

캡스트럼 분석을 이용한 교량 케이블의 신속한 기본진동수 추출

Fast Extraction of Fundamental Frequencies of Bridge's Stay Cables using Cepstral Analysis

박종철[†]·조준상^{*}
Jong-Chil Park[†] and Jun-Sang Cho^{*}

(Received February 21, 2020 ; Revised March 23, 2020 ; Accepted March 24, 2020)

Key Words : Cable-stayed Bridge(사장교), Stay Cable(케이블), Natural Frequency(고유진동수), Cepstral Analysis(캡스트럼 분석), Structural Health Monitoring(구조건전성모니터링)

ABSTRACT

Stay cables are the most critical structural elements in cable-stayed bridges. The cable tension and variation play a key role in regular inspection and routine maintenance of bridges. To monitor and evaluate cable tension forces, ambient or experimental vibration measurements are widely used in bridge engineering. Vibration-based measurement methods use a mathematical relationship between the cable tension and one or more natural frequencies. Therefore, it is important to extract the fundamental frequency of each stay cable accurately and quickly. In this paper, an improved cepstral analysis approach based on the power spectrum density of acceleration records is proposed to identify a cable's fundamental frequency. The accuracy and reliability of this approach is verified using cable vibration signals obtained from the structural health monitoring system of a cable-stayed bridge.

1. 서론

현대 사장교(cable-stayed bridge)는 수십 개 내지 수백 개의 경사지게 설치되는 케이블(multi stay cables)로 지지되는 교량 형식이다. 따라서 케이블은 매우 중요한 구조 부재로 간주되며, 케이블의 장력 확인은 정기적인 안전점검 및 진단에서뿐만 아니라 일상 교량관리 시에도 주요 관심항목이다. 케이블 장력 측정은 인장 시험(lift-off test)이나 하중계(load cell)에 의한 직접적인 측정방법과 진동 신호를 이용하는 간접적인 추정방법이 있다. 직접법은 현장 설치가 어

렵고 측정비용이 상대적으로 높아 실제 활용은 적은 편이며, 가속도계와 같은 센서를 이용하는 간접법(이하 진동법)은 설치가 비교적 쉽고 측정이 간편하여 국내외 대부분 사장교에서 널리 활용되고 있다⁽¹⁾. 또한, 센서로부터 교량의 상태 및 구조적 안전성을 평가하는 구조건전성모니터링시스템(structural health monitoring system)에 적용할 경우, 준 실시간 상시 및 장기간 저장된 케이블 장력을 확인할 수 있는 장점이 있다⁽²⁾.

진동법은 케이블 진동 신호로부터 추출된 고유진동수를 운동 방정식으로부터 전개한 관계식에 대입하여 장력을 추정(estimation)하는 방법이다. 따라서 주파수

[†] Corresponding Author; Member, Korea Expressway Corporation Research Institute, Principle Researcher
E-mail : pjcseven@ex.co.kr

^{*} Korea Expressway Corporation Research Institute, Researcher

[#] A part of this paper was presented at the KSNVE 2019 Annual Autumn Conference

[‡] Recommended by Editor Hong Seok Yang

© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

영역에서 고유진동수에 해당하는 다수 첨두값(peaks)이 뚜렷하게 나타나야 정확한 장력을 계산할 수 있다. 실제 교량 케이블에서는 접근이 용이한 보강거더(stiffening girder) 정착단에 가깝게 케이블 보호재 표면에 센서를 설치하며, 현장에서 직접 가진하는 것은 물리적으로 어렵기 때문에 상시 진동(ambient vibration) 신호를 수집 분석하는 것이 일반적이다. 이로 인해 진동 크기가 작고 노이즈가 섞이게 되며, 바람, 온도, 주행 차량과 같은 외부 하중 효과에 의해 영향을 받게 되어 주파수 영역에서 고유진동수를 추출하는 과정이 쉽지 않다. 신뢰할만한 케이블 장력 산정을 위해서는 적게는 5개 ~ 10개⁽³⁾로부터 많게는 20개 ~ 30개⁽⁴⁾의 고유진동수를 추출해야 하는데 만약 측정할 케이블의 수량과 측정횟수가 많아지게 되면 진동 모드별 고유진동수를 모두 추출하는데 적지 않은 시간과 노력이 요구된다.

이 연구에서는 켈스트럼 분석(cepstral analysis)⁽⁵⁾ 기법을 활용하여 이러한 한계점을 개선하고자 하였다. 켈스트럼(cepstrum)은 회전하는 기계류나 음성 인식처럼 주파수 영역에서 주기적으로 나타나는 조화성분(harmonics)의 특성(주기성, 결함 등)을 분석하는데 주로 다뤄졌다⁽⁶⁻⁸⁾. 마찬가지로 주파수 영역에서 케이블의 고유진동수가 형태적으로는 주기성을 보이기 때문에 이를 하나의 조화성분이라고 가정한다면 케이블 장력 산정과정에 켈스트럼 분석을 적용할 수 있다고 판단하였다. 켈스트럼 분석을 통해 주기성을 찾고 그 역수를 취하면 자연스레 진동수가 되므로 진동 모드별 고유진동수를 일일이 찾는 번거로움을 줄일 수 있고 기본진동수(fundamental frequency)를 빠르게 자동 추출하는 프로그램 작업이 수월해질 수 있다. 또한, 켈스트럼 분석 시 노이즈나 외부 하중에 의한 영향 성분을 적절히 제거하는 스펙트럼 데이터 전처리 기법을 제시하여 기본진동수 추출의 정확도를 높이고자 하였다.

