



두 영역 분할법을 이용한 임의 형상 음향 공동의 고유치 해석

Eigenvalue Analysis of Arbitrarily Shaped, Acoustic Cavities Using Two-domain Method

강 상 옥[†]
Sang Wook Kang[†]

(Received April 24, 2018 ; Revised July 18, 2018 ; Accepted July 18, 2018)

Key Words : Eigenvalues(고유치), Two-domain Method(두 영역 분할법), Plane Wave(평면파), Concave Acoustic Cavity(오목 음향 공동), Arbitrarily Shaped Acoustic Cavity(임의 형상 음향 공동)

ABSTRACT

A two-domain method for eigenvalue analysis of arbitrarily-shaped acoustic cavities with convex or concave shapes is proposed in this paper. This method divides the concave acoustic cavity of interest into two convex regions. The sound pressure (approximate solution) of each convex region is assumed by linearly superposing plane waves generated at edges of the region. A sub-system matrix for each convex region is extracted by applying a provisional boundary condition to the approximate solution. Finally, a system matrix, of which the determinant provides the eigenvalues of the concave cavity, is made by considering the rigid-wall boundary condition at edges and the compatibility condition (the condition of continuity in sound pressure and its slope) at the interface between the two regions. In addition, a practical method for reducing the size of the system matrix is presented to facilitate the calculation of the determinant of the system matrix. Case studies show that the proposed method is valid and accurate when the eigenvalues by the proposed method are compared to those by the exact method or FEM.

1. 서 론

저자는 임의 형상 음향 공동의 고유치와 고유모드를 정확히 구하기 위한 방법으로 NDIF법(non-dimensional dynamic influence function method)을 2000년 처음으로 개발하였다⁽¹⁾. 그리고 최근에 오목 형상 음향 공동에 대해서 해의 정밀도가 많이 떨어지는 NDIF법의 단점을 극복하기 위해, 분할영역법 기반 NDIF법을 새로이 제안하였다⁽²⁾.

NDIF법은 유한요소법⁽³⁾과 경계요소법⁽⁴⁾에 비해

해의 정밀도 면에서 탁월한 우수성을 가지고 있음이 저자의 선행 연구에서 증명되었다^(1,2). 그러나, NDIF법은 유한요소법이나 경계요소법과는 달리 최종 시스템 행렬이 주파수 파라미터에 종속되는 단점을 가진다. 결과적으로 최종 시스템 행렬식은 대수 고유치 문제(algebraic eigenvalue problem)의 형태를 가지지 못하게 되어서, 시스템 행렬로부터 고유치와 고유모드를 추출하는 과정이 매우 번거롭게 된다^(1,2).

저자는 이러한 문제점을 해결하기 위해, 최근에 기존 NDIF법 이론을 개선하여 임의 볼록 형상 음향 공동의 고유치와 고유모드를 수월하게 추출할 수

[†] Corresponding Author ; Member, Hansung University
E-mail: swkang@hansung.ac.kr

[‡] Recommended by Editor Jong Kwan Ryu
© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

있는 개선된 NDIF법인 MNDIF법을 개발하였다⁽⁵⁾. MNDIF법은 최종 시스템 행렬식이 NDIF법과는 차별적으로 대수 고유치 문제의 형태를 가지는 장점을 가진다. 나중에 상기의 방법을 확장하여, 오목 형상 음향 공동에 대한 MNDIF법을 정립하였다⁽⁶⁾.

그러나, NDIF법과 MNDIF법은 해석 대상물의 경계를 이산화하기 위해 노드의 개수를 증가시킬 경우, 저차의 고유치가 수렴하지 않고 발산하는 단점을 가진다. 저자는 이러한 단점을 극복하기 위해, 평면파(plane wave) 형태의 시리즈 함수(series function)를 이용하여 임의 형상 평판과 멤브레인의 고유치와 고유모드를 추출하는 방법^(7,8)에 대한 연구도 병행하여 왔으며, 이 논문에서는 기존 연구^(7,8)를 확장하여 임의 형상 음향 공동에 대한 이론을 정립하고자 한다.

이 논문에서는 볼록 형상뿐만 아니라 임의의 오목 형상 음향 공동에 대해서도 적용 가능한, 평면파를 이용한 영역 분할법(sub-domain method) 기반 음향 공동 고유치 해석 기법을 제안하고자 한다.

