfer, ③ Checklist for Original Article and was attached. | 원고는 ① 원본 1부, ② 저작권 양도 동의서, ③ 저자점검표를 첨부하였는가?
- □ Manuscript should follow the format (can be downloaded from the web site). The paper can be typed with HWP or MS-Word. ▷ 논문은 정해진 규격 사이즈로 우리 학회 논문원고 양식(홈페이지에서 다운로드)에 의해 hwp 또는 MS-word로 작성되었는가?
- □ The manuscript should be organized in the following order: (1) Title (2) Name(s) of author(s) and his/her (their) complete affiliation(s) (3) Key words (4) Abstract (5) Nomenclature (6) Introduction (7) Main body (8) Conclusion (9) References (10) Appendices. | 논문의 체제는 (1)제목, (2)저자명, (3)주요기술용어(key word), (4)초록, (5)기호설명, (6)서론, (7)본론, (8)결 론, (9)참고문헌, (10) 부록 등을 따랐는가?
- □ Main text consisted of introduction, subjects and methods, and results and discussion in separate pages. | 본문은 서론, 대상 및 방법, 결과, 고찰을 독립하여 구성하였는가?
- □ The paper should be written in Korean. However, the original terminology can be typed side by side with parathesis to avoid confusion. The loanword orthography follows the government guideline. | 학술용어는 국어로 작성하는 것을 원칙으로 하고, 의미의 혼동이 있을 경우 ()안에 원어로 병기하였으며, 외래어 표기는 정부안에 따랐는가?

### 2. Cover page | 표지

- □ Title, name of authors, affiliation was described both in English and in Korean. | 표지에는 논문의 제목과 모든 저자명 및 소속을 국문과 영문으로 기록하였는가?
- □ In lower area of cover page, the name, address, email, telephone, fax of the corresponding author were described. |표지 하단 에 책임저자의 성명, 소속, 주소 및 연락처(전화, 팩스, E-mail주소)를 명확히 기재하였는가?

### 3. Abstract | 초록

□ The abstract should be written in Korean and English not exceeding 600 characters or 250 words. | 초록은 국어와 영어로 각 각 600자 또는 250단어 범위 내에서 작성하였는가?

#### 4. Main text | 본문

- □ Main text was written in order of introduction, main body(include Figure, Table), conclusion. | 본문의 순서는 서론, 본론(표, 그림), 결론을 따랐는가?
- □ References should be cited as follows. | 본문에 인용한 참고문헌은 논문원고 집필요령의 방법을 준수하였는가?

#### 5. References | 참고문헌

- □ Every articles in references were cited in the main text. | 본문에 인용되어 있는가?
- □ References were numbered according to numeric order. | 참고문헌은 인용된 순서로 (1), (2), (3)으로 정리하였는가?
- □ All references were written in English. | 참고문헌은 모두 영문으로 표기하였는가?
- □ The paper from "Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering" was cited if the content is relevant. | "한국소음진동공학회논문집"에 수록된 문헌을 인용한 것이 있는가?
- □ Use the following formats for journal articles and books as References. | 참고문헌 작성법은 논문원고 집필요령(정기간행지 : 저자명, 발간년, 제목명, 지명, 권·호번호, 페이지번호의 순 / 단행본 : 저자명, 발간년, 서명, 권번호 출판사명, 출판사 소 재지명, 국적, 페이지번호순)을 준수하였는가?

## 6. Tables and figures | 표와 그림

- □ Titles and legends of tables and figures were written in English. | 모든 표와 그림의 제목과 설명은 영문으로 작성되었는가? □ Figures were in required format. | 사진은 정해진 규격에 맞게 별도로 제출하였는가?
- □ Tables and figures of the paper should be arranged in order and inserted into the main body. |표 및 그림은 해당면 상단 또는 하단에 순서에 의해 삽입하였는가?

## Korean Society for Noise and Vibration Engineering Research Ethics and Ethics Committee Regulations 한국소음진동공학회 연구윤리 및 윤리위원회 운영 규정

(1) (Purpose) This provision is subject to the code of ethics of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering(KSNVE), which publishes and presents academic activities such as research ethics and the establishment of relationships in KSNVE. The purpose of this document is to set forth the terms of the research ethics committee for operational sanctions.

