



병진 및 회전 동흡진기를 사용한 평판의 진동저감 Plate Vibration Suppression with Translational and Rotational Dynamic Vibration Absorbers

박성규* · 이시복† · 최주형*
Sung Gyu Park*, Shi Bok Lee† and Joo Hyoung Choi*

(Received April 24, 2018 ; Revised January 17, 2019 ; Accepted January 17, 2019)

Key Words : Dynamic Vibration Absorber(동흡진기), Plate Vibration(평판진동), Galerkin Method(갈러킨 방법), Modal Analysis(모드해석), Robustness(강인성), Optimum Design(최적설계)

ABSTRACT

Dynamic vibration absorbers (DVAs) have long been used to suppress excessive vibration in structural systems. This paper deals with a dynamic vibration absorber system comprising both a translational absorber and a rotational absorber for vibration control of a plate. First, it is proven that the combined translational and rotational DVAs of the absorbers with no damper can effectively isolate the vibration for a specific vibration control-area of the plate. Then, the damping's role for the combined DVAs is investigated to facilitate increased robustness of the DVA system to withstand variation of excitation force frequency. The determined optimization is then performed, and used to find the optimum parameters for the combined DVAs.

1. 서 론

동흡진기(dynamic vibration absorber, DVA)는 기계나 구조물의 진동을 저감하기 위해 부착되는 스프링-질량계로 20세기 초반에 Frahm⁽¹⁶⁾ 의해 소개되었다. 원래의 시스템을 바꾸지 않고도 효과적으로 진동을 억제할 수 있으며 구조가 간단하고 비용이 적게 드는 장점을 가진다.

Den Hartog⁽¹⁾ 1자유도 시스템을 대상으로 동흡진기를 최적설계하기 위한 고정점(fixed-points) 이론을 소개했다. 이후, 주파수대역에서 응답의 최대값을 최소로 하는 minimax 방법(혹은 H_∞ 최적화방법)과 모든 주파수대역에서 시스템의 총 에너지를 최소화하는 H₂ 최

적화방법 등 다양한 동흡진기 최적화방법이 제시되었다. 동흡진기 최적화방법을 다자유도계나 연속계에 적용한 연구도 많이 이루어졌다. Jacquot^(2,3) 보와 평판을 대상으로 동흡진기를 부착하여 최적설계하였다.

그 외에도 동흡진기의 형태를 다양하게 변형시키려는 노력이 있었다. 동흡진기의 구성인 스프링과 감쇠기의 위치를 달리하는 것부터 보 형태의 동흡진기와 2개 이상의 동흡진기를 직렬로 연결한 방식 등의 연구가 행해졌다⁽⁴⁻⁶⁾. Cha⁽⁷⁾, Wong⁽⁸⁾, Cheung⁽⁹⁾ 등은 기존의 병진 스프링을 사용한 병진 동흡진기뿐만 아니라 비틀림 스프링을 사용한 회전 동흡진기에 대해 연구하였다. 또한 Waldemar Latas⁽¹⁰⁾ 가진력을 받는 보의 운동에너지를 최소로 하는 병진 및 회전 동흡진기의 최적 위치를 찾는 연구를 하였다.

† Corresponding Author ; Member, School of Mechanical Engineering, Pusan National University
E-mail : sblee@pusan.ac.kr

* Korea Marine Equipment Research Institute

‡ Recommended by Editor Gi-Woo Kim

© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

현재까지 연구들을 살펴보면 병진 동흡진기와 회전 동흡진기가 함께 사용되면 일정한 진동수에 대해서는 매우 큰 효과를 보인다. 그러나 이러한 연구들에서 가진 진동수 변화에 대한 강인성을 고려한 설계는 이루어지지 않았고 대상이 보로 국한되어있다.

이 논문에서는 특정 위치에 조화가진력을 받는 평판의 진동저감을 위해 회전 동흡진기와 병진 동흡진기를 복합적으로 사용하였다. 평판은 Hamilton 원리에 근거하여 연속체로 모델링하였고 운동방정식을 풀기 위해 Galerkin 방법을 사용하였다. 감쇠가 없는 병진 및 회전 동흡진기를 사용하여 평판의 특정 구역에 대해 진동저감 효과를 증명한 후 주파수응답함수를 확인하였다. 그리고 가진진동수의 변화에 대한 강인성을 부여하기 위해 감쇠기를 함께 설치하고 그 효과를 연구하였다. 설계변수와 목적함수를 정의하고 근사된 경사도 (gradient)와 헤시안(hessian) 행렬을 이용한 순차이차계획(sequential quadratic programming, SQP) 알고리즘을 이용하여 최적설계를 수행하였다.

2. 이 론

2.1 시스템 모델링

Fig. 1에 동흡진기가 설치된 진동제어 대상 평판을 보여준다. 평판은 xy 평면에 수직 방향으로 변위가 발생하는 얇고 균일한 전단효과가 작은 얇은 사각평판을 가정한다.

평판의 x 방향, y 방향 길이는 각각 a , b 이고 평판의 횡변위는 $w(x, y, t)$ 이다. (x_p, y_p) 위치에 조화가진력 $P(t)$ 가 작용하고 병진 및 회전 동흡진기는 (x_a, y_a) 위치에 설치되었다.