2. 이론적 배경

2.1 케이블 장력 산정

케이블의 처짐 효과(sag effect)는 무시하고 휨강성(bending stiffness)은 고려한 케이블 운동 방정식은 식(1)과 같이 표현되며, 양단 힌지의 경계조건을 적용하여 방정식의 해를 구하면 식(2)와 같이 표현된다⁽⁹⁾.

$$m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - T \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \tag{1}$$

$$\left(\frac{f_n}{n}\right)^2 = \frac{EI\pi^2}{4mL^4} n^2 + \frac{T}{4mL^2} = an^2 + b \tag{2}$$

여기서 m 은 케이블의 단위길이당 질량, EI 는 케이블의 휨강성, T 는 케이블의 장력, L 은 케이블의 길이, n 은 케이블의 진동 모드차수, f_n 은 n 차 고유진동수를 의미한다. f_n/n 은 기본진동수 f_0 으로 정의하기로 한다. 한편 측정된 모드별 고유진동수에 대해서 n^2 을 x 축으로 하고 $(f_n/n)^2$ 을 y 축으로 하여 그 값을 도시하면 1차 선형 회귀식($y = ax + b$)으로 상관관계를 표현할 수 있다. 이 회귀식의 기울기와 y 절편은 식(2)에서 각각 변수 a 와 b 를 의미하며, 구해진 b 로부터 T 는 다음 식(3)과 같이 산정된다.

$$T = 4mL^2b \tag{3}$$

식(3)에 의한 산정법은 신뢰할만한 선형 회귀모델을 만들기 위해서 다수의 진동 모드를 사용하는 방법으로써 다중모드 산정식으로 불린다.

보다 간략한 산정방법으로써 케이블의 처짐 효과와 휨강성을 모두 고려하지 않은 조건에서 충분히 길고 가느다란 케이블에 대해 현 이론(taut string theory)에 적용하면 다음 식(4)와 같이 고유진동수와 케이블 장력의 관계를 얻을 수 있다.

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{m}} \tag{4}$$

한편 Ahn, S. S. et al.⁽¹⁰⁾은 Irvine⁽¹¹⁾의 케이블 선형 이론에 케이블의 휨강성을 포함한 고유진동수 변화에 영향을 미치는 케이블의 처짐, 감쇠 및 댐퍼 강성을 모두 고려할 수 있는 정밀 산정식을 제시하였다. 케이블 처짐 효과는 1차 고유진동수(f_1)에 가장 큰 영향을 주게 되며, Ahn, S. S. et al.이 제시한 식에서 처짐, 감쇠, 댐퍼 강성을 무시하면 식(2)와 같아진다. 따라서 복잡한 정밀 산정식보다는 실용적 측면에서 다중모드 산정식이나 현 이론 산정식이 보다 많이 활용되고 있다. 대신에 케이블 처짐 효과의 영향이 큰 f_1 은 배제하고 나머지 진동 모드(f_2, f_3, \dots)을 이용하여 비선형성을 최소화하는 방식을 취한다.

2.2 켈스트럼 분석

켈스트럼은 임의의 주어진 신호에 대해 푸리에 변

환(Fourier transform)을 수행하여 스펙트럼을 구하고 이 스펙트럼의 로그값에 역 푸리에 변환(inverse Fourier transform)을 수행한 결과이다. 이러한 의미를 담아 ‘spectrum’에서 첫음절 ‘spec’을 ‘ceps’로 뒤집어 용어를 정의했다. 캡스트럼은 복소(complex), 실(real), 파워(power) 캡스트럼으로 구분할 수 있으며, 시간 영역에서의 신호 $x(t)$ 의 푸리에변환을 $F\{x(t)\}$ 라고 하면 파워 캡스트럼은 다음 식 (5)와 같이 표현된다.

$$C_p(\tau) = |F^{-1}\{\log(|F\{x(t)\}|^2)\}|^2 \quad (5)$$

여기서 F^{-1} 는 역푸리에변환을 의미한다. 이처럼 $C_p(\tau)$ 는 신호 $x(t)$ 의 시간 영역에 대응하는 영역으로의 변환이며, 시간 축의 독립변수는 ‘frequency’의 일부 문자의 순서를 바꾸어 ‘quefrequency’라고 부르며 시간의 차원을 갖는다. 비슷한 방식으로 ‘harmonics’를 ‘rahmonics’로 ‘filter’를 ‘lifter’로 ‘magnitude’를 ‘gamnitude’ 등으로 대응한다. 이 변환은 신호에 내재된 주기성에 관한 정보를 쉽게 표현하는 장점이 있어서 일정한 시간 간격으로 반복되는 주기를 결정하는데 널리 이용되고 있다. 캡스트럼에서 나타나는 rahmonics 중에서 첫 번째로 크게 나타나는 첨두(first rahmonic peak)가 fundamental quefrequency에 해당하며, 그 역수를 취하면 신호 $x(t)$ 의 기본진동수가 된다. 전반적인 캡스트럼 분석 절차와 예시(7)를 간략히 도시하면 Fig. 1과 같다.