2. 이론 정식화

2.1 지배방정식과 경계조건

음향 공동의 지배방정식은 식 (1)과 같이 헬름홀츠 방정식(Helmholtz equation)의 형태를 가진다⁽⁹⁾.

$$\nabla^2 p(\mathbf{r}) + k^2 p(\mathbf{r}) = 0 \tag{1}$$

여기서 \mathbf{r} 은 음향 공동 내부의 한 점에 대한 위치 벡터를 의미하고, $p(\mathbf{r})$ 은 음향 공동 내부의 한 점에서의 음압(sound pressure)을 나타내며, k 는 파수(wavenumber)이다. 그리고 강체벽(rigid wall) 음향 공동의 경계 \mathbf{r} 에서의 경계 조건은 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{\partial p(\mathbf{r}_r)}{\partial n} = 0 \tag{2}$$

여기서 \mathbf{r}_r 는 음향 공동 경계상의 한 점에 대한 위치 벡터이며, n 은 경계에서의 법선 방향을 의미한다.

2.2 분할된 영역에 대한 시스템 행렬식

Fig. 1에서와 같이 해석 대상 음향 공동(실선으로 표시된 다각형)을 두 개의 볼록 다각형 영역 D_I 와

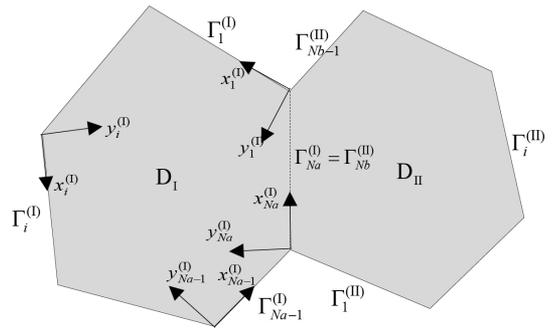


Fig. 1 Arbitrarily shaped, concave acoustic cavity divided into two regions D_I and D_{II}

D_{II} 로 분할한다. 영역 D_I 은 N_a 개의 경계 모서리 $\Gamma_1^{(I)}, \Gamma_2^{(I)}, \dots, \Gamma_{N_a}^{(I)}$ 로 둘러싸여 있다고 가정하며, $\Gamma_{N_a}^{(I)}$ 은 분할된 두 영역 사이의 접경(interface)인 Γ_c 에 해당한다. 그리고 이들 N_a 개의 경계 모서리 각각에 대해 지역(local) 좌표계 $(x_1^{(I)}, y_1^{(I)}), (x_2^{(I)}, y_2^{(I)}), \dots, (x_{N_a}^{(I)}, y_{N_a}^{(I)})$ 를 설정한다. 마찬가지로, 영역 D_{II} 은 N_b 개의 경계 모서리 $\Gamma_1^{(II)}, \Gamma_2^{(II)}, \dots, \Gamma_{N_b}^{(II)}$ 로 둘러싸여 있다고 가정하며, $\Gamma_{N_b}^{(II)}$ 은 분할된 두 영역 사이의 접경인 Γ_c 에 해당한다. 그리고 이들 N_b 개의 경계 모서리 각각에 대해 국부 직각 좌표계 $(x_1^{(II)}, y_1^{(II)}), (x_2^{(II)}, y_2^{(II)}), \dots, (x_{N_b}^{(II)}, y_{N_b}^{(II)})$ 를 설정한다.

이 논문에서는 분할된 영역 각각에 대한 시스템 행렬식을 먼저 추출할 것이다. 이를 위해 영역 D_I 에서의 음압 $p^{(I)}$ 는 식 (3)과 같이, D_I 의 경계 모서리들에서 발생한 평면파(plane wave)의 선형 중첩으로 가정한다.

$$p^{(I)} = \sum_{i=1}^{N_a} \sum_{m=0}^{N_s} A_m^{(i)} \cos \frac{m\pi x_i^{(I)}}{L_i^{(I)}} \times \exp(j\sqrt{k^2 - (\frac{m\pi}{L_i^{(I)}})^2} y_i^{(I)}) \tag{3}$$

여기서 $A_m^{(i)}$ 은 평면파의 진폭 미지 계수, $L_i^{(I)}$ 는 i 번째 경계 모서리의 길이, $(x_i^{(I)}, y_i^{(I)})$ 는 i 번째 경계 모서리에 설정된 지역 좌표계, N_s 는 평면파에 사용된 코사인 시리즈 함수의 개수, j 는 순허수를 나타낸다.