2.2 운동방정식

Fig. 2는 병진 및 회전 동흡진기가 설치된 평판의

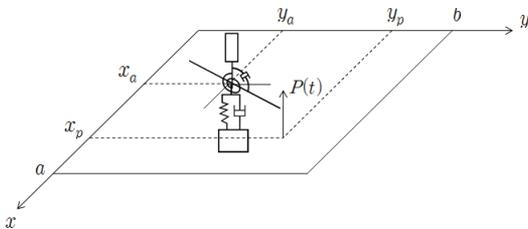


Fig. 1 Plate model with translational and rotational DVAs subject to a harmonic point excitation

자유물체도이다. $F(t)$, $M(t)$ 는 병진, 회전 동흡진기에 의해 평판이 받는 힘과 모멘트이다. 평판의 경우 회전 동흡진기의 설치 각도 α 에 따라 모멘트의 방향이 달라지므로 설치 각도 또한 중요한 변수이다. 평판의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 D\nabla^4 w(x, y, t) + \rho h \ddot{w}(x, y, t) = & \\
 & P(t)\delta(x-x_p)\delta(y-y_p) \\
 & + F(t)\delta(x-x_a)\delta(y-y_a) \\
 & + \frac{\partial}{\partial x} [M(t)\delta(x-x_a)\delta(y-y_a)] \cos\alpha \\
 & + \frac{\partial}{\partial y} [M(t)\delta(x-x_a)\delta(y-y_a)] \sin\alpha
 \end{aligned} \tag{1}$$

식 (1)에서 D , ∇^4 는 아래와 같으며, ρ , E , h , ν 는 평판의 밀도, Young을, 두께, 푸아송비이다.

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \tag{2}$$

$$\nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \tag{3}$$

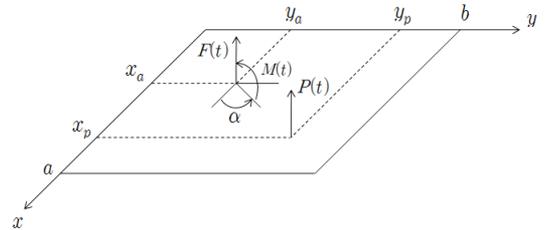


Fig. 2 Free body diagram of the plate with translational and rotational DVAs subject to a harmonic point excitation

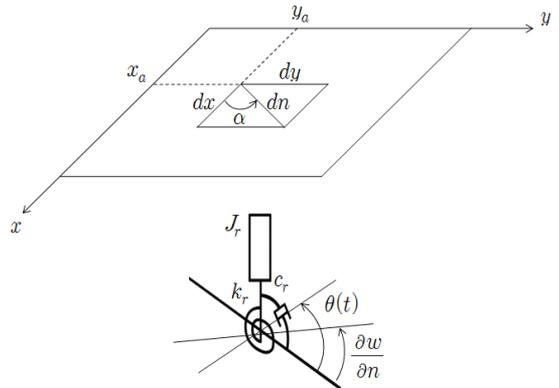


Fig. 3 Rotational DVA attached to the plate

병진 동흡진기의 운동방정식과 평판에 전달되는 힘 $F(t)$ 는 식 (4), (5)와 같다. Fig. 3은 평판에 설치된 회전 동흡진기 모델로서 운동방정식과 평판에 전달되는 모멘트 $M(t)$ 는 식 (6), (7)과 같다. 여기서 $m_b, c_b, k_b, z(t)$ 는 병진 동흡진기의 질량, 점성감쇠계수, 스프링상수, 변위이고 $J_r, C_r, k_r, \theta(t)$ 는 회전 동흡진기의 질량관성모멘트, 점성감쇠계수, 스프링상수, 각변위이다.

$$m_i \ddot{z}(t) = k_i(w(x_a, y_a, t) - z(t)) + c_i(\dot{w}(x_a, y_a, t) - \dot{z}(t)) \tag{4}$$

$$F(t) = -k_i(w(x_a, y_a, t) - z(t)) - c_i(\dot{w}(x_a, y_a, t) - \dot{z}(t)) \tag{5}$$

$$J_r \ddot{\theta}(t) = k_r \left(\frac{\partial w(x_a, y_a, t)}{\partial n} - \theta(t) \right) + c_r \left(\frac{\partial \dot{w}(x_a, y_a, t)}{\partial n} - \dot{\theta}(t) \right) \tag{6}$$

$$M(t) = -k_r \left(\frac{\partial w(x_a, y_a, t)}{\partial n} - \theta(t) \right) - c_r \left(\frac{\partial \dot{w}(x_a, y_a, t)}{\partial n} - \dot{\theta}(t) \right) \tag{7}$$

여기서 $\frac{\partial w}{\partial n}$ 은 회전 동흡진기가 설치된 방향(각도 α 방향)에 대한 평판의 기울기로 연쇄법칙(chain rule)에 의해 식 (8)과 같이 표현할 수 있다. Fig. 3에서 확인할 수 있듯이 $\frac{dx}{dn} = \cos\alpha, \frac{dy}{dn} = \sin\alpha$ 이므로 식 (8)은 식 (9)과 같이 정리된다.

$$\frac{\partial w}{\partial n} = \frac{\partial w}{\partial x} \frac{dx}{dn} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{dy}{dn} \tag{8}$$

$$\frac{\partial w}{\partial n} = \frac{\partial w}{\partial x} \cos\alpha + \frac{\partial w}{\partial y} \sin\alpha \tag{9}$$

식 (9)를 식 (6), (7)에 대입하면 다음과 같다.