(목적) 본 규정은 한국소음진동공학회(이하"학회"라 한다)의 윤리헌장에 따라 학회에서의 출판과 발표 등 학술활동과 관계되는 연구윤리의 확립, 연구발표 부정행위의 예방과 검증, 제재를 위한 연구윤리위원회 (이하"위원회"라 한다) 구성과 운영에 관한 사항을 규정함을 목적으로 한다.

(2) (Configuration and Functions) ① The committee shall be composed of one chairman, one secretary, and five committee members. ② Chairman and members shall be elected by the board of directors and appointed by the KSNVE president. ③ The terms of the chairman and members are two years, and both can be reappointed. ④ The chairman shall represent the committee and oversees the work of the ethics of the KSNVE.
(위원회의 구성 및 직무) ① 위원회는 위원장 1명과 간사 1명, 위원 5명으로 구성한다. ② 위원장 및 위원 은 이사회에서 선출하며 회장이 임명한다. ③ 위원장 및 위원의 임기는 2년으로 하며 연임할 수 있다. ④

(3) (Function) The committee shall work with the following contents: (1) Research and prosecute established ethics,

(2) Prevent and contain research misconduct, (3) Research misconduct deliberation and voting, (4) Report results to the board of directors for decisions and sanctions more on cheaters, (5) Provide more details on the improvement and promotion of research ethics.

(위원회의 기능) 위원회는 다음의 내용으로 활동한다. 1) 연구윤리 수립 및 추진. 2) 연구 부정행위의 예방 과 방지. 3) 연구 부정행위 심의 및 의결. 4) 부정행위자에 대한 제재내용 결정 및 이사회에 결과보고. 5) 기타 연구 윤리의 개선 및 증진에 관한 사항

(4) (Convening and Voting) ① The committee shall be convened as necessary by the chairman. The vote in favor of 2/3 of registered members. ② The details that have passed the vote shall be notified to the suspect of misconduct (defendant) and the defendant's opinion must be received as a written plea within 10 days. ③ The committee shall review the explanatory materials received from the person suspected of misconduct. The ever need to listen to your thoughts when the final vote. ④ The details that have passed the vote shall be reported to the board of directors to reach a final decision. ⑤ When judged necessary, the chairman may listen to comments from outsiders or non-members. ⑥ The presented details of attendees or the details of meeting from the committee shall be kept confidential as a general rule.

(위원회 소집 및 의결) ① 위원회는 위원장이 필요에 따라 소집하며, 재적위원 2/3의 찬성으로 의결한다. ② 의결된 내용은 부정행위 의심자(피 제소자)에게 통보하고 10일 이내에 서면으로 소명 의견을 받아야 한다. ③ 위원회에서는 부정행위 의심자로부터 받은 소명자료를 검토하거나 필요시 의견을 청취하여 최종 의결토록 한다. ④ 의결된 내용은 이사회에 보고하여 최종 결정한다. ⑤ 위원장이 필요하다고 판정할 경 우, 외부 인사나 위원이 아닌 자의 의견을 청취할 수 있다. ⑥ 위원회에서 참가자 발표내용 및 회의내용은 비공개를 원칙으로 한다.

(5) (Scope of Research Publication Misconduct) ① "Plagiarism" refers to the act of theft without quoting such information or the results of the research of others without revealing the source. ② "Falsification" or "alteration" is the use of another person's or one's own research results of operations or strain, says the act of distortion. ③ "Duplicate publication" stands for the act of publishing the same details in two or more journals. ④ "Wrongful inscription of author" stands for the action of putting on someone who has not contributed to the research as an author. ⑤ Others say the unacceptable range.

(연구발표 부정행위의 범위) ① "표절" 이란 출처를 밝히지 않은 채 타인의 연구내용이나 결과 등을 인용 치 않고 도용하는 행위를 말한다. ② "위조" 및 "변조" 란 타인이나 자기 자신의 연구자료 결과의 조작이 나 변형, 왜곡하는 행위를 말한다. ③ "이중게재" 란 2개 이상의 학술지에 동일한 내용을 게재하는 행위를 말한다. ④ "부당한 저자표기" 란 연구에 기여하지 않은 자를 저자로 올리는 행위를 말한다. ⑤ 기타 용인 할 수 없는 범위를 말한다.

(6) (Informing and Notifying Research Misconduct) ① The contents of research misconduct are limited to the publications "Journal of KSNVE" and "Trans. Korean Soc. Noise Vib. Eng." ② The report of research misconduct must be submitted in writing accompanied by the relevant data in accordance with the five W's and one H. ③ The committee then received a report that information within three months of deliberations to finalize the report to the board of directors. ④ The final content as determined by the board of directors shall notify the informant and the malfeasant within 10 days and posted on the KSNVE homepage. ⑤ The end result regarding the misconduct should not be released to the public before finalized.

