Trans. Korean Soc. Noise Vib. Eng., 31(1) : 64~72, 2021
https://doi.org/10.5050/KSNVE.2021.31.1.064

한국소음진동공학회논문집 제 31 권 제 1 호, pp. 64~72, 2021
ISSN 1598-2785(Print), ISSN 2287-5476(Online)

전달행렬법을 이용한 집중 질량 진자형 원심진자 흡진기 검토

Investigation of the Point-Mass Pendulum Centrifugal Pendulum Absorber Using Transfer Matrix Method

곽 규 빈* · 이 형 일†

Gyubin Kwak* and Hyeong-ill Lee†

(Received November 9, 2020 ; Revised December 31, 2020 ; Accepted January 7, 2021)

Key Words : Transfer Matrix(전달행렬), Centrifugal Pendulum Absorber(원심진자흡진기), Vibration Isolator (진동절연기), Accelerance(가속도 주파수 응답 함수), Dynamic Characteristics(동특성)

ABSTRACT

The transfer matrix for a simple centrifugal pendulum absorber (CPA) is defined using the vector-type four-pole parameter method. The matrix is validated by comparing the angular accelerance of the absorber obtained by the transfer-matrix method (TMM) adopting derived matrix with the angular accelerance from the traditional method using inertia, stiffness, and damping matrices. Then, TMM is used to calculate the angular displacement transmissibility of a base excited 2-degree-of-freedom system. The optimal configuration of the CPA is investigated using the transfer matrix derived in the first step. The displacement transmissibility of the system modified by the CPA is compared with that of the original system to determine the effect of the CPA. Finally, the displacement transmissibility of a system modified by the CPA is compared with that of the system using a classical dynamic absorber. The results indicate that the transfer matrix introduced in this study can be utilized to investigate the performance of the given CPA and determine the optimal configuration of the CPA for the given requirements.

1. 서 론

회전 진동 시스템에서 각 요소 사이의 진동을 저감하기 위한 여러 가지 연구가 진행되어 왔으며 여러 가지 방법과 시스템(흡진기, 진동 절연기 등)이 소개되었다. 특히 이러한 방법 중 하나는 진자의 원심력을 이용해 회전 속도에 비례하는 주파수(목표 차수)에서 저감효과를 가지는 원심진자 흡진기(centrifugal pendulum absorber; CPA)가 있다. Taylor, E. S.[1]는 CPA 시스템을 항공기용 방사형 엔진에 적용하여 효율성을 검증하였고, Denmant, H. H.[2]의 연구에서는 진자의 경로에 따른 흡진기의 효율성을 검증하였다. Shi, C. et al.[3]의 연구에서 CPA의 동적 특성과 안정성을 연구하였다. Wedin, A.[4]는 다양한 형태의 CPA 시스템에 대하여 운동방정식을 유도하고 각각의 동적 특성을 연구하였다.

복잡한 시스템을 해석할 때는 많은 방법이 있지만

† Corresponding Author ; Member, School of Automotive Engineering, Kyungpook National University, Professor
E-mail : hilee@knu.ac.kr
* Member, School of Automotive Engineering, Kyungpook National University, Student

‡ Recommended by Editor Young Cheol Huh

ⓒ The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

그 중 하나의 방법은 전제 시스템을 하위 구성 요소들로 나누고 각각의 특성을 정의한 뒤 이들을 이용하여 전체의 시스템 특성을 파악하는 방법이다. 하위 구성요소의 특성을 정의할 때 입력과 출력 사이의 관계를 주파수 함수로 정의하는 방법이 4단정수법이다. 이러한 접근 방법은 전체 시스템의 전달 행렬을 하위 요소들의 전달행렬의 단순한 곱으로 나타낼 수 있다는 장점이 있다[5~7].