$$J_r \ddot{\theta}(t) = k_r \left(\frac{\partial w(x_a, y_a, t)}{\partial x} \cos\alpha + \frac{\partial w(x_a, y_a, t)}{\partial y} \sin\alpha - \theta(t) \right) + c_r \left(\frac{\partial \dot{w}(x_a, y_a, t)}{\partial x} \cos\alpha + \frac{\partial \dot{w}(x_a, y_a, t)}{\partial y} \sin\alpha - \dot{\theta}(t) \right) \tag{10}$$

$$M(t) = -k_r \left(\frac{\partial w(x_a, y_a, t)}{\partial x} \cos\alpha + \frac{\partial w(x_a, y_a, t)}{\partial y} \sin\alpha - \theta(t) \right) - c_r \left(\frac{\partial \dot{w}(x_a, y_a, t)}{\partial x} \cos\alpha + \frac{\partial \dot{w}(x_a, y_a, t)}{\partial y} \sin\alpha - \dot{\theta}(t) \right) \tag{11}$$

식 (5)와 식 (11)을 식 (1)에 대입한 뒤 전체시스템의 운동방정식을 나타내면 다음과 같다.

$$D \nabla^4 w(x, y, t) + \rho h \ddot{w}(x, y, t) + k_i(w(x_a, y_a, t) - z(t)) \delta(x - x_a) \delta(y - y_a) + c_i(\dot{w}(x_a, y_a, t) - \dot{z}(t)) \delta(x - x_a) \delta(y - y_a) + \frac{\partial}{\partial x} \left[k_r \left(\frac{\partial w(x_a, y_a, t)}{\partial x} \cos\alpha + \frac{\partial w(x_a, y_a, t)}{\partial y} \sin\alpha - \theta(t) \right) \delta(x - x_a) \delta(y - y_a) \right] \cos\alpha + \frac{\partial}{\partial x} \left[c_r \left(\frac{\partial \dot{w}(x_a, y_a, t)}{\partial x} \cos\alpha + \frac{\partial \dot{w}(x_a, y_a, t)}{\partial y} \sin\alpha - \dot{\theta}(t) \right) \delta(x - x_a) \delta(y - y_a) \right] \cos\alpha + \frac{\partial}{\partial y} \left[k_r \left(\frac{\partial w(x_a, y_a, t)}{\partial x} \cos\alpha + \frac{\partial w(x_a, y_a, t)}{\partial y} \sin\alpha - \theta(t) \right) \delta(x - x_a) \delta(y - y_a) \right] \sin\alpha + \frac{\partial}{\partial y} \left[c_r \left(\frac{\partial \dot{w}(x_a, y_a, t)}{\partial x} \cos\alpha + \frac{\partial \dot{w}(x_a, y_a, t)}{\partial y} \sin\alpha - \dot{\theta}(t) \right) \delta(x - x_a) \delta(y - y_a) \right] \sin\alpha = P(t) \delta(x - x_p) \delta(y - y_p) \tag{12}$$

$$m_i \ddot{z}(t) - k_i(w(x_a, y_a, t) - z(t)) - c_i(\dot{w}(x_a, y_a, t) - \dot{z}(t)) = 0 \tag{13}$$

$$J_r \ddot{\theta}(t) - k_r \left(\frac{\partial w(x_a, y_a, t)}{\partial x} \cos\alpha + \frac{\partial w(x_a, y_a, t)}{\partial y} \sin\alpha - \theta(t) \right) - c_r \left(\frac{\partial \dot{w}(x_a, y_a, t)}{\partial x} \cos\alpha + \frac{\partial \dot{w}(x_a, y_a, t)}{\partial y} \sin\alpha - \dot{\theta}(t) \right) = 0 \tag{14}$$

2.2 평판의 동적 응답

시스템의 운동방정식을 풀기 위해 평판의 횡변위를 유한급수 형태로 근사하는 Galerkin 방법을 사용하였다.

$$w(x, y, t) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \phi_{ij}(x, y) q_{ij}(t) \tag{15}$$

여기서 $\phi_{ij}(x, y)$ 는 동흡진기가 설치되지 않은 평판의 고유함수(eigenfunction)이고 $q_{ij}(t)$ 는 (i, j) 모드의 일반좌표이다. 직교성을 가지는 고유함수를 식 (16)과 같이 정규화하였다.

$$\int_0^a \int_0^b \rho h \phi_{ij}(x, y) \phi_{rs}(x, y) dy dx = \delta_{ij,rs}, \tag{16}$$

$$\int_0^a \int_0^b D(\nabla^4 \phi_{ij}(x, y)) \phi_{rs}(x, y) dy dx = \omega_{rs}^2 \delta_{ij,rs}$$

여기서 ω_{rs} 는 (r, s) 차 모드의 고유진동수, $\delta_{ij,rs}$ 는 Kronecker delta 함수로서 $ij = rs$ 이면 1이고 그렇지 않으면 0이다.