(연구 부정행위의 제보 및 통보) ① 연구 부정행위의 내용은 한국소음진동공학회논문집과 학회지(소음·진 동)에 발표된 간행물에 한한다. ② 연구 부정행위의 제보는 육하원칙에 따라 관련 자료를 첨부하여 서면 으로 제출하여야 한다. ③ 위원회는 제보가 접수된 후 3개월 내에 심의 내용을 확정하여 이사회에 보고하 여야 한다. ④ 이사회에서 최종 결정된 내용은 10일내에 제보자와 부정행위자에게 통보하고 학회 홈페이 지를 통해 공지한다. ⑤ 연구 부정행위에 대한 최종결과가 확정되기 전에는 외부에 공개되어서는 안된다.

(7) (Sanctions for Research Misconduct) ① For authors whose research misconduct has been confirmed, punishment may be selected to be imposed on each case after being reviewed by the committee and considering the severity of misconduct determined by the committee: 1) Cancellation of publications published by the KSNVE for the announcement study, 2) Prohibition for five years from contributing "Journal of KSNVE" and "Trans. Korean Soc. Noise Vib. Eng.", 3) Prohibition for five years from attending the KSNVE Conference, 4) Notification of the details of misconduct to the institution, 5) Disqualification of society members. ② If a caller has intentionally and falsely reported a violation, according to the decision of the committee, the committee may impose the same sanctions and level as described in "Sanctions for Research Misconduct."

(연구 부정행위에 대한 제재) ① 연구 부정이 확인된 저자에게는 위원회 결정에 따라 부정행위의 경중을 고려하여 다음의 제재를 선택하여 가할 수 있다. 1) 해당 발표연구물에 대한 학회 간행물에 게재취소. 2) 5년간 학회의 논문집과 학회지에 투고금지. 3) 5년간 학회 학술대회 발표금지. 4) 부정행위자 소속기관에 부정행위 내용 통보. 5) 학회 회원자격 박탈 ② 제보자가 고의로 허위제보를 하였을 경우 위원회의 결정 에 따라 연구 부정행위자 수준과 동일한 제재를 가할 수 있다.

> This regulation shall enter into force on October 24, 2008 (enactment) 본 규정은 2008년 10월 24일부터 시행한다(제정)

## The Charter of Ethics for the KSNVE 한국소음진동공학회 윤리헌장

All members of "The Korean Society for Noise and Vibration Engineering" should perceive that our researches improve the quality of life of human and have a great influence on community. Also we should cherish harmonious and tranquil life, living together with neighbors and nature. Therefore, all members of KSNVE should have higher moral sense and behave honestly and fairly to maintain authority, honor and dignity.

한국소음진동공학회의 모든 회원은 삶의 질을 향상시키며 생활환경에 큰 영향을 주는 것을 인식하고, 우리의 이웃 및 자연과 더불어 사는 조화롭고 정온한 삶을 소중히 여긴다. 이에 모든 회원은 전문가로서의 높은 윤리의식을 가지고 권위, 명예, 위엄을 지킬 수 있도록 정직하고 공정하게 행동한다.

- 1. Authors should use their own knowledge and technology to improve the quality of life of human. 우리는 인류의 삶의 질 향상을 위하여 자신의 지식과 기술을 사용하고 기여하여야 한다.
- 2. Through the activities of KSNVE, authors should contribute to the development of Noise and Vibration Engineering and industry and make efforts to promote the public interest for tranquil life. In addition, they should devote themselves to their field and strive to boost competitiveness and the authority as experts on Noise and Vibration Engineering.

우리는 학회활동을 통하여 정온한 삶을 위해 소음진동공학과 산업 발전에 기여하고 공익 증진에 노력하여 야 한다. 또한 소음진동공학 전문가로서 자기분야에 성실히 봉사하고 경쟁력과 권위를 높이기 위해 노력하 여야 한다.

3. Authors should behave honestly and fairly for education, research and real participation according to their scholastic conscience and ethic.

우리는 교육, 연구 활동 및 결과 발표 그리고 현실 참여에 있어 정직하고 공정하게 처신 하며, 윤리성과 학 자적 양심에 충실하여야 한다.