3. 케이블 진동 신호 분석

3.1 대상 케이블

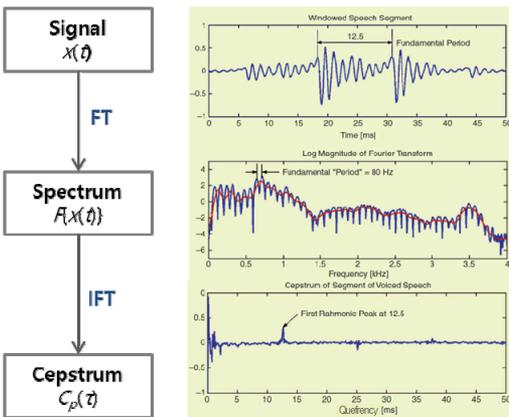


Fig. 1 Illustrated procedure of cepstral analysis

진동 신호 분석에 사용된 케이블은 고속도로 사장교 구간에 설치된 것이다. Fig. 2와 같이 사장교 보강거더는 5경간 연속(60 + 200 + 470 + 200 + 60 = 990 m)이며, 케이블은 두 개의 H형 주탑을 중심으로 마치 부채꼴 모양으로 배치되어 주탑과 보강거더를 서로 연결한다. 케이블은 상·하행측 각각 18개/면 × 4면으로 총 144개로 구성되어 있으며, 길이는 54 m ~ 247 m에 이른다. 케이블 한 개는 37 가닥 ~ 91 가닥의 강연선(strands) 다발로 구성되며, 지름 18 cm ~ 28 cm 크기의 고밀도 폴리에틸렌(HDPE) 보호관 내에 삽입되어 있다. Fig. 2에 표시한 것처럼 교량 SHMS의 일부로 총 24개의 가속도계가 상·하행측 케이블 보호관 표면에 영구 부착되어 있으며, 상시 진동 신호는 100 Hz로 실시간 수집되어 매 10분 간격으로 데이터 처리 후 저장되고 있다. 참고로 케이블 표기는 상행은 U, 하행은 D로 구분하며, 좌측에서 우측으로 순서대로 1부터 72까지 번호를 부여하였다.

3.2 고유진동수 추출 시 문제점

식 (2)나 식 (4)와 같이 진동법으로 케이블 장력을 산정하기 위해서는 주파수 영역에서 n 과 f_n 에 해당하는 첨두 추출(peak-picking)을 정확히 해야 한다. 하지만 공용 중인 장대교량에서는 가진 방식이 아닌 미소한 상시 진동 신호로부터 만들어진 파워 스펙트럼의 특질이 좋지 않으면 첨두값들을 추출하기가 쉽지 않다. 이로 인해 저주파 대역에서 어떤 첨두가 f_1 인지 어떤 첨두가 f_2 인지를 결정하거나, 고주파 대역에서 $f_n=x$ 가 몇 번째 진동 모드차수에 해당하는지 구분하기 어려운 사례가 발생한다.

실제로 교량에서는 케이블의 유효길이가 충분히 길어서 케이블 기본진동수는 대체로 낮은 주파수 대역에 속한다. 또한 케이블은 주탑과 보강거더를 연결

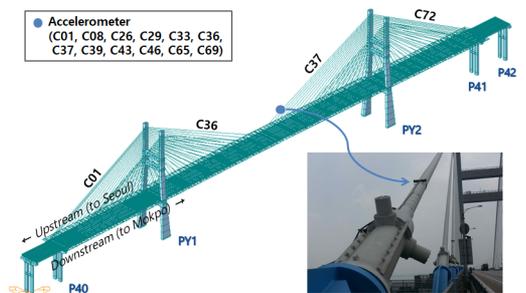


Fig. 2 3-D bridge shape and accelerometer layout

하는 부재이기 때문에 Fig. 3과 같이 저주파 대역에서는 이들 구조계의 고유진동수와 일부 커플링 (coupling) 되기도 한다. 고주파 대역에서는 Fig. 4와 같이 주행 차량이나 바람 등에 의한 영향이 포함되어 침두가 명확히 구별되지 않기도 한다. 이 외에도 센서 고장, 노이즈, 신호처리 누설오차 등도 침두 추출

에 영향을 끼친다.