식 (15)를 식 (12)에 대입한 후 양변에 $\phi_{rs}(x, y)$ 를 곱하고 x 에 대해 0에서 a 까지, y 에 대해 0에서 b 까지 정적분하면 식 (16)의 성질에 의하여 다음과 같이 정리된다.

$$\ddot{q}_{rs}(t) + \omega_{rs}^2 q_{rs}(t) + k_t \left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \phi_{ij}(x_a, y_a) q_{ij}(t) - z(t) \right) \phi_{rs}(x_a, y_a) + c_t \left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \phi_{ij}(x_a, y_a) \dot{q}_{ij}(t) - \dot{z}(t) \right) \phi_{rs}(x_a, y_a) + k_r \left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \frac{\partial \phi_{ij}(x_a, y_a)}{\partial x} q_{ij}(t) \cos \alpha + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \frac{\partial \phi_{ij}(x_a, y_a)}{\partial y} q_{ij}(t) \sin \alpha - \theta(t) \right) \times \left(\frac{\partial \phi_{rs}(x_a, y_a)}{\partial x} \cos \alpha + \frac{\partial \phi_{rs}(x_a, y_a)}{\partial y} \sin \alpha \right) + c_r \left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \frac{\partial \phi_{ij}(x_a, y_a)}{\partial x} \dot{q}_{ij}(t) \cos \alpha + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \frac{\partial \phi_{ij}(x_a, y_a)}{\partial y} \dot{q}_{ij}(t) \sin \alpha - \dot{\theta}(t) \right) \times \left(\frac{\partial \phi_{rs}(x_a, y_a)}{\partial x} \cos \alpha + \frac{\partial \phi_{rs}(x_a, y_a)}{\partial y} \sin \alpha \right) = P(t) \phi_{rs}(x_p, y_p) \tag{17}$$

식 (17)에서 $r = 1, 2, \dots, m, s = 1, 2, \dots, n$ 이다. 식 (15)를 식 (13)과 (14)에 대입하면 다음과 같다.

$$m_t \ddot{z}(t) - k_t \left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \phi_{ij}(x_a, y_a) q_{ij}(t) - z(t) \right) - c_t \left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \phi_{ij}(x_a, y_a) \dot{q}_{ij}(t) - \dot{z}(t) \right) = 0 \tag{18}$$

$$J_r \ddot{\theta}(t) - k_r \left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \frac{\partial \phi_{ij}(x_a, y_a)}{\partial x} q_{ij}(t) \cos \alpha + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \frac{\partial \phi_{ij}(x_a, y_a)}{\partial y} q_{ij}(t) \sin \alpha - \theta(t) \right) - c_r \left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \frac{\partial \phi_{ij}(x_a, y_a)}{\partial x} \dot{q}_{ij}(t) \cos \alpha + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \frac{\partial \phi_{ij}(x_a, y_a)}{\partial y} \dot{q}_{ij}(t) \sin \alpha - \dot{\theta}(t) \right) = 0 \tag{19}$$

식 (17), (18), (19)를 행렬 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} [J] & [0] & [0] \\ [0] & m_t & 0 \\ [0] & 0 & J_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\ddot{q}(t)\} \\ \ddot{z}(t) \\ \ddot{\theta}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [C_p] & [R_{cp1}] & [R_{cp2}] \\ [R_{cp1}]^T & c_t & 0 \\ [R_{cp2}]^T & 0 & c_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{q(t)\} \\ \dot{z}(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_p] & [R_{kp1}] & [R_{kp2}] \\ [R_{kp1}]^T & k_t & 0 \\ [R_{kp2}]^T & 0 & k_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{q(t)\} \\ z(t) \\ \theta(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P(t) \{\phi(x_p, y_p)\} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{20}$$

식 (20)의 행렬의 성분은 다음과 같다.

$$[C_p] = c_t \{\phi(x_a, y_a)\} \{\phi(x_a, y_a)\}^T + c_r \left[\left\{ \frac{\partial \phi(x_a, y_a)}{\partial x} \right\} \cos \alpha + \left\{ \frac{\partial \phi(x_a, y_a)}{\partial y} \right\} \sin \alpha \right] \times \left[\left\{ \frac{\partial \phi(x_a, y_a)}{\partial x} \right\} \cos \alpha + \left\{ \frac{\partial \phi(x_a, y_a)}{\partial y} \right\} \sin \alpha \right]^T \tag{21}$$

$$[K_p] = [\lambda] + k_t \{\phi(x_a, y_a)\} \{\phi(x_a, y_a)\}^T + k_r \left[\left\{ \frac{\partial \phi(x_a, y_a)}{\partial x} \right\} \cos \alpha + \left\{ \frac{\partial \phi(x_a, y_a)}{\partial y} \right\} \sin \alpha \right] \times \left[\left\{ \frac{\partial \phi(x_a, y_a)}{\partial x} \right\} \cos \alpha + \left\{ \frac{\partial \phi(x_a, y_a)}{\partial y} \right\} \sin \alpha \right]^T \tag{22}$$

$$[\lambda] = \begin{bmatrix} \omega_{11}^2 & & & \\ & \omega_{12}^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \omega_{mm}^2 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$[R_{cp1}] = -c_t \{ \phi(x_a, y_a) \} \quad (24)$$

$$[R_{cp2}] = -c_r \left[\begin{array}{l} \left\{ \frac{\partial \phi(x_a, y_a)}{\partial x} \right\} \cos \alpha \\ + \left\{ \frac{\partial \phi(x_a, y_a)}{\partial y} \right\} \sin \alpha \end{array} \right] \quad (25)$$

$$[R_{kp1}] = -k_t \{ \phi(x_a, y_a) \} \quad (26)$$

$$[R_{kp2}] = -k_r \left[\begin{array}{l} \left\{ \frac{\partial \phi(x_a, y_a)}{\partial x} \right\} \cos \alpha \\ + \left\{ \frac{\partial \phi(x_a, y_a)}{\partial y} \right\} \sin \alpha \end{array} \right] \quad (27)$$

$$\{q(t)\} = [q_{11}(t), q_{12}(t), \dots, q_{mm}(t)]^T \quad (28)$$

$$\{\phi(x, y)\} = [\phi_{11}(x, y), \phi_{12}(x, y), \dots, \phi_{mm}(x, y)]^T \quad (29)$$

$$\left\{ \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial x} \right\} = \left[\frac{\partial \phi_{11}(x, y)}{\partial x}, \frac{\partial \phi_{12}(x, y)}{\partial x}, \dots, \frac{\partial \phi_{mm}(x, y)}{\partial x} \right]^T \quad (30)$$

$$\left\{ \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial y} \right\} = \left[\frac{\partial \phi_{11}(x, y)}{\partial y}, \frac{\partial \phi_{12}(x, y)}{\partial y}, \dots, \frac{\partial \phi_{mm}(x, y)}{\partial y} \right]^T \quad (31)$$