이 연구에서는 단순한 형태의 원심진자 흡진기에 대한 전달행렬을 유도한다. 이렇게 정의된 전달행렬의 타당성을 검증하기 위해 CPA 시스템이 포함된 간단한 시스템의 응답 특성을 유도된 전달행렬을 이용해 계산하고 이를 전통적인 방법으로 구한 응답특성과 비교하였다. 다음으로 3 자유도 회전 진동 시스템의 진동을 저감하기 위한 CPA의 최적 제원을 설계하고 이를 시스템에 적용했을 때 나타나는 각 변위 전달률 저감 효과를 확인한다. 마지막으로 목표 주파수에 진동 저감을 목적으로 한 기존의 동흡진기를 적용한 시스템의 응답특성을 전달행렬로 응답 특성을 구하고 CPA의 응답 특성과 비교하여 효율성을 검증한다.

2. 원심진자 흡진기(CPA)

이전 연구에서 보는 바와 같이, 원심진자 흡진기는 항공기용 엔진, 자동차 엔진 및 구동계 등 다양한 회전 시스템에 사용된다. 다음 Fig. 1은 자동차 구동계에 이중 질량 플라이휠(dual mass flywheel; DMF)과 CPA를 부착하여 회전 진동 전달률을 감소시키는 구조의 예이다[4]. 원심진자 흡진기는 일반적인 동흡진기와 다르게 진동을 저감하는 목표주파수가 시스템 회전 속도에 특정한 비율(차수-order)로 비례하는 특성을 가지며, 따라서 시스템의 전체 회전 속도 영역에서 해당 차수의 진동 전달률을 감소시킬 수 있다.

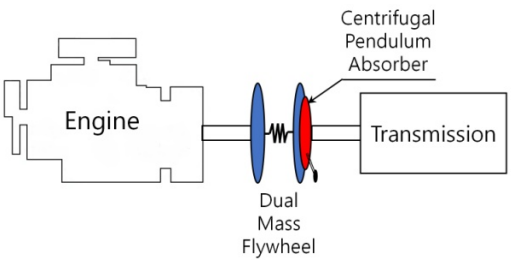


Fig. 1 Simple sketch of a modern powertrain with CPAs attached to the DMF on the gearbox side

2.1 CPA의 운동방정식

CPA의 운동방정식은 lagrange equation을 이용하여 유도할 수 있다. Fig. 2에서 CPA의 운동 에너지를 나타내면 식 (1)과 같다.

$$T=\frac{1}{2}m|v|^2+\frac{1}{2}J\dot{\theta}^2+\frac{1}{2}I(\dot{\theta}+\dot{\phi})^2 \tag{1}$$

여기서 v는 흡진기의 속도를 나타내고 J와 I는 각각 로터와 원심진자 흡진기의 질량관성모멘트이며 θ와 ϕ는 각각 로터와 원심진자 흡진기의 회전각도이다.

Fig. 2의 수직 하방으로 중력이 작용하고 그 영향이 원심력에 비해 무시할 수 없을 정도로 크다고 가정하면 CPA의 위치 에너지는 식 (2)와 같다[4].

$$V=mg\{R\sin(\theta)+r\sin(\theta+\phi)\} \tag{2}$$

Fig. 2에서 진자(pendulum)가 로터와 연결된 지점을 피벗(pivot)이라고 한다. R은 로터의 중심과 피벗까지의 거리이고 r은 피벗에서 진자까지의 거리이다. 피벗과 진자의 좌표를 식으로 나타내면 식 (3)과 같다[4].

$$x_1=R\cos(\theta) \tag{3a}$$

$$y_1=R\sin(\theta) \tag{3b}$$

$$x_2=R\cos(\theta)+r\cos(\theta+\phi) \tag{3c}$$

$$y_2=R\sin(\theta)+r\sin(\theta+\phi) \tag{3d}$$

x_2와 y_2를 시간에 대해 미분하여 흡진기 진자의 속도를 구하면 식 (4)와 같다[4].