한편 케이블 장력은 부재 온도 상승과 하강, 활하중 증가, 구조계 변화 등으로 인해 시간에 따라 변할 수 있다. Fig. 5는 케이블 길이가 매우 긴 C01U와 C01D의 연간 일평균 케이블 장력을 나타낸 것으로 일, 계절에 따른 온도 변화로 인해 장력이 변하는 것

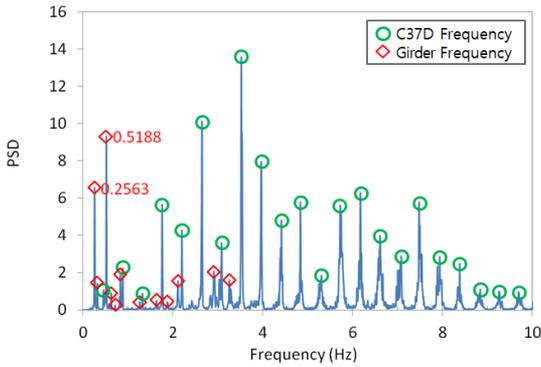


Fig. 3 Cable frequencies coupled with natural frequencies of girder

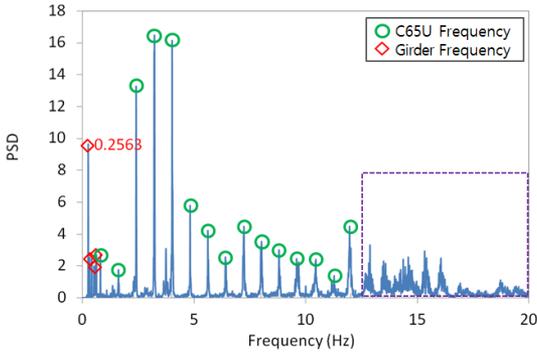


Fig. 4 Cable frequencies mixed with traffic loads, strong winds, and etc.

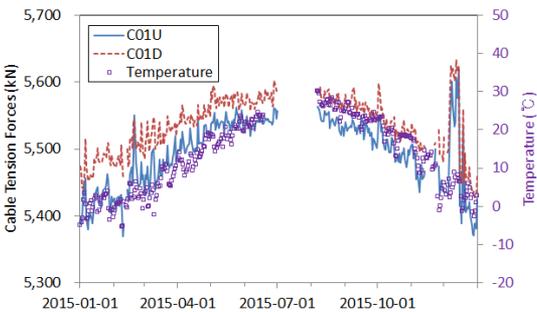
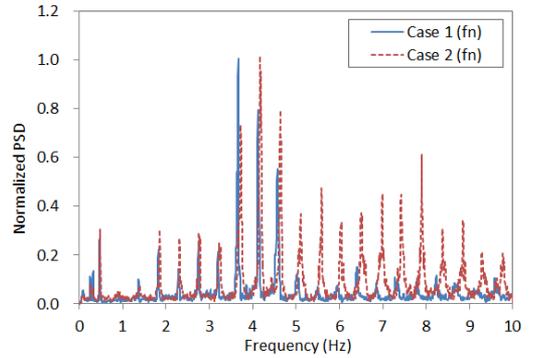
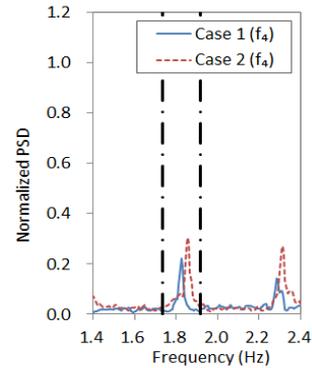


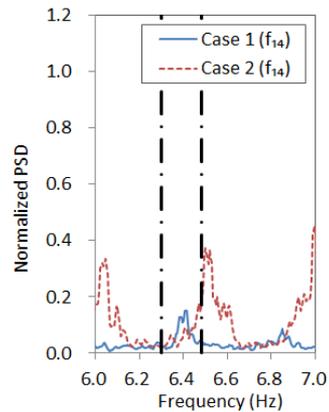
Fig. 5 Yearly variations of cable tension forces



(a) f_n



(b) f_4



(c) f_{14}

Fig. 6 Load-deflection measurements for representative wire mesh mount prototypes

을 볼 수 있다. Fig. 5에서 2015년 12월에는 일시적인 장력 증가 현상이 눈에 띄는데, 이는 온도 변화로 인한 것이 아니라 12월 3일 케이블 낙뢰·화재 사고로 C72D가 끊어지는 구조계 변화로 인해 전체 케이블 장력에 변화가 발생했기 때문이다.

이처럼 케이블 장력이 변한다는 것은 같은 의미로 f_n 과 f_0 이 달라진다는 것을 말한다. Fig. 6(a)는 2019년 3월 온도가 10.0 °C로 낮았을 때(case 1)와 같은 해 7월 온도가 30.3 °C로 높았을 때(case 2) 측정된 C01D의 파워 스펙트럼을 나타낸 것이다. 온도차 영향으로 인해 f_n 이 서로 다르게 나타나는 것을 알 수 있으며, case 1의 f_0 는 0.4566 Hz, case 2의 f_0 는 0.4673 Hz로 계산되었다.

다수의 장대교량에 구축된 SHMS은 f_n 을 자동 추출하는 과정에서, 프로그램은 이미 알려져 입력된 케이블의 기본진동수(f_0^*) 및 고유진동수($f_n^* = n \times f_0^*$, $n = 1, \dots, m$)를 기준으로 좌우 일정 간격 내에서 첨두값을 찾는 방식으로 구현되어 있다. 만약 측정된 f_0 이 f_0^* 와 같거나 변화가 크지 않다면 주어진 $m \times f_0^*$ 주변에서 f_m 의 첨두값을 정확히 찾을 수 있다. 하지만 Fig. 6(a)처럼 온도 변화로 인해 f_0 가 유의미하게 변하는 경우, Fig. 6(b)에서 case 1과 case 2 모두 정해진 구간 내에서 저차모드인 f_4 의 첨두값을 찾지만, Fig. 6(c)에서 case 2는 정해진 구간 내에서 고차모드인 f_{14} 의 첨두값을 찾지 못하거나 비정상 값을 추출하는 오류가 발생한다.