다음으로, 영역 D_I 를 둘러싸고 있는 경계 모서리들에서의 음압의 기울기는 코사인 시리즈 함수의 선

형 중첩으로 가정한다.

$$\frac{\partial p^{(I)}}{\partial y_r^{(I)}}(x_r^{(I)}, y_r^{(I)} = 0) = \sum_{n=1}^{N_s} U_n^{(r)} \cos \frac{n\pi x_r^{(I)}}{L_r^{(I)}} \quad (4)$$

$r = 1, 2, \dots, N_a$

여기서 $U_n^{(r)}$ 은 미지 계수, $(x_r^{(I)}, y_r^{(I)})$ 은 r 번째 경계 모서리에 설정된 지역 좌표계를 나타낸다.

이제 경계조건 식 (4)를 가정된 음압 식 (3)에 적용한 후, 경계 모서리를 따라 적분을 수행하면 식 (5)를 얻을 수 있다.

$$\sum_{i=1}^{N_a} \left(\sum_{m=0}^{N_s} A_m^{(i)} SM_{1(q,m)}^{(i,r)} \right) = U_q^{(r)} \quad (5)$$

$q = 0, 1, \dots, N_s; r = 1, 2, \dots, N_a$

여기서

$$SM_{1(q,m)}^{(i,r)} = \frac{d}{L_r^{(I)}} \int_0^{L_r^{(I)}} \left[\cos \frac{m\pi x_r^{(I)}}{L_r^{(I)}} \times \exp\left(j \sqrt{k^2 - \left(\frac{m\pi}{L_i^{(I)}}\right)^2} y_i^{(I)} \sin \frac{q\pi x_r^{(I)}}{L_r^{(I)}}\right) \right]_{y_r^{(I)}=0} dx_r^{(I)}$$

for $\begin{cases} d = 1, q = 0 \\ d = 2, q = 1, 2, \dots, N_s \end{cases}$ (6)

나중에 두 영역의 접경 Γ_c 에서 음압과 음압 기울기 연속 조건을 적용하기 위하여, 식 (5)는 다음과 같이 경계 모서리 $\Gamma_1^{(I)}, \Gamma_2^{(I)}, \dots, \Gamma_{N_a-1}^{(I)}$ 와 접경 Γ_c ($= \Gamma_{N_a}^{(I)}$)에 대한 식으로 분리된다.

$$\sum_{i=1}^{N_a-1} \left(\sum_{m=0}^{N_s} A_m^{(i)} SM_{1(q,m)}^{(i,r)} \right) + \sum_{m=0}^{N_s} A_m^{(N_a)} SM_{1(q,m)}^{(i,r)} = U_q^{(r)} \quad (7)$$

$q = 0, 1, \dots, N_s; r = 1, 2, \dots, N_a - 1$

$$\sum_{i=1}^{N_a-1} \left(\sum_{m=0}^{N_s} A_m^{(i)} SM_{1(q,m)}^{(i,N_a)} \right) + \sum_{m=0}^{N_s} A_m^{(N_a)} SM_{1(q,m)}^{(N_a,N_a)} = U_q^{(N_a)} \quad (8)$$

$q = 0, 1, \dots, N_s$

여기서 접경을 제외한 나머지 경계 모서리는 강체벽 경계라는 사실을 고려하면, 식 (7)의 우변은 0이 된다(즉, $U_q^{(r)} = 0, r = 1, 2, \dots, N_a - 1$). 마지막으로 식 (7)과 식 (8)은 다음과 같이 시스템 행렬식의 형태로 각

각 표현될 수 있다.

$$SM_I^{(bb)} A_I^{(b)} + SM_I^{(bc)} A_I^{(c)} = 0 \quad (9)$$

$$SM_I^{(cb)} A_I^{(b)} + SM_I^{(cc)} A_I^{(c)} = U_I^{(c)} \quad (10)$$

여기서 위첨자 **b**와 **c**는 경계 모서리(boundary edge)와 접경(interface)을 각각 의미한다.