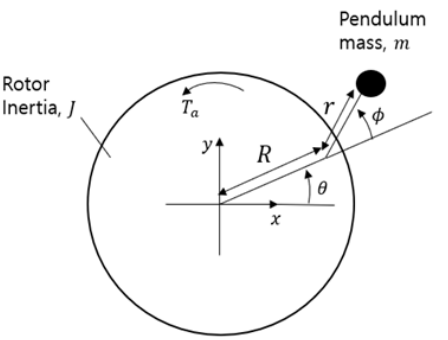


Fig. 2 Free body diagram of the simple type CPA unit with circular path

$$\dot{x_2}=-R\dot{\theta}\sin(\theta)-r(\dot{\theta}+\dot{\phi})\sin(\theta+\phi) \tag{4a}$$

$$\dot{y_2}=R\dot{\theta}\cos(\theta)+r(\dot{\theta}+\dot{\phi})\cos(\theta+\phi) \tag{4b}$$

진자의 속도 크기(속력) 및 그 제곱은 식 (5), (6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$|v|=\sqrt{\dot{x_2}^2+\dot{y_2}^2} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}|v|^2 &= 2r(Rcos(\phi)+r)\dot{\theta}\dot{\phi} \\ &+(R^2+r^2+2Rr\cos(\phi))\dot{\theta}^2+r^2\dot{\phi}^2\end{aligned} \tag{6}$$

이전 연구[3,4]에서 알 수 있는 바와 같이, 단순 집중 질량 진자형 원심진자 흡진기는 Arm의 질량 관성 모멘트는 무시할 수 있다고 가정하고 이와 같은 가정에 따르면 CPA의 질량 관성 모멘트는 CPA의 질량 m과 레버길이 r을 통해 식 (7)과 같이 구할 수 있다.

$$I=mr^2 \tag{7}$$

식 (6)을 식 (1)에 대입하여 운동에너지를 계산하면 식 (8)과 같다[4].

$$\begin{aligned}T=&\frac{1}{2}\left(J\dot{\theta}^2+mr^2(\dot{\theta}+\dot{\phi})^2\right) \\ &+\frac{1}{2}m\left[\left(R\dot{\theta}\cos(\theta)+r(\dot{\theta}+\dot{\phi})\cos(\theta+\phi)\right)^2\right] \\ &+\frac{1}{2}m\left[\left(R\dot{\theta}\sin(\theta)+r(\dot{\theta}+\dot{\phi})\sin(\theta+\phi)\right)^2\right]\end{aligned} \tag{8}$$

식 (8)에 주어진 운동에너지와 식 (2)에 주어진 위치에너지를 이용하여 원심진자 흡진기의 Lagrange equation을 나타내면 식 (9)와 같다[4].

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial\dot{\theta}}\right)-\frac{\partial L}{\partial\theta}=0 \tag{9a}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial\dot{\phi}}\right)-\frac{\partial L}{\partial\phi}=0 \tag{9b}$$

$$L=T-V \tag{9c}$$

CPA의 원심력에 비해 중력을 무시할 수 있다고 가정하고 위 식을 전개하여 정리하면 식 (10)과 같다[4].

$$[J+m(R+r)^2]\ddot{\theta}+mr(R+r)\ddot{\phi}=0 \tag{10a}$$

$$mr(R+r)\ddot{\theta}+mr^2\ddot{\phi}+mRr\Omega^2\phi=0 \tag{10b}$$

이 식에서 Ω는 시스템의 정상 회전속도를 의미한다.

식 (10b)를 mr^2로 나누어 정리하면 식 (11)과 같다.

$$\ddot{\phi}+\left(\frac{R\Omega^2}{r}\right)\phi=-\frac{(R+r)}{r}\ddot{\theta} \tag{11}$$

식 (11)를 통해 원심진자의 고유진동수를 구하면 식 (12)와 같다[4].

$$\omega_n=\Omega\sqrt{\frac{R}{r}} \tag{12}$$

식 (12)를 통해 원심진자는 회전속도에 비례하는 고유진동수를 가지며 그 비율은 $\sqrt{R/r}\ (=n)$이 됨을 알 수 있다. 이를 공진 조율 오더라 하고 CPA 시스템은 일반적으로 전체 시스템의 정상상태 회전수로 정의되는 명목회전수 Ω의 n차 오더 회전진동에 대해 저감효과를 나타낸다[4].