결과적으로 정리하면 Fig. 3, Fig. 4 및 Fig. 6에서 알 수 있듯이 외부로부터의 저주파 및 고주파 성분의 영향과 함께 케이블 장력 자체가 변하기 때문에 f_n 과 f_0 을 관리자가 수동으로 찾거나 자동으로 추출하는 프로그램을 만드는 것이 쉽지 않다. 더구나 이 연구의 대상교량처럼 측정해야 할 케이블의 수량이 많고, 측정횟수와 분석할 모드의 갯수가 증가할수록 하나하나 첨두값을 찾는 것은 상당한 시간과 노력이 필요하다.

3.3 켈스트럼을 이용한 개선

앞서 Fig. 6(a)의 주파수 영역 스펙트럼에서 f_0 간격으로 규칙적으로 케이블 고유진동수가 나타나는데 이는 일종의 조화성분으로 간주할 수 있다. 따라서 이 연구에서는 케이블 처짐 효과가 큰 f_1 을 제외한 다른 f_n 은 주파수 영역에서 주기성을 갖는다고 가정하여 f_0 을 찾는데 켈스트럼 분석을 이용하였다. 이렇

게 경우 $n(n = 1, \dots, m)$ 에 해당하는 f_n 을 수동으로 찾고 f_0 을 따로 계산하지 않아도 되므로 3.2절에서 제기된 문제점을 개선하면서 계산시간 단축과 함께 자동화가 가능하다. 역으로 켈스트럼 분석을 통해 구해진 f_0 을 f_0^* 으로 활용하면 Fig. 6(c)에 나타난 문제점도 개선된다. 한편 2.2절에서 설명한 것처럼 켈스트럼에서 첫 번째로 가장 크게 나타나는 첨두가 fundamental quefrequency(이하 기본주기(T_{f_0})로 표기)를 의미한다. 따라서 이 연구에서는 켈스트럼에서 보다 뚜렷하고 명확히 구분되는 T_{f_0} 을 얻기 위해 스펙트럼 데이터 전처리 과정을 제시하였다.

첫 번째로 외부로부터의 저주파 성분 영향을 최소화하기 위해 0 Hz부터 $3 \times f_0^*$ Hz까지는 0으로 대체하였다. 이를 통해 케이블 처짐 효과가 반영된 f_1 과 구조계의 고유진동수의 효과는 상당수 제거된다.

두 번째로 외부 고주파 성분 영향을 줄이기 위해 $20 \times f_0^*$ Hz 대역 이상은 0으로 대체하였다. 이를 통해 스펙트럼에서 케이블 진동에 의한 조화성분만이 강조된다.

세 번째로 대역통과 lifter를 사용하여 노이즈 영향은 줄이면서 관심 quefrequency 영역만 통과되도록 하였다. Mordini, A. et al.⁽¹²⁾은 많은 사장교 케이블의 고유진동수에 대한 실측 데이터베이스를 만들어 케이블 길이에 따른 1차 고유진동수 추세식을 다음 식 (6)과 같이 제시하였다.

$$f_1 = 90.07L^{-0.96} \tag{6}$$

사장교 케이블 길이가 통상 35 m ~ 350 m 범위에서 가설되는 것을 감안하면 케이블의 첫 번째 고유진동수는 0.3 Hz ~ 3.0 Hz 범위에 해당한다. 이를 반영하여 대역통과 lifter를 설계하였다.

네 번째로 켈스트럼은 스펙트럼의 스펙트럼을 다루기 때문에 quefrequency 분해능(resolution) dT_f 가 중요하다. 만약 dT_f 가 0.01 s이고 길이가 긴 케이블의 $T_{f_{0,L}}$ 가 2.00 s ($f_{0,L} = 0.5$ Hz), 길이가 짧은 케이블의 $T_{f_{0,S}}$ 가 0.50 s ($f_{0,S} = 2.0$ Hz)라고 가정할 때, dT_f 만큼 첨두 간격이 달라지면 기본진동수 계산에 다음 식 (7)과 식 (8)과 같은 오차가 발생된다.

$$error(f_{0,L}) = \frac{\left(\frac{1}{2.00} - \frac{1}{2.01}\right)}{\left(\frac{1}{2.00}\right)} \times 100 = 0.5\% \tag{7}$$

$$error(f_{0,s}) = \frac{\left(\frac{1}{0.50} - \frac{1}{0.51}\right)}{\left(\frac{1}{0.50}\right)} \times 100 = 2.0\% \quad (8)$$

즉, 주기가 작고 길이가 짧은 케이블의 오차가 크게 된다. 따라서 정확도 향상을 위해서는 quefrequency의 분해능을 높이는 것이 필요하다. 이를 위해 제로 패딩(zero padding) 기법을 적용하였으며, 캡스트럼 분석 전 단계인 스펙트럼 분석 시 사용된 데이터 수인 2^N 의 2배(2^{N+1})까지 0을 추가로 붙여넣었다.