외력 $P(t)$ 는 ω 의 가진진동수를 가지는 조화가진력 이고 시스템은 이와 같은 진동수의 단순 조화운동을 한다. 그러므로 식 (20)은 식 (32)와 같이 정리된다.

$$\begin{bmatrix} [K_p] - \omega^2 [I] + j\omega [C_p] & [R_{kp1}] + j\omega [R_{cp1}] & [R_{kp2}] + j\omega [R_{cp2}] \\ [R_{kp1}]^T + j\omega [R_{cp1}]^T & k_t - \omega^2 m_t + j\omega c_t & 0 \\ [R_{kp2}]^T + j\omega [R_{cp2}]^T & 0 & k_r - \omega^2 J_r + j\omega c_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\bar{q}\} \\ \bar{z} \\ \bar{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P\{\phi(x_p, y_p)\} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (32)$$

여기서 $\{\bar{q}\} = [\bar{q}_{11}, \bar{q}_{12}, \dots, \bar{q}_{mm}]^T$ 로 일반좌표 벡터 $\{q(t)\}$ 의 진폭을 나타내는 벡터이다. 식 (32)에서 가우스 소거법을 통해 $\{\bar{q}\}$ 를 구한 뒤 식 (15)에 대입

하여 평판의 동적 변위응답을 구할 수 있다.

$$w(x, y, t) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \phi_{ij}(x, y) q_{ij}(t) = W_p(x, y) e^{j\omega t} \quad (33)$$

여기서 $W_p(x, y)$ 는 평판의 변위진폭을 나타내는 x, y 에 대한 함수로서 다음과 같다.

$$W_p(x, y) = \{\phi(x, y)\}^T \{\bar{q}\} \quad (34)$$

3. 동흡진기 설계

3.1 감쇠기를 포함하지 않는 경우

가진진동수 변화에 대한 강인성을 고려하지 않는 경우에는 동흡진기에 감쇠기를 사용하지 않는 것이 최고의 진동억제 성능을 보인다.

평판은 단순지지 경계조건을 가진다고 가정하였고, 고유함수와 고유진동수는 다음과 같다.

$$\phi_{ij}(x, y) = \frac{2}{\sqrt{\rho h a b}} \sin\left(\frac{i\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{j\pi y}{b}\right) \quad (35)$$

$$\omega_{ij} = \pi^2 \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \left[\left(\frac{i}{a}\right)^2 + \left(\frac{j}{b}\right)^2 \right] \quad (36)$$

여기서 $i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$ 이다.

Fig. 4와 같이 특정 면적으로 제어 영역을 정의하여 그 부분에서의 응답을 줄이는 것을 목표로 하였다. Table 1은 평판과 동흡진기의 제원이다.

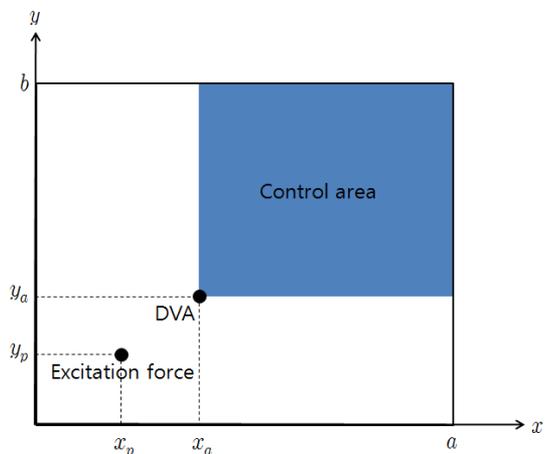


Fig. 4 Control area of the plate

Galerkin 방법에서 (5,5)차 모드까지 총 25개의 모드가 사용되었다. 가진력은 $(x_p, y_p) = (0.2a, 0.2b)$ 위치에 가해지고 가진진동수는 평판의 1차 모드 고유진동수보다 20% 큰 110 rad/s로 가정하였다. 비감쇠 동흡진기가 $(x_a, y_a) = (0.4a, 0.4b)$ 위치에 설치되었고 동흡진기의 질량은 평판 질량의 5%이고 회전 동흡진기의 질량관성모멘트는 질량을 고려하여 선정하였다.

그리고 (x_a, y_a) , (a, y_a) , (a, b) , (x_a, b) 를 꼭지점으로 가지는 사각형을 제어 영역으로 한다. 이 영역에서의 변위응답의 제곱평균값(mean square value)을 다음과 같이 정의하였다. $M_p(\omega)$ 의 단위는 m^2/N^2 이다.

$$M_p(\omega) = \frac{1}{(a-x_a)(b-y_a)} \int_{x_a}^a \int_{y_a}^b \left| \frac{W_p(x,y)}{P} \right|^2 dydx \quad (37)$$

가진진동수 $\omega = 110$ rad/s에서 $M_p(\omega)$ 값을 최소화 하는 병진 및 회전 동흡진기의 고유진동수 ω_t, ω_r 와 회전 동흡진기의 설치 각도 α 를 찾는 최적화문제를 다음과 같이 정의하였다.