3. CPA의 전달행렬

3.1 CPA 전달행렬의 유도

Fig. 2에 설명된 단순 집중 질량 진자형 CPA의 개략도가 Fig. 3에 주어져 있다. Fig. 3에서 보는 바와 같이 이 시스템은 주 시스템의 회전 중심에서 반경 방향으로 R만큼 떨어진 위치의 피벗을 회전 중심으로 하는 반경 r의 단순 진자로 구성된다.

이 시스템에 가해지는 입력 torque와 그에 따른 입력 각속도는 식 (13), (14)와 같은 조화 함수 형태의 torque라고 가정한다.

$$T(t)=T+T_i(t) \tag{13a}$$

$$T_i(t)=|T_i|\sin(\omega t) \tag{13b}$$

$$\Omega(t)=\Omega+\Omega_i(t) \tag{14a}$$

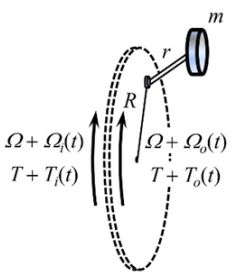


Fig. 3 Schematics of a simple centrifugal pendulum absorber

$$\Omega_i(t) = |\Omega_i| \sin(\omega t + \phi_i) \tag{14b}$$

선형 시스템으로 가정하면 $T_0(t)$와 $\Omega_0(t)$도 동일한 각진동수(ω)를 가진 조화 함수로 표시된다.

이전 연구에서 유성기어형 반공진 절연기 운동방정식을 유도했던 방법을 참고하여 CPA가 부착된 디스크의 입력 토크 및 각속도와 출력 토크 및 각속도의 관계를 분석하면 CPA에 의해 바뀐 전달행렬을 유도할 수 있다[7].

$$\Gamma_{\text{pen}} = \begin{bmatrix} (\alpha_{11})_{\text{pen}} & (\alpha_{12})_{\text{pen}} \\ (\alpha_{21})_{\text{pen}} & (\alpha_{22})_{\text{pen}} \end{bmatrix} \tag{15a}$$

$$(\alpha_{11})_{\text{pen}} = \frac{1+B}{B} \tag{15b}$$

$$(\alpha_{12})_{\text{pen}} = 0 \tag{15c}$$

$$(\alpha_{21})_{\text{pen}} = \frac{1}{i\omega m R^2 B(1+B)} \tag{15d}$$

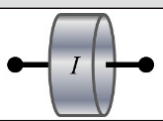
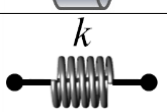
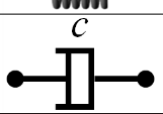
$$(\alpha_{22})_{\text{pen}} = \frac{B}{1+B} \tag{15e}$$

식 (15)에서 B는 R과 r의 비로 r/R이다.

Table 1에서 정의된 전달행렬을 통해서 CPA 시스템의 전달행렬을 유도할 수 있다. Fig. 3에 설명되어 있는 시스템은 원심진자와 등가의 스프링 감쇠기가 직렬로 연결된 시스템으로 모델링할 수 있다. 따라서 원심진자와 스프링 감쇠기 전달행렬을 조합하여 식 (16)과 같이 구할 수 있다.

$$\Gamma_{\text{cpa}} = \Gamma_{\text{pen}} \Gamma_k \tag{16a}$$

Table 1 Transfer matrices for the basic vibration elements

Element	Symbol	Transfer matrix [G]
Inertia		$\begin{bmatrix} 1 & i\omega I \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
Spring		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{i\omega}{k} & 1 \end{bmatrix}$
Damper		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{c} & 1 \end{bmatrix}$

$$\Gamma_{\text{k}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{i\omega}{k_{\text{cpa}} + i\omega c_{\text{cpa}}} & 1 \end{bmatrix} \tag{16b}$$

식 (16)에서 k_{cpa}와 c_{cpa}는 CPA의 강성과 감쇠를 나타낸다. k_{cpa}의 값은 CPA의 강성 값으로 $mRr\Omega^2$이고 c_{cpa}는 CPA 점성 감쇠계수 값으로 Rayleigh 감쇠를 이용하여 구하였다. CPA 점성 감쇠계수 값으로 Rayleigh 감쇠를 이용하여 구하였다.