3.4 적용 및 검증

케이블 가속도 신호는 Fig. 7과 같이 100 Hz 샘플링으로 10분간 수집된 데이터를 사용하였다. 먼저 이산 푸리에 변환(DFT) 데이터 수는 2^{14} 를 적용하고 3차 Butterworth 대역통과 필터 및 Hanning 윈도우를 사용한 스펙트럼 분석을 수행하여 Fig. 8과 같은 주파

수 성분을 얻었다. 다음 단계로 3.3 절의 스펙트럼 데이터 전처리 과정을 거친 후, 캡스트럼 분석을 수행하여 Fig. 9와 같은 시간 영역의 결과를 얻었다. 스펙트럼 데이터 전처리를 통해 첨두값이 보다 명확히 구

Table 1 Comparison of fundamental frequencies

| Cable no. | [Method 1] f_0 (Hz) by peak-picking | | [Method 2] f_0 (Hz) by proposed cepstral analysis | | | | | |
|-----------------|------------------------------------------|--------------|--------------------------------------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| | Test in 2001 | Test in 2011 | Test in 2019 | | | | | |
| | | | 09-06 15:00 | 09-06 15:00 | 09-07 00:10 | 09-07 13:00 | 09-07 18:00 | 09-08 13:00 |
| C01U | 0.466 | 0.462 | 0.463 | 0.467 | 0.467 | 0.467 | 0.467 | 0.467 |
| C01D | 0.466 | 0.461 | 0.462 | 0.467 | 0.467 | 0.467 | 0.467 | 0.467 |
| C08U | 0.821 | 0.823 | 0.817 | 0.833 | 0.820 | 0.807 | 0.807 | 0.820 |
| C08D | 0.814 | 0.813 | 0.806 | 0.820 | 0.807 | 0.794 | 0.794 | 0.820 |
| C26U | 0.910 | 0.917 | 0.923 | 0.926 | 0.909 | 0.909 | 0.909 | 0.926 |
| C26D | 0.924 | 0.936 | 0.933 | 0.943 | 0.926 | 0.926 | 0.926 | 0.943 |
| C29U | 0.749 | 0.750 | 0.747 | 0.758 | 0.746 | 0.746 | 0.735 | 0.746 |
| C29D | 0.759 | 0.765 | - | - | - | - | - | - |
| C33U | 0.639 | 0.636 | - | - | - | - | - | - |
| C33D | 0.626 | 0.627 | 0.622 | 0.633 | 0.625 | 0.617 | 0.625 | 0.625 |
| C36U | 0.453 | 0.453 | 0.453 | 0.459 | 0.455 | 0.455 | 0.455 | 0.459 |
| C36D | 0.446 | 0.445 | 0.441 | 0.446 | 0.446 | 0.443 | 0.443 | 0.446 |
| C37U | 0.449 | 0.448 | 0.445 | 0.446 | 0.446 | 0.446 | 0.443 | 0.446 |
| C37D | 0.445 | 0.442 | 0.442 | 0.446 | 0.446 | 0.446 | 0.443 | 0.446 |
| C39U | 0.601 | 0.597 | 0.596 | 0.602 | 0.595 | 0.602 | 0.588 | 0.595 |
| C39D | 0.599 | 0.597 | 0.596 | 0.602 | 0.595 | 0.595 | 0.588 | 0.595 |
| C43U | 0.702 | 0.706 | 0.702 | 0.704 | 0.704 | 0.704 | 0.694 | 0.704 |
| C43D | 0.706 | 0.712 | 0.714 | 0.714 | 0.714 | 0.714 | 0.704 | 0.714 |
| C46U | 0.863 | 0.871 | 0.868 | 0.877 | 0.862 | 0.862 | 0.862 | 0.877 |
| C46D | 0.873 | 0.880 | 0.877 | 0.877 | 0.877 | 0.877 | 0.862 | 0.877 |
| C65U | 0.808 | 0.811 | 0.805 | 0.820 | 0.807 | 0.794 | 0.807 | 0.807 |
| C65D | 0.796 | 0.800 | 0.795 | 0.794 | 0.794 | 0.794 | 0.794 | 0.794 |
| C69U | 0.570 | 0.563 | 0.555 | 0.556 | 0.556 | 0.550 | 0.556 | 0.556 |
| C69D | 0.557 | 0.551 | 0.547 | 0.550 | 0.550 | 0.544 | 0.550 | 0.550 |
| Total | 14.64 | 14.66 | 14.61 | 14.74 | 14.61 | 14.56 | 14.52 | 14.68 |
| Diff. ('19/'11) | -0.1% | - | -0.4% | 0.5% | -0.3% | -0.7% | -1.0% | 0.1% |

Note: Accelerometers of C29D and C33U are malfunctioned and not included in the total.