이제 영역 D_{II} 에 대한 시스템 행렬식을 구하기 위하여, 식 (3)과 식 (4)와 같은 방식으로 영역 D_{II} 의 내부 음압과 경계 모서리에서의 음압 기울기를 다음과 같이 각각 가정한다.

$$p^{(II)} = \sum_{i=1}^{N_b} \sum_{m=0}^{N_s} B_m^{(i)} \cos \frac{m\pi x_i^{(II)}}{L_i^{(II)}} \times \exp\left(j \sqrt{k^2 - \left(\frac{m\pi}{L_i^{(II)}}\right)^2} y_i^{(II)}\right) \quad (11)$$

$$\frac{\partial p^{(II)}}{\partial y_r^{(II)}}(x_r^{(II)}, y_r^{(II)} = 0) = \sum_{n=1}^{N_s} V_n^{(r)} \cos \frac{n\pi x_r^{(II)}}{L_r^{(II)}} \quad (12)$$

$r = 1, 2, \dots, N_b$

여기서 $B_m^{(i)}$ 와 $V_n^{(r)}$ 은 미지 계수를 나타내며, $(x_i^{(II)}, y_i^{(II)})$ 는 영역 D_{II} 의 i 번째 경계 모서리에 설정된 지역 좌표계를 나타낸다.

다음으로, 영역 D_I 에 대해 수행된 식 (3~10)의 과정을 식 (11, 12)에 적용을 하면, 다음과 같은 영역 D_{II} 에 대한 시스템 행렬식을 얻을 수 있다.

$$SM_{II}^{(bb)} B_{II}^{(b)} + SM_{II}^{(bc)} B_{II}^{(c)} = 0 \quad (13)$$

$$SM_{II}^{(cb)} B_{II}^{(b)} + SM_{II}^{(cc)} B_{II}^{(c)} = V_{II}^{(c)} \quad (14)$$

2.3 경계조건과 연속조건 적용

접경 Γ_c 에서의 음압과 음압 기울기 연속 조건을 고려하는 방법에 의해, 시스템 행렬식 식 (9, 10, 13, 14)를 하나의 시스템 행렬식으로 통합하고자 한다. 접경 Γ_c 에서 음압 기울기 연속 조건을 고려하면, 식 (10)의 우변과 식 (14)의 우변이 같아야 한다. 즉,

$$U_I^{(c)} = -V_{II}^{(c)} \quad (15)$$

여기서 우변에 -1 이 곱해진 이유는 접경 $\Gamma_{N_a}^{(I)}$ 와 $\Gamma_{N_a}^{(II)}$ 에 각각 설정된 지역 좌표계의 $y_{N_a}^{(I)}$ 와 $y_{N_b}^{(II)}$ 방향이 반대이기 때문이다. 식 (15)를 식 (10, 14)에 적용하면 다음

의 식을 얻을 수 있다.

$$SM_I^{(db)} A_I^{(b)} + SM_I^{(cc)} A_I^{(c)} + SM_{II}^{(db)} B_{II}^{(b)} + SM_{II}^{(cc)} B_{II}^{(c)} = 0 \quad (16)$$

추가적으로 접경 Γ_c 에서 음압 연속 조건을 고려하기 위하여, 영역 D_I 의 관점에서 접경 $\Gamma_{Na}^{(I)} (= \Gamma_c)$ 에서의 음압을 다음과 같이 가정한다.

$$p^{(I)}(x_{Na}^{(I)}, y_{Na}^{(I)} = 0) = \sum_{n=0}^{Ns} \widehat{U}_n^{(Na)} \cos \frac{n\pi x_{Na}^{(I)}}{L_{Na}^{(I)}} \quad (17)$$

여기서 $\widehat{U}_n^{(Na)}$ 는 미지 계수이다. 다음으로 영역 D_I 의 음압 식 (3)을 식 (17)에 대입한 후, 접경을 따라 적분을 수행하면, 다음의 식을 구할 수 있다.

$$\sum_{i=1}^{Na} \left(\sum_{m=0}^{Ns} A_m^{(i)} PM_{I(q,m)}^{(i,Na)} \right) = \widehat{U}_q^{(Na)}, \quad q = 0, 1, \dots, Ns \quad (18)$$

여기서

$$PM_{I(q,m)}^{(i,Na)} = \frac{d}{L_r^{(I)}} \int_0^{L_r^{(I)}} \frac{\partial}{\partial x_r^{(I)}} \left[\cos \frac{m\pi x_i^{(I)}}{L_i^{(I)}} \right] \times \exp \left(j \sqrt{k^2 - \left(\frac{m\pi}{L_i^{(I)}} \right)^2} y_i^{(I)} \right) \sin \frac{q\pi x_r^{(I)}}{L_r^{(I)}} \Big|_{y_r^{(I)}=0} dx_r^{(I)} \quad (19)$$