이를 통해 얻어진 전달행렬과 입출력 토크 사이의 관계를 나타내면 식 (17)과 같다.

$$\begin{bmatrix} T_i \\ \Omega_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\alpha_{11})_{\text{cpa}} & (\alpha_{12})_{\text{cpa}} \\ (\alpha_{21})_{\text{cpa}} & (\alpha_{22})_{\text{cpa}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_0 \\ \Omega_0 \end{bmatrix} \tag{17}$$

따라서 입력 토크와 출력 각 가속도 사이의 관계는 식 (18)로 나타낼 수 있다.

$$T_i = (\alpha_{12})_{\text{cpa}} \Omega_0 \Big|_{T_0 = 0} \tag{18a}$$

$$(i\omega)\frac{\Omega_0}{T_i} = \frac{i\omega}{(\alpha_{12})_{\text{cpa}}} \Bigg|_{T_0 = 0} \tag{18b}$$

3.2 전달행렬의 검증

위에서 유도한 전달행렬을 통해 구한 응답 특성과 전통적인 방법으로 구한 응답 특성을 구하여 전달행렬의 타당성을 검증한다. 검증할 시스템은 Fig. 4와 같다.

이 시스템은 관성 모멘트를 무시할 수 있는 두 개의 디스크로 이루어져 있고 사이에 스프링 감쇠기가 있고 입력 측 디스크에는 원심진자 흡진기가 부착되어 있다. 그리고 입력 측 디스크에 $T + T_i(t)$의 토크가 가해진다. 여기서 T는 명목토크이며 $T_i(t)$는 식 (13b)에 주어진 변동 토크이다. 이 변동 토크의 각진동수 ω는 명목 회전수 Ω의 2배에 해당한다고 가정한다. I_i의 각도를 θ_i, I_0의 각도는 θ_0, CPA의 각도는 ϕ로 하였다.

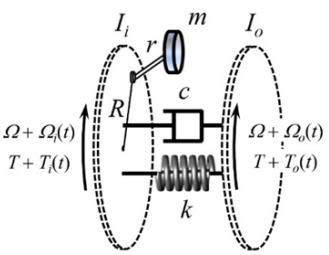


Fig. 4 Mechanical model of the validation system

시스템의 제원은 Table 2와 같다. 순순하게 흡진기와 스프링 감쇠기의 특성을 파악하기 위하여 두 디스크의 관성은 무시할 수 있다고 가정하였다. 또한, CPA의 효과 범위를 고려하여 m은 1 kg으로 선정하였으며 변동 토크의 각진동수(ω)를 고려하여 R과 r을 Table 2와 같이 각각 0.16 m와 0.04 m로 설정하였다. 시스템 강성은 3.1절에 주어진 $mRr\Omega^2$을 이용하여, 또한 감쇠는 Rayleigh 댐핑 가정에 따라서 식 (19)로 정의할 수 있다. 이 연구에서 a와 b는 각각 0.02 및 0.0005로 가정하였다.

$$c_{\text{cpa}} = \alpha(mr^2) + \beta(mRr\Omega^2) \tag{19}$$

식 (10a), (10b)에 주어진 운동방정식에 스프링과 감쇠기 관성을 추가하여 운동방정식을 세우면 식 (20)과 같다.

$$\left[I_i + m(R+r)^2\right]\ddot{\theta}_l + mr(R+r)\ddot{\phi} + k(\theta_i - \theta_0) = 0 \tag{20a}$$

$$mr(R+r)\ddot{\theta}_l + mr^2\ddot{\phi} + mRr\Omega^2\phi = 0 \tag{20b}$$

$$I_0\ddot{\theta}_0 - k(\theta_i - \theta_0) = 0 \tag{20c}$$

식 (20)의 운동방정식을 관성, 강성 행렬로 정리하고 Rayleigh 댐핑을 사용하여 감쇠 행렬을 구하면 식 (21)과 같다.