Find $\omega_t, \omega_r, \alpha$
 that minimizes
 $M_p(\omega)$ at excitation frequency
 subject to
 $\omega_t, \omega_r \geq 0$
 $0 \leq \alpha < \pi$

병진 및 회전 동흡진기를 1개씩 복합 사용한 경우 뿐만 아니라 1개의 병진 동흡진기만 사용한 경우, 그리고 병진 동흡진기를 서로 다른 위치인 $(0.4a, 0.4b)$, $(0.7a, 0.7b)$ 에 2개 설치한 경우에 대해서도 최적화문

Table 1 Properties of plate and DVAs

	Notation	Value
Plate	ρ	2710 kg/m ³
	a, b	1 m
	h	0.003 m
	E	69 GPa
	ν	0.33
Translational DVA	m_t	0.4 kg
Rotational DVA	J_r	0.01 kg/m ²

제를 풀었다.

Table 2에서는 최적화문제를 풀어 나온 설계변수 값과 목적함수 값을 나타낸다. Fig. 5는 병진 및 회전 동흡진기를 복합 사용한 경우, 가진진동수인 $\omega = 110$ rad/s에서 평판의 위치에 따른 응답($W_p(x,y)/P$)을 보여준다. 제어 영역에서 진동차단에 가까운 효과를 확인할 수 있다.

Fig. 6은 병진 및 회전 동흡진기를 복합 사용한 경우와 1개의 병진 동흡진기만 사용한 경우에 대한 주파수응답함수인 $M_p(\omega)$ 그래프이다. 110 rad/s에서의 응답을 비교해볼 때, 병진 및 회전 동흡진기를 복합 사용한 경우에 응답이 98.9% 더 작다. Fig. 7은 병진 및 회전 동흡진기를 복합 사용한 경우와 2개의 병진 동흡진기를 사용한 경우에 대한 $M_p(\omega)$ 그래프이다. 여전히 병진 및 회전 동흡진기를 함께 사용한 경우가 110 rad/s에서의 응답이 95.2% 더 작다. 그러나 110 rad/s보다 5.9% 작은 진동수와 13.6% 큰 진동수에서 새롭게 공진점이 나타나므로 가진진동수 변동에 대해 강인한 설계를 필요로 한다.

Table 2 Optimum values of undamped DVAs

	1-translational DVA	2-translational DVA	Translational and rotational DVA
ω_t	107.2 rad/s	$\omega_{t1} = 108.1$ rad/s $\omega_{t2} = 110.4$ rad/s	109.9 rad/s
ω_r			107.9 rad/s
α			0.785 rad/s (= 45°)
Objective function value	2.6×10^{-13}	6.2×10^{-14}	3.0×10^{-15}

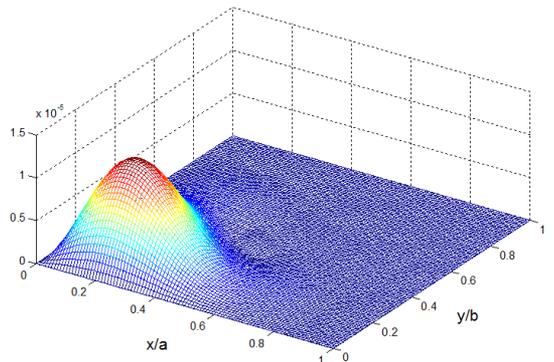


Fig. 5 Vibration amplitude of the plate with undamped translational and rotational DVAs at the excitation frequency (110 rad/s)

3.2 감쇠기를 포함하는 경우

가진진동수 변화에 대한 강인성을 제고하기 위해 가진진동수의 예상되는 변동 범위 내에서 $M_p(\omega)$ 의 최대값을 제한하면서 $M_p(\omega = 110 \text{ rad/s})$ 값을 최소로 하는 최적화문제를 다음과 같이 정의하였다.

Find $\omega_t, \omega_r, \zeta_t, \zeta_r, \alpha$
 that minimizes
 $M_p(\omega)$ at excitation frequency
 subject to
 $\max(M_p(\omega)) \leq M_{p,res}$ (in variation range)
 $\omega_t, \omega_r, \zeta_t, \zeta_r \geq 0$
 $0 \leq \alpha < \pi$

ζ_t 는 병진 동흡진기의 감쇠비, ζ_r 은 회전 동흡진기의 감쇠비이다. Fig. 8은 $\zeta_r = 0$ 인 경우 ζ_t 에 따른 $M_p(\omega)$

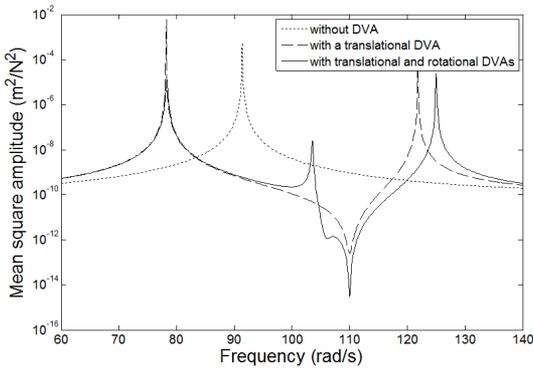


Fig. 6 Mean square amplitudes of the control area of the plate with undamped sole translational and combined DVAs