마지막으로 식 (19)는 다음과 같이 행렬식의 형태로 간단히 표현된다.

$$PM_I^{(db)} A_I^{(b)} + PM_I^{(cc)} A_I^{(c)} = \widehat{U}_I^{(c)} \quad (20)$$

마찬가지로, 영역 D_{II} 의 관점에서 접경 $\Gamma_{Nb}^{(II)} (= \Gamma_c)$ 에서의 음압은 다음과 같이 가정된다.

$$p^{(II)}(x_{Nb}^{(II)}, y_{Nb}^{(II)} = 0) = \sum_{n=0}^{Ns} \widehat{V}_n^{(Nb)} \cos n \frac{n\pi x_{Nb}^{(II)}}{L_{Nb}^{(II)}} \quad (21)$$

여기서 $\widehat{V}_n^{(Nb)}$ 는 미지 계수이다. 다음으로 영역 D_{II} 의 음압 식 (11)을 식 (21)에 대입한 후, 접경을 따라 적분을 수행하면, 다음의 식을 구할 수 있다.

$$\sum_{i=1}^{Nb} \left(\sum_{m=0}^{Ns} B_m^{(i)} PM_{II(q,m)}^{(i,Nb)} \right) = \widehat{V}_q^{(Nb)}, \quad q = 0, 1, \dots, Ns \quad (22)$$

여기서

$$PM_{II(q,m)}^{(i,Nb)} = \frac{d}{L_r^{(II)}} \int_0^{L_r^{(II)}} \frac{\partial}{\partial x_r^{(II)}} \left[\cos \frac{m\pi x_i^{(II)}}{L_i^{(II)}} \right] \times \exp \left(j \sqrt{k^2 - \left(\frac{m\pi}{L_i^{(II)}} \right)^2} y_i^{(II)} \right) \sin \frac{q\pi x_r^{(II)}}{L_r^{(II)}} \Big|_{y_r^{(II)}=0} dx_r^{(II)} \quad (23)$$

마지막으로 식 (22)는 다음과 같이 행렬식의 형태로 간단히 표현된다.

$$PM_{II}^{(db)} A_{II}^{(b)} + PM_{II}^{(cc)} A_{II}^{(c)} = \widehat{V}_{II}^{(c)} \quad (24)$$

접경에서 음압은 연속이므로, 식 (20)과 식 (24)에서 $\widehat{U}_I^{(c)} = \widehat{V}_{II}^{(c)}$ 이 성립한다. 그래서 다음의 식을 식 (20)과 식 (24)으로부터 얻을 수 있다.

$$PM_I^{(db)} A_I^{(b)} + PM_I^{(cc)} A_I^{(c)} - PM_{II}^{(db)} B_{II}^{(b)} - PM_{II}^{(cc)} B_{II}^{(c)} = 0 \quad (25)$$

2.4 시스템 행렬의 크기 축소와 고유치 추출

앞에서 구한 행렬식 식 (9, 13, 16, 25)를 하나의 행렬식으로 머지(merge)하면 다음과 같이 하나의 시스템 행렬식을 얻을 수 있다.

$$SM \mathbf{C} = 0 \quad (26)$$

여기서 시스템 행렬 SM 과 벡터 \mathbf{C} 는 다음과 같이 주어진다.

$$SM = \begin{bmatrix} SM_I^{(bb)} & SM_I^{(bc)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & SM_{II}^{(bb)} & SM_I^{(bc)} \\ SM_I^{(db)} & SM_I^{(cc)} & SM_{II}^{(db)} & SM_I^{(cc)} \\ PM_I^{(db)} & PM_I^{(cc)} & -PM_{II}^{(db)} & -PM_{II}^{(cc)} \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} A_I^{(b)} \\ A_I^{(c)} \\ B_{II}^{(b)} \\ B_{II}^{(c)} \end{bmatrix} \quad (28)$$

음향 공동의 고유치는 SM 의 판별식(determinant)이 영이 되는 조건인 식 (29)로부터 구해질 수 있다.

$$\det(SM) = 0 \quad (29)$$

한편, 식 (29)에서 시스템 행렬 SM 은 크기가 $(Na + Nb)Ns$ 인 정사각 행렬이다. 만약 해석 대상 음향 공동의 모서리의 수 또는 사용된 시리즈 함수의 개수가 많아지게 되면, 시스템 행렬의 크기가 커지게 되어 식 (29)를 계산하는 과정에서 수치 계산량이 증가하는 문제점이 발생한다. 이 논문에서는 이러한 문제점을 해결하기 위해, 시스템 행렬의 크기를 축소하는 방안을 제시한다.