$$I = \begin{bmatrix} I_i + m(R+r)^2 & mr(R+r) & 0 \\ mr(R+r) & mr^2 & 0 \\ 0 & 0 & I_0 \end{bmatrix} \tag{21a}$$

$$K = \begin{bmatrix} k & 0 & -k \\ 0 & mRr\Omega^2 & 0 \\ -k & 0 & k \end{bmatrix} \tag{21b}$$

$$[C] = \alpha[I] + \beta[K] \tag{21c}$$

이 시스템에 조화 함수 형태의 토크가 가해지면 시스템의 각 가속도 응답은 식 (22)로 구할 수 있다.

$$\{\ddot{\Theta}\} = -\omega^2\left(-\omega^2\{I\} + i\omega[C] + [K]\right)^{-1}\{T\} \tag{22}$$

식 (22)에서 Θ는 입출력 응답 벡터로 $[\theta_i\ \phi\ \theta_0]^T$이고 ω는 입력 토크의 주파수, $\{T\} = [T\,0\,0]^T$는 입력 토크 벡터이다.

Fig. 4와 같이 두 디스크 사이에 스프링 감쇠기가 직렬로 연결되어 있고 원심진자 흡진기는 스프링 감쇠기와 병렬로 연결되어 있지만 I_0디스크에는 연결되어 있지 않는 모델이다. 이를 전체 전달행렬 Γ_{14}로 나타내면 식 (23)과 같다.

Table 2 Parameter of CPA system

Description			Unit	Value
Input/ output	Input disc	Inertia (I_i)	kgm^2	–
	Output disc	Inertia (I_0)	kgm^2	–
CPA system	Spring (k)		Nm/rad	4664.4
	Damper (c)		Nm/rad	2.33
	Pendulum	Mass	kg	1
		Length (R)	m	0.16
		Length (r)	m	0.04
	Arm	Stiffness (k_{cpa})	Nm/rad	157.91
		Damping (c_{cpa})	Nms/rad	0.079

$$\begin{Bmatrix} T_i \\ \Omega_i \end{Bmatrix} = \Gamma_{14}\begin{Bmatrix} T_0 \\ \Omega_0 \end{Bmatrix} = \Gamma_{12}\Gamma_{23}\Gamma_{34}\begin{Bmatrix} T_0 \\ \Omega_0 \end{Bmatrix} \tag{23a}$$

$$\Gamma_{12} = \begin{bmatrix} 1 & i\omega I_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{23b}$$

$$\Gamma_{34} = \begin{bmatrix} 1 & i\omega I_0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{23c}$$

Γ_{12}와 Γ_{34}는 Table 1에 설명되어 있는 Inertia의 전달행렬 부분이다. Fig. 4에서 보았듯이 두 디스크 I_i와 I_0사이를 스프링과 감쇠기가 연결하고 있고 첫 번째 디스크에 CPA가 부착되어 Γ_{23}를 구할 때에는 CPA와 스프링 감쇠기가 병렬로 연결되어 있는 구조로 해석하여야 한다. 이를 전달행렬의 driving-impedance를 이용하여 구해보면 식 (24)와 같다[5].

$$\Gamma_{23} = \begin{bmatrix} 1 & Z_{\text{cpa}} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{i\omega}{k + i\omega c} & 1 \end{bmatrix} \tag{24a}$$

$$Z_{\text{cpa}} = \Gamma_{\text{cpa}}(1,1)/\Gamma_{\text{cpa}}(2,1) \tag{24b}$$

이 시스템의 명목회전수 Ω는 1500 r/min으로 25 Hz로 가정하였다. 이 공진 조율 오더는 $n = \sqrt{R/r}$이므로 이 시스템에선 2가 된다. 따라서 원심진자 흡진기는 2차 공진 오더 성분인 2에서 효과가 나타나게 된다.