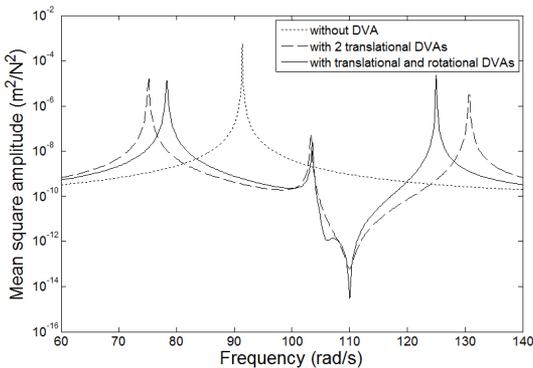


Fig. 7 Mean square amplitudes of the control area of the plate with undamped two translational and combined DVAs

그래프이다. Fig. 9는 $\zeta_t = 0$ 인 경우 ζ_r 에 따른 $M_p(\omega)$ 그래프이다. 이러한 경우들에서 두 공진점 중 하나에서는 응답저감 효과가 미미하다. 그러므로 양쪽 공진점의 응답을 동시에 큰 폭으로 낮추기 위해 병진 동흡진기와 회전 동흡진기의 감쇠비를 설계변수에 포함하여 사용하여 최적화문제를 풀었다.

SQP 알고리즘으로 최적화를 수행하였고 예상되는 진동수 변동 범위는 가진진동수의 $\pm 15\%$ 인 $93.5 \text{ rad/s} \leq \omega \leq 126.5 \text{ rad/s}$ 로 하였고 이 범위 내에서 $M_p(\omega)$ 의 최대값이 $M_{p,res} = 10^{-9}$ 이하가 되도록 설계하였다.

Table 3에서는 최적화문제를 풀어 나온 설계변수 값과 목적함수 값을 나타내었다. Fig. 10은 이 때의 주파수응답함수 $M_p(\omega)$ 그래프이다. $93.5 \text{ rad/s} \leq \omega \leq 126.5 \text{ rad/s}$ 범위에서 응답 크기가 $M_{p,res}$ 를 초과하지 않

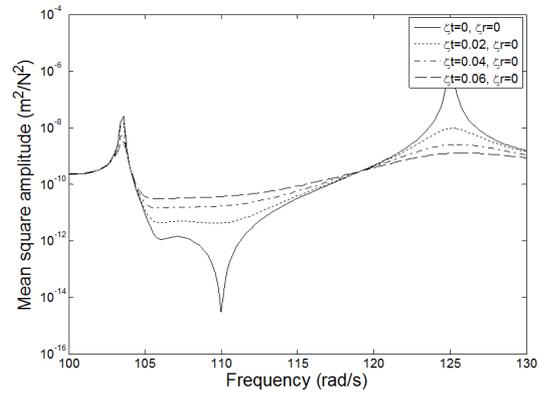


Fig. 8 Mean square amplitudes of the control area of the plate with damped translational and undamped rotational DVAs

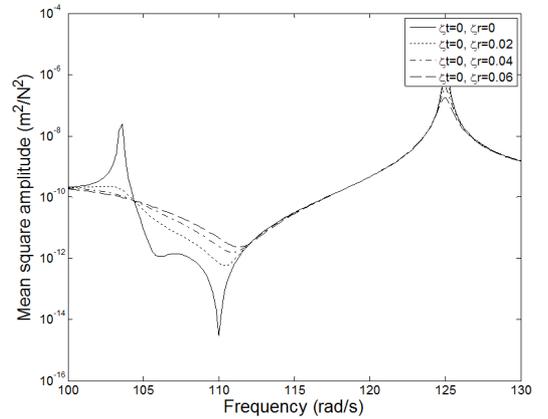


Fig. 9 Mean square amplitudes of the control area of the plate with undamped translational and damped rotational DVAs

Table 3 Optimum values of damped DVAs

	Translational and rotational DVAs
ω_t	110.0 rad/s
ω_r	113.4 rad/s
ζ_t	0.066
ζ_r	0.028
α	0.785 rad/s (= 45°)
Objective function value	1.6×10^{-12}

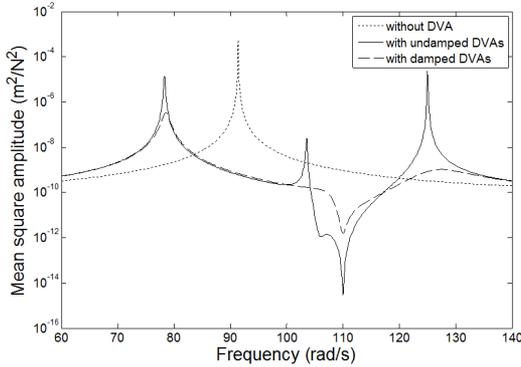


Fig. 10 Mean square amplitudes of the control area of the plate with optimized damped translational and rotational DVAs

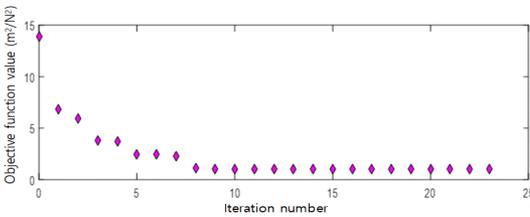


Fig. 11 History plot of objective function in optimization process

는다. 110 rad/s에서의 응답은 비감쇠 동흡진기를 설치했을 때에 비해 커졌지만 동흡진기를 설치하지 않은 평판의 응답보다 99.8%의 진동저감 효과가 있다.