- Authors should not behave against the purpose of the foundation of the society.
   우리는 학회의 설립목적에 반하고 훼손하는 제반활동을 하여서는 아니 된다.
- 5. Authors must not have presented portions of another's work or data as their own under any circumstances. 우리는 타인의 연구나 주장의 일부분을 자신의 연구나 주장인 것처럼 논문이나 저술에 제시해서는 안 되며, 타인의 연구 및 개발실적을 존중하여야 한다.
- 6. Manuscripts submitted for consideration for publication in KSNVE are not to be used as a platform for commercialism or unjust means.

우리는 연구수행과 관련하여 취득한 정보를 이용하여 부당하거나 부적절한 이득을 추구 하여서는 아니된다.

7. Every manuscript received is to be reviewed fairly by reviewer's conscience as a scholar. And Ethics Committee deliberate and decide on all matters related to research misconduct.

논문 및 연구관련 심사와 자문을 하는 회원은 오로지 학문적 양심에 따라 공정하게 심사하여야 한다.

(제정 : 2007. 09. 14, 선포 : 2007.11.15)

Research and Publication Ethics | 연구출판윤리 All members of "The Korean Society for Noise and Vibration Engineering" should perceive that our researches improve the quality of life of human and have a great influence on community. Also we should cherish harmonious and tranquil life, living together with neighbors and nature. Therefore, all members of KSNVE should have higher moral sense and behave honestly and fairly to maintain authority, honor and dignity. | 한국소음진동공학회의 모든 회원은 삶의 질을 향상시키며 생활환경에 큰 영향을 주는 것을 인식하고, 우리의 이웃 및 자연과 더불어 사는 조화롭고 정온한 삶을 소중히 여긴다. 이에 모든 회원 은 전문가로서의 높은 윤리의식을 가지고 권위, 명예, 위업을 지킬 수 있도록 정직하고 공정하게 행동한다.

### Authorship 저자의 윤리의식

 Authors should use their own knowledge and technology to improve the quality of life of human. | 우리는 인류의 삶의 질 향 상을 위하여 자신의 지식과 기술을 사용하고 기여하여야 한다.

2) Through the activities of KSNVE, authors should contribute to the development of Noise and Vibration Engineering and industry and make efforts to promote the public interest for tranquil life. In addition, they should devote themselves to their field and strive to boost competitiveness and the authority as experts on Noise and Vibration Engineering. | 우리는 학회활동을 통하여 정은한 삶을 위해 소음진동공학과 산업 발전에 기여하고, 공 익 증진에 노력하여야 한다. 또한 소음진동공학 전문가로서 자기분야 에 성실히 봉사하고 경쟁력과 권위를 높이기 위해 노력하여야 한다.

3) Authors should behave honestly and fairly for education, research and real participation according to their scholastic conscience and ethic. | 우리는 교육, 연구 활동 및 결과 발표 그리고 현실 참여에 있어 정직하고 공정하게 처신하며, 윤리성과 학자적 양 심에 충실하여야 한다.

 Authors should not behave against the purpose of the foundation of the society. | 우리는 학회의 설립목적에 반하고 훼손하는 제반활동을 하여서는 아니 된다.

### Duplicate Publication of Data | 논문 이중 게재

Papers should contain new results of original research and academic contribution to noise and vibration engineering, which hasn't been submitted or published in any other journals. Also the published paper to this journal should not be submitted or published in any other journals. | 논문집의 내용은 타 잡지에 투고 또는 발표되지 않은 것으로 소음진동공학과 관련하여 독창적이며 학 문적 가치가 높은 것으로 한다. 한국소음진동공학회논문집에 게재된 논문은 이 후 타 잡지에 투고 또는 발표를 금한다.

### Plagiarism | 표절

Authors must not have presented portions of another's work or data as their own under any circumstances. | 타인의 연구나 주장 의 일부분을 자신의 연구나 주장인 것처럼 논문이나 저술에 제시해 서는 안 되며, 타인의 연구 및 개발실적을 존중하여야 한다.

### Policy on Commercialism | 부당 이득

Manuscripts submitted for consideration for publication in KSNVE are not to be used as a platform for commercialism or unjust means. | 연구수행과 관련하여 취득한 정보를 이용하여 부 당하거나 부적절한 이득을 추구하여서는 아니된다.