먼저 식 (9, 13)은 다음과 같이 변형한다.

$$A_I^{(b)} = -SM_I^{(tb)-1} SM_I^{(bc)} A_I^{(c)} \tag{30}$$

$$B_{II}^{(b)} = -SM_{II}^{(tb)-1} SM_{II}^{(bc)} B_{II}^{(c)} \tag{31}$$

다음으로, 식 (30, 31)을 식 (16, 25)에 각각 대입하면 다음의 식들을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & (SM_I^{(cc)} - SM_I^{(cb)} SM_I^{(tb)-1} SM_I^{(bc)}) A_I^{(c)} \\ & + (SM_{II}^{(cb)} SM_{II}^{(tb)-1} SM_{II}^{(bc)} - SM_{II}^{(cc)}) B_{II}^{(c)} = 0 \end{aligned} \tag{32}$$

$$\begin{aligned} & (PM_I^{(cc)} - PM_I^{(cb)} SM_I^{(tb)-1} SM_I^{(bc)}) A_I^{(c)} \\ & + (PM_{II}^{(cb)} SM_{II}^{(tb)-1} SM_{II}^{(bc)} - PM_{II}^{(cc)}) B_{II}^{(c)} = 0 \end{aligned} \tag{33}$$

마지막으로, 식 (32, 33)은 다음과 같이 하나의 시스템 행렬식으로 표현될 수 있다.

$$SM_r C_r = 0 \tag{34}$$

여기서

$$SM_r = \begin{bmatrix} SM_I^{(cc)} - SM_I^{(cb)} \times SM_{II}^{(cb)} SM_{II}^{(tb)-1} \times \\ SM_I^{(tb)-1} SM_I^{(bc)} \quad SM_{II}^{(bc)} - SM_{II}^{(cc)} \\ PM_I^{(cc)} - PM_I^{(cb)} \times PM_{II}^{(cb)} SM_{II}^{(tb)-1} \times \\ SM_I^{(tb)-1} SM_I^{(bc)} \quad SM_{II}^{(bc)} - PM_{II}^{(cc)} \end{bmatrix} \tag{35}$$

$$C_r = \begin{Bmatrix} A_I^{(c)} \\ B_{II}^{(c)} \end{Bmatrix} \tag{36}$$

축소된(reduced) 정사각 시스템 행렬 SM_r 의 크기는 $2Ns$ 이며, SM 에 비해 크기가 $2/(Na + Nb)$ 배만큼 감소했음을 알 수 있다. 마지막으로 고유치는 식 (37)에 의해 구해진다. 참고로 수치 해석 프로그램인 Mathematica를 사용하여 식 (37)로부터 고유치

를 추출하였다.

$$\det(SM_r) = 0 \tag{37}$$

3. 검증 예제

3.1 직사각형 음향 공동

이 논문에서 제안된 방법의 타당성 및 정확성을 검증하기 위해 첫 번째 예제로 엄밀해가 존재하는 직사각형 2차원 음향 공동이 고려되었다. Fig. 2와 같이 가로 길이가 1.2 m, 세로 길이가 0.9 m인 직사각형 음향 공동을 의도적으로 두 개의 영역 D_I 과 D_{II} 로 나누는 다음, 이 논문에서 제안된 방법이 적용되었다.

Table 1은 이 논문에서 제안된 방법(proposed method), 엄밀해(exact solution)⁽¹⁰⁾, FEM(ANSYS)에 의해 구해진 고유치 결과들을 보여준다. 표에서 알 수 있듯이, 이 논문에서 제안된 방법은 단지 $Ns = 3$ 일 때 엄밀해에 완전히 수렴된 정확한 결과를 제공함을 확인할 수 있으며, 2500개의 많은 노드를 사용한 FEM보다 더 정확한 결과를 제공함을 확인할 수 있다.