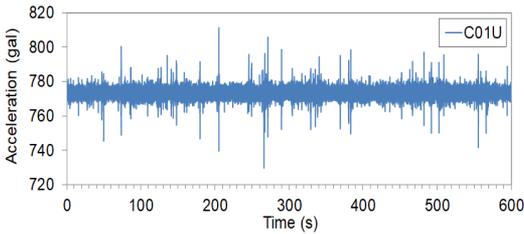


Fig. 7 Time history of cable acceleration

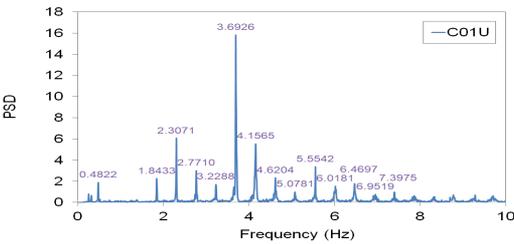


Fig. 8 PSD of cable acceleration

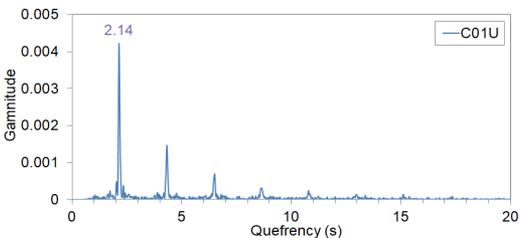


Fig. 9 Cepstrum of cable acceleration

분되며 0에 가까운 대역도 안정적인 것을 Fig. 9를 통해 알 수 있다. 첫 번째 첨두값 T_{f_0} 가 2.14 s에서 나타나므로 C01U의 f_0 는 $1/2.14 = 0.4673$ Hz인 것을 쉽게 알 수 있다.

이 연구에서 제시된 켈스트럼 분석 기법의 타당성을 검증하기 위해 2019년 9월 7일 태풍 링링(Ling Ling)이 대상교량 인근을 통과했던 시기를 전후로 수집된 총 24개 케이블의 가속도 신호를 대상으로 분석을 수행하였다. Table 1은 켈스트럼 방법(Method 2 - 제안 방법)과 함께 파워 스펙트럼에서 수동으로 직접 첨두값을 고르는 peak-picking 방법(Method 1 - 기존 방법)을 비교 정리한 것이다. 참고로 합(total) 분석오차는 2011년 정밀안전진단 분석 결과를 기준으로

설정하였다. 먼저 태풍이 영향을 미치지 전인 2019년 9월 6일 15:00 데이터 분석 결과를 보면 두 방법(Method 1, Method 2) 모두 $\pm 0.5\%$ 범위에서 일치되게 기본진동수가 추출되어 켈스트럼 분석 기법이 유효한 방법임을 확인할 수 있었다. 이후 켈스트럼 분석 기법으로 태풍 영향 시작(9.7 00:10), 최근점(9.7 13:00), 영향 끝(9.7 18:00), 평상 시(9.8 13:00) 데이터를 신속하게 분석하였으며, $\pm 1.0\%$ 이내에서 기본진동수를 제대로 추출할 수 있었다. 태풍 전후로 케이블 기본진동수 변화가 크지 않았다는 점과 2001년부터 2019년까지 오차 변화도 크지 않았다는 점에서 케이블 장력은 건전한 상태로 유지되고 있다고 평가할 수 있다.

한편 켈스트럼 분석 기법을 교량 SHMS의 자동 분석 프로그램으로 사용 검토하기 위해 2019년 2월 28일부터 12월 31일까지 장기간 매일 03:00와 15:00에 수집된 케이블 가속도 신호를 대상으로 일괄처리 분석을 수행하였다. 대표적으로 Fig. 10 ~ Fig. 12는 C01D, C26D, C36D의 기본진동수 추출 결과를 도시한 것으로서 기본진동수가 정상적으로 추출되었음을 확인할 수 있다. C01D의 f_0 는 Fig. 5와 마찬가지로 경향으로 온도에 선형 비례하며, C26D의 f_0 는 온도에 선형 비례하나 그 영향이 크지 않으며, C36D의 f_0 는 온도에 선형 반비례한다. 이는 온도하중에 대한 구조 해석 결과와도 일치하는 경향이다. 이처럼 장기 데이터의 분석 결과로부터 다양한 외적 영향이 반영된 조건에서도 켈스트럼 분석 기법이 매우 안정적으로 적용될 수 있음을 확인할 수 있었다.

4. 결 론

이 연구에서는 사장교 케이블의 진동 신호로부터 케이블 장력 산정에 필요한 기본진동수(f_0)를 비교적 빠르고 쉽게 추출하기 위해 켈스트럼 분석 기법을 적용하였다. 또한, 사장교 케이블의 기본진동수 추출에 최적화된 스펙트럼 데이터 전처리 기법을 제시하여 추출의 정확도를 높였다. 개선된 켈스트럼 방법을 이용하면 주파수 영역에서 케이블의 진동 모드차수(n)에 해당하는 개별 고유진동수(f_n)를 하나하나 번거롭게 찾지 않아도 되므로 분석시간이 상당히 절약되었으며, 자동화된 프로그래밍 구현이 가능하였다.