### Review | 심사

Every manuscript received is to be reviewed fairly by reviewer's conscience as a scholar. And Ethics Committee deliberate and decide on all matters related to research misconduct. | 논문 및 연구관련 심사와 자문을 하는 회원은 오로지 학문적 양심에 따라 공정하게 심사하여야 한다. 기타 연구 부정행위에 관련된 모든 사항은 윤리위원회가 심의 및 결정한다.

## Peer Review 전문가심사 과정

Every manuscript received is reviewed by the writing guidelines and instructions of KSNVE. With editing team's decision, three peer reviewers are selected. The editorial director should ask a review to selected reviewers in 10 days from application date. The editing team takes responsibility for all general matters on peer review. If two reviewers among the selected do agree to accept the journal, review process ends. | 적월간(隔月刊) 한국소음진동공학회논문집에 게재하고자 별도로 정한 집필요강 및 투고요령에 의해 투고된 논문원고에 대하여 심사한다. 접수된 논문 원고는 편집팀(편집위원장, 편집이사)의 판단하에 적정성을 검토하여 채택불가 또는 논문 심사위원 3인을 선정하고, 해당편집이사는 접수 일로부터 10일 이내에 논문 심사위원에게 서류를 갖추어 논문심사를 의뢰한다. 의견교환 등 심사과정에 대한 전반적인 사항은 편집팀의 책임하에 논문 심사에 3인을 의뢰하여 논문 심사위원 중 2인 이상의 의견을 받아 최종판정 한다.

 The reviewer's name should not be disclosed during review process. If reviewers ask for exception, it might be accepted only under the editing team's decision. | 심사위원의 성명은 대외 적으로 비밀로 함을 원칙으로 한다. 단, 심사위원의 양해가 있을시 편집팀의 판단 하에 예외가 있을 수 있다.

If it is necessary during review process, authors and reviewers can exchange opinions on the intervention of the editing team. | 논문 심사 중 필요하면 편집팀의 중재(仲裁)로 심사위원과 저자가 의견을 교환할 수 있다.

• The period of review is two weeks(urgent papers is within 10 days). If it is over two weeks, reviewers get the first reminder. And if review is not finished over four weeks, another reviewer would be selected. | 심사위원에게 송부된 논문의 심사기간은 2주 이내(긴급논문은 10일 이내)로 하며, 이 기간이 지 나면 심사위원에게 1회 독촉을 한다. 심사의뢰 후 4주가 지나도록 심사결과를 받지 못하면 다른 심사위원으로 변경한다.

 The paper can be cancelled if the revised paper hasn't been returned to the office within one month after the paper was sent to authors for revision. | 내용의 수정 보충 등이 요구된 원고 가 편집팀 또는 학회 사무국에서 발송한 날로부터 1개월 이내에 회송 되지 않을 경우에는 취소할 수 있다.

• If the author of the unaccepted manuscript requires review again, it cannot be accepted. | 최종적으로 채택(探擇) 불가(不可)된 논문의 경우 저자의 재심요구는 원칙적으로 받아들일 수 없다.

## Content and Publication Type | 출판유형

An original article, review article and errata/revision/addendum/ retraction can be accepted as a publication type of this journal. |본 논문집의 출판 유형으로는 원저(Original article, Review article), 오류/정정/추가/게재철회(Errata/Revision/Addendum/Retraction)와 같은 종류가 있으며 이에 한해 출판을 허가하도록 한다.

## Fee for Page Charge | 게재회비

If the manuscript is accepted for publication, authors of the paper should provide the paper processing fee(50,000 Won) and publication fee(General papers : basic 6 pages 100,000 Won, for extra page: 20,000 Won/page, Funding papers : basic 6 pages 150,000 Won, for extra page: 30,000 Won/page, Urgent papers : basic 6 pages 200,000 Won, for extra page: 40,000 Won/page, Conference papers : free). | 논문원고의 저자는 논문게 제 회비 규정에 따라 소정의 논문관리회비(편당 5만원) 및 게재회비 (일반논문 : 기본6면 10만원/초과면당 2만원, 연구비 지원 : 기본 6면 15만원/초과면당 3만원, 긴급논문 : 기본 6면 15만원/초과면당 4만원, 학술대회발표논문 무료)를 납부해야 한다.

Journal Office Renaissance Officetel 1406-ho, 69, Seochojungang-ro, Seocho-gu, Seoul, 137-729 KOREA Tel 82-2-3474-8002/8003 | Fax 82-2-3474-8004 | http://Journal.ksnve.or.kr | E-mail ksnve@ksnve.or.kr





http://www.ksnve.or.kr