3.2 임의의 형상 오목 음향 공동

이 예제에서는 Fig. 3과 같이 앞의 예제에서 고려된 직사각형 음향 공동의 위쪽 모서리가 0.2 m 들어

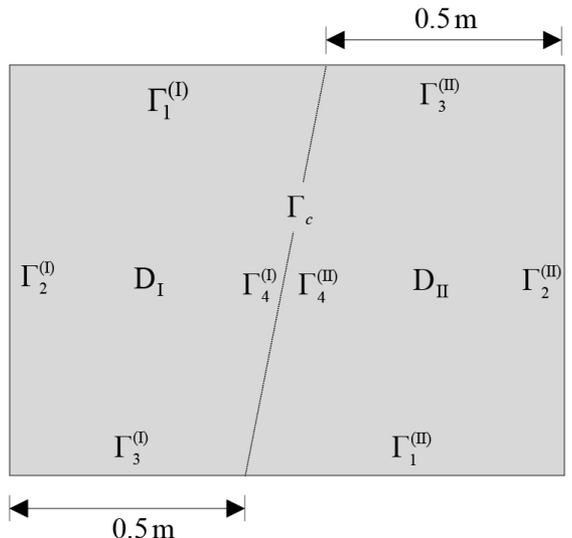


Fig. 2 Rectangular acoustic cavity divided into two regions

Table 1 Eigenvalues of the rectangular cavity by the proposed method, the exact method, and FEM (parenthesized values denote errors (%) with respect to the values by the exact method)

	Proposed method			Exact method ⁽¹⁰⁾	FEM (2500 nodes)
	$N_s = 2$	$N_s = 3$	$N_s = 4$		
1	2.618 (0.00)	2.618 (0.00)	2.618 (0.00)	2.618	2.618 (0.00)
2	3.491 (0.00)	3.491 (0.00)	3.491 (0.00)	3.491	3.492 (0.03)
3	4.362 (0.02)	4.363 (0.00)	4.363 (0.00)	4.363	4.364 (0.02)
4	5.239 (0.06)	5.236 (0.00)	5.236 (0.00)	5.236	5.238 (0.04)
5	6.293 (0.00)	6.293 (0.00)	6.293 (0.00)	6.293	6.295 (0.03)
6	6.981 (0.00)	6.981 (0.00)	6.981 (0.00)	6.981	6.989 (0.11)

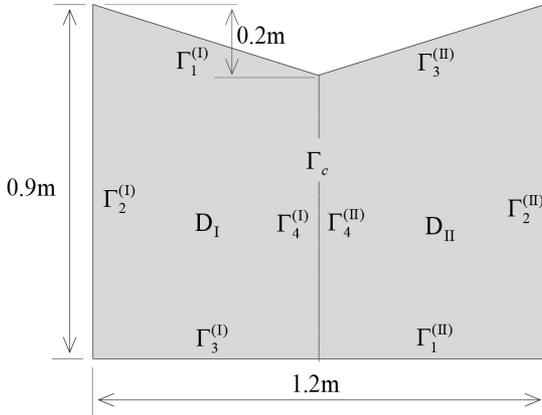


Fig. 3 Arbitrarily shaped, concave acoustic cavity divided into two regions

간 오목 음향 공동이 고려되었다. 그리고 이 논문에서 제안된 방법을 적용하기 위하여 그림과 같이 두 개의 볼록 영역 D_I 과 D_{II} 로 분할하였다.

Table 2는 이 논문에서 제안된 방법(proposed method)과 FEM(ANSYS)에 의해 구해진 고유치 결과들을 보여준다. Table 2에서 확인할 수 있듯이, 제안된 방법은 단지 $N_s = 5$ 인 경우에 고유치가 수렴되었음을 알 수 있다. 그리고 이 결과는 2806개의 많은 노드를 사용한 FEM 결과와 비교해볼 때 0.11% 오차 이내의 정확한 값을 확인할 수 있다. 참고로, 이 예제는 엄밀해가 존재하지 않는 경우이기에, 많은 노드를 사용한 FEM 해석 결과를 오차를 계산할 때

Table 2 Eigenvalues of the arbitrarily shaped, concave cavity by the proposed method and FEM (parenthesized values denote errors (%) with respect to the values by FEM with 2806 nodes)

	Proposed method			FEM(ANSYS)		
	$N_s = 4$	$N_s = 5$	$N_s = 6$	2806 nodes	1299 nodes	573 nodes
1	2.454 (0.08)	2.455 (0.04)	2.455 (0.04)	2.456	2.457	2.457
2	3.856 (0.00)	3.855 (0.03)	3.855 (0.03)	3.856	3.857	3.860
3	4.416 (0.05)	4.417 (0.02)	4.417 (0.02)	4.418	4.419	4.421
4	4.527	4.527	4.527	None	None	None
5	5.262 (0.04)	5.262 (0.04)	5.262 (0.04)	5.264	5.267	5.273
6	6.452 (0.03)	6.452 (0.03)	6.452 (0.03)	6.454	6.458	6.466
7	7.547 (0.12)	7.548 (0.11)	7.548 (0.11)	7.556	7.564	7.582

의 기준값으로 사용하였다.