공용 중인 사장교의 SHMS에서 수집된 다양한 캐

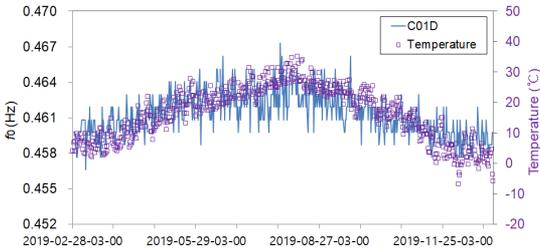


Fig. 10 Fundamental frequencies of C01D by cepstral analysis

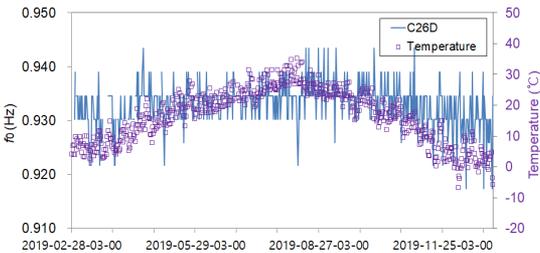


Fig. 11 Fundamental frequencies of C26D by cepstral analysis

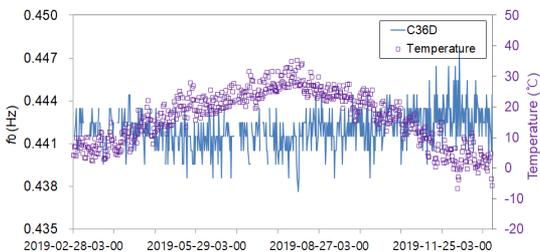


Fig. 12 Fundamental frequencies of C36D by cepstral analysis

이블 상시 진동 신호에 적용한 결과, 개선된 캡스트럼 방법을 통해 자동으로 추출된 기본진동수는 파워스펙트럼에서 수동으로 추출된 결과값과 잘 일치하였다. 또한, 온도, 바람, 활하중과 같은 다양한 외적 영향이 반영된 장기간의 가속도 데이터에도 적용한 결과, 왜곡없이 매우 안정적으로 기본진동수를 추출할 수 있음을 확인할 수 있었다.

References

(1) Fang, Z. and Wang, J., 2012, Practical Formula for Cable Tension Estimation by Vibration Method, *Journal of Bridge Engineering*, Vol. 17, No. 1, pp. 161 ~ 164.

(2) Park, J. C., Park, C. M. and Song, P. Y., 2004, Evaluation of Structural Behaviors Using Full Scale Measurements on the Seo Hae Cable-stayed Bridge, *Journal of the Korean Society of Civil Engineers*, Vol. 24, No. 2A, pp. 249 ~ 257.

(3) Mack, T. and Geier, R., 2018, Methods for Fast and Reliable Determination of Damping and Tension Force of Stay Cables, *Proceedings of the 9th International Conference on Bridge Maintenance, Safety and Management*, Melbourne, Australia, pp. 2724 ~ 2731.

(4) Kim, B. H., Park, T., Shin, H. and Yoon, T. Y., 2007, A Comparative Study of the Tension Estimation Methods for Cable Supported Bridges, *International Journal of Steel Structures*, Vol. 7, No. 1, pp. 77 ~ 84.

(5) Bogert, B. P., Healy, M. J. R. and Tukey, J. W., 1963, The Queffreny Analysis of Time Series for Echoes: Cepstrum, Pseudo Autocovariance, Cross-cepstrum and Saphe Craking, *Proceedings of the Symposium on Time Series Analysis*, pp. 209 ~ 243.

(6) Randall, R. B., 2017, A History of Cepstrum Analysis and Its Application to Mechanical Problems, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 97, pp. 3~19.

(7) Oppenheim, A. V. and Schaffer, R. W., 2004,

From Frequency to Queffreny: A History of the Cepstrum, *IEEE Signal Processing Magazine*, Vol. 21, No. 5, pp. 95 ~ 106.

(8) Smith, S. W. and Campbell, J. E., 2002, Testing and Model Verification of the Maysville Kentucky Bridge Stay Cables, *Proceedings of the 20th International Modal Analysis Conference*, Los Angeles, CA, USA, pp. 1050~1056.

(9) Kim, N. S. and Jeong, W., 2002, Evaluation of Tension Force of Stay Cables Using Vibration Method, *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 12, No. 12, pp. 956 ~ 963.

(10) Ahn, S. S. and Cho, M. J., 2000, Study on Devices for Suppressing Vibration of Bridges, *Korea Highway Corporation*, Report No. HRC 00-30.

(11) Irvine, H. M., 1981, *Cable Structures*, The MIT Press, Cambridge, MA.

(12) Mordini, A., Savov, K. and Wenzel, H., 2008, Damage Detection on Stay Cables Using an Open Source-based Framework for Finite Element Model Updating, *Structural Health Monitoring*, Vol. 7, No. 2, pp. 91 ~ 102.



Jong-Chil Park received Ph.D. degree in Civil Engineering from Hanyang University. He works for the Korea Expressway Corporation Research Institute. His research is directed on bridge engineering with focus on structural health monitoring and cable-supported bridges' maintenance.



Jun-Sang Cho received Ph.D. degree in Civil Engineering from Suwon University. He works for the Korea Expressway Corporation Research Institute. His research interests are in the area of structural design and construction of long-span bridges.