Fig. 11은 최적화문제를 계산함에 있어 목적함수의 수렴 과정을 보여준다. 계산 과정에서 목적함수의 스케일은 10^{12} 배로 진행하였다.

4. 결 론

이 논문에서는 평판을 대상으로 진동을 저감하기 위해 병진 및 회전 동흡진기를 복합 사용하여 그 효과를

확인했다. 먼저 감쇠기를 포함하지 않고 병진 및 회전 동흡진기를 함께 설치하는 경우의 응답을 병진 동흡진기만 설치하는 경우와 비교하여 진동제어 효과를 확인하였다. 다음으로 감쇠기를 포함하여 강인성을 확보하기 위해 목적함수와 제약조건을 설정하고 최적설계를 수행하여 병진 및 회전 동흡진기의 설계변수를 구하였고 그 응답을 확인하였다.

최적설계를 통해 제어 영역의 응답을 최소로 하는 병진 및 회전 비감쇠동흡진기의 설계변수를 구하여 응답을 확인하였을 때, 제어 영역에서 진동차단에 가까운 효과를 보인다. 그러나 주파수응답함수에서 가진 진동수에 인접한 진동수에 공진점이 위치한다.

가진진동수의 변화에 따른 강인성 제고를 위해 감쇠동흡진기를 사용하고, 예상되는 변동 범위 내에서 응답의 최대값을 제한하는 동시에 가진진동수에서의 응답을 최소로 하는 최적화문제를 풀었다. 이를 통해 병진 및 회전 감쇠동흡진기의 설계변수를 구하였다. 비감쇠동흡진기를 설치하는 경우에 비해 가진진동수에서의 응답은 증가하지만 동흡진기를 설치하기 전에 비해 여전히 상당한 진동저감 효과를 보인다.

후 기

이 논문은 부산대학교 기본연구지원사업(2년)에 의하여 연구되었음.

References

- (1) Den Hartog, J. P., 1985, Mechanical Vibrations, Dover Publications, New York.
- (2) Jacquot, R. G., 1978, Optimal Dynamic Vibration Absorbers for General Beam Systems, Journal of Sound and Vibration, Vol. 60, No. 4, pp. 535~542.
- (3) Jacquot, R. G., 2001, Suppression of Random Vibration in Plates Using Vibration Absorbers, Journal of Sound and Vibration, Vol. 248, No. 4, pp. 585~596.
- (4) Park, N. C., Lim, S. H., Kim, K. T., Cho, U. R., Park, Y. P., Park, K. S. and Soh, W. Y., 2008, Vibration Reduction in Optical Disk Drive Using Cantilever Type Dynamic Vibration Absorber, Proceedings of the KSNVE Annual Autumn Conference, pp. 414~416.
- (5) Yamaguchi, H., 1985, Vibrations of a Beam with an Absorber Consisting of a Viscoelastic Beam and a Spring-

Viscous Damper, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 103, No. 3, pp. 417~425.

(6) Zuo, L., 2009, Effective and Robust Vibration Control Using Series Multiple Tuned-mass Dampers, *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 131, No. 3, p. 031003, doi: 10.1115/1.3085879.

(7) Cha, P. D. and Zhou, X., 2006, Imposing Points of Zero Displacements and Zero Slopes along any Linear Structure during Harmonic Excitations, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 297, No. 1-2, pp. 55~71.

(8) Wong, W. O., Tang, S. L., Cheung, Y. L. and Cheng, L., 2007, Design of a Dynamic Vibration Absorber for Vibration Isolation of Beams under Point or Distributed Loading, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 301, No. 3-5, pp. 898~908.

(9) Cheung, Y. L. and Wong, W. O., 2008, Isolation of Bending Vibration in a Beam Structure with a Translational Vibration Absorber and a Rotational Vibration Absorber, *Journal of Vibration and Control*, Vol. 14, No. 8, pp. 1231~1246.

(10) Latas, W., 2015, Optimal Positions of Tunable Translational and Rotational Dynamic Absorbers in Global Vibration Control in Beams, *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, Vol. 53, No. 2, pp. 467~476.

(11) Soedel, W., 2004, *Vibrations of Shells and Plates*, 3rd Edition, CRC Press, New York.

(12) Rao, S. S., 2004, *Mechanical Vibrations*, 4th Edition, Prentice-Hall, Upper Saddle River, N. J.

(13) Meirovitch, L., 1967, *Analytical Methods in Vibrations*, Macmillan Publishing, New York.

(14) Timoshenko, S. and Woinowsky-Krieger, S., 1989, *Theory of Plates and Shells*, McGraw-Hill Book Company, New York.

(15) Park, S. G. and Lee, S. B., 2016, Beam Vibration Suppression with Translational and Rotational Damped Dynamic Vibration Absorbers, *Transactions of the Korea Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 26, No. 6, pp. 721~728.

(16) Frahm, H., 1911, Device for damping vibrations of bodies, US Patent No. 989,958.



Sung Gyu Park received his M.S. in the school of mechanical engineering in 2017 from Pusan National University. He has been working as a researcher in Korea Marine Equipment Research Institute.



Shi Bok Lee received Ph.D. degree in mechanical engineering from KAIST in 1992. He has been working as a professor in school of mechanical engineering at Pusan National University.



Joo Hyoung Choi received Ph.D. degree in mechanical engineering from Pusan National University in 2007. He has been working as a head researcher in Korea Marine Equipment Research Institute.