한편, Table 2에서 제안된 방법에 의해 추출된 네 번째 고유치 4.527은 FEM에서는 추출되지 않는 허위 고유치(spurious eigenvalue)이다. 이 허위 고유치는 Fig. 2의 영역 D_I (또는 D_{II})에 해당하는 강체벽 음향 공동의 세 번째 고유치인 것으로 확인 되었다. 이러한 허위 고유치가 발생한 원인과 제거 방안에 대한 연구가 현재 진행 중에 있으며, 향후 논문에서 관련 연구 결과를 제시할 예정이다.

4. 결 론

이 논문에서는 임의의 형상 오목 음향 공동의 고유치 해석을 위해, 평면파를 이용한 영역 분할법 기반 고유치 해석 기법이 제안되었다. 두 가지 예제를 통하여 이 논문에서 제안된 방법의 타당성과 정확성이 검증되었다. 차후의 연구에서는 음향 공동의 고유 모드 추출 방법, 허위 고유치 제거 방안이 추가로 연구될 예정이다.

비록 이 논문에서는 두 가지 예제를 이용하여, 제안된 이론의 타당성을 검증하였지만, 향후 연구에서는 보다 복잡한 형상을 가진 음향 공동에 대한 예제가 다루어질 것이다. 이를 위해 두 개 영역보다 더 많은 영역으로 영역을 분할하는 방법에 대한 이론 정식화가 이루어질 것이다. 한편 강체벽 경계와 개

방 경계로 구성된 혼합 경계 음향 공동에 대한 연구는 곧 발표될 예정이며, 3차원 음향 공동으로의 확장 연구도 진행중에 있다.

후 기

이 연구는 한성대학교 교내학술연구비 지원 과제임.

References

- (1) Kang, S. W. and Lee, J. M., 2000, Eigenmode Analysis of Arbitrarily Shaped Two-dimensional Cavities by the Method of Point-matching, *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 107, No. 3, pp. 1153~1160.
- (2) Kang, S. W. and Yon, J. I., 2012, Development of a Modified NDIF Method for Extracting Highly Accurate Eigenvalues of Arbitrarily Shaped Acoustic Cavities, *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 22, No. 8, pp. 742~747.
- (3) Bathe, K., 1982, *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*, Prentice-Hall, New Jersey.
- (4) Brebbia, C. A., Telles, J. C. F. and Wrobel, L. C., 1984, *Boundary Element Techniques*, Springer-Verlag, New York.
- (5) Kang, S. W. and Yon, J. I., 2011, Development of an Improved NDIF Method for Efficiently Extracting Eigenvalues and Eigenmodes of Arbitrarily Shaped Acoustic Cavities, *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 21, No. 10, pp. 960~966.
- (6) Kang, S. W., 2013, New Formulation of MNDIF

Method for Accurate Eigenvalue Analysis of Concave Acoustic Cavities, *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 23, No. 11, pp. 1003~1011.

(7) Kang, S. W., 2007, Free Vibration Analysis of Clamped Plates with Arbitrary Shapes Using Series Functions, *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 13, No. 10, pp. 531~538.

(8) Kang, S. W. and Yon, J. I., 2009, Eigenvalue Analysis of Arbitrarily Shaped, Concave Membranes with a Deep Groove Using a Sub-domain Methods, *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 19, No. 10, pp. 1069~1074.

(9) Meirovitch, L., 1967, *Analytical methods in Vibrations*, Macmillan Publishing, New York.

(10) Blevins, R. D., 1979, *Formulas for Natural Frequency and Mode Shape*, Litton Educational Publishing, New York.



Sang-Wook Kang received a B.S., M.S. and Ph.D. degree in Dept. of Mechanical Design Engineering from Seoul National University in 1992, 1994 and 1999, respectively. He is currently working in Hansung University as a professor of the mechanical system engineering. His research interests include the development of NDIF method for free vibration analysis of membrane, acoustic cavities, and plates with general shapes.