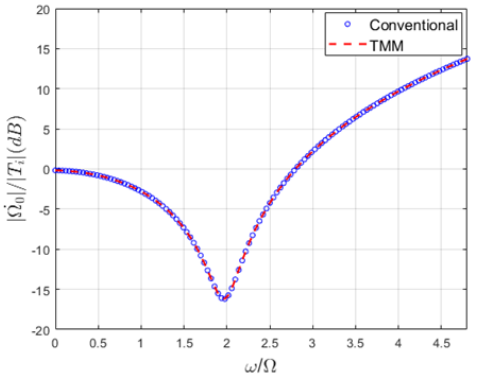


Fig. 5 $\dot{\Omega}_o/T_i$ of the validation system

위와 같이 유도된 전달행렬을 적용한 전달행렬법과 전통적인 방법을 통해 구한 출력 측의 각가속도와 입력 토크의 비 $\dot{\Omega}_o/T_i$를 비교하면 Fig. 5와 같다.

Fig. 5에서 알 수 있는 바와 같이 2차 오더 부근에서 우수한 진동 저감 효과를 나타내고 있다. 그리고 전통적인 방법의 응답과 비교했을 때 원심진자 흡진기를 포함한 시스템 전달행렬의 타당성이 검증되었다고 할 수 있다.

4. 제안된 전달행렬의 적용

4장에서는 원심진자 흡진기를 대상 시스템에 적용시켜 각 변위 전달률 저감 효과를 비교함으로써 유도된 행렬의 타당성과 적용 가능성을 확인한다. 앞 장에서 유도된 전달행렬을 이용하여 시스템의 응답 특성을 파악하고 원래 시스템의 응답 특성과 비교하여 파악된 원심진자 흡진기의 효과를 이론적인 기대 효과와 비교하여 검증한다. 또한 목표 주파수에서의 최적의 효과를 얻기 위한 제원을 전달행렬법을 이용하여 검토한다.

4.1 대상 시스템

이 연구에 사용된 회전진동 시스템은 Fig. 6에 나와 있다. 이 시스템은 이전 연구[7]에서 실제 회전 시스템을 단순화한 모델로 관성 모멘트를 무시할 수 있는 기저에 연결된 2자유도 시스템이며 시스템의 제원은 Table 3에 설명되어 있다. 또한 기저에 가해지는 각속도는 식 (14b)와 같이 표현되며 명목 회전수 Ω는 1500 r/min이고 또한 기저에 가해지는 변위 입력의 각진동수 ω는 Ω와 같다. 다시 말해서 입력측 회전 속도는 1회전당 한

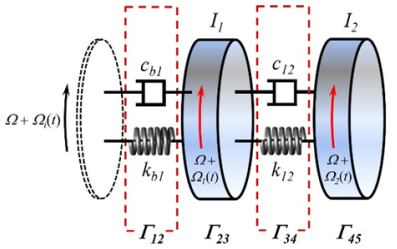


Fig. 6 Simple mechanical model of the target system for the CPA system

Table 3 Parameters of target system

Inertia [kgm^2]		Spring [Nm/rad]		Damper [Nms/rad]	
I_1	0.1	k_{b1}	2000	c_{b1}	0.566
I_2	0.4	k_{12}	550	c_{12}	0.593

번씩 조화함수 형태로 변동한다고 가정한다.

이 시스템에서 전달행렬을 구하기 위해서는 각 부분에 대한 전달행렬을 구하고 이를 순서에 따라 곱하여 구할 수 있다.

$$\Gamma_{15}=\Gamma_{12}\Gamma_{23}\Gamma_{34}\Gamma_{45} \tag{25a}$$

$$\Gamma_{(2i)(2i+1)}=\begin{bmatrix}1 & i\omega I_i\\ 0 & 1\end{bmatrix},\quad i=1,2 \tag{25b}$$

$$\Gamma_{12}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ \dfrac{i\omega}{k_{bI}+i\omega c_{bI}} & 1\end{bmatrix} \tag{25c}$$

$$\Gamma_{34}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ \dfrac{i\omega}{k_{12}+i\omega c_{12}} & 1\end{bmatrix} \tag{25d}$$

식 (25)의 전달행렬을 이용하여 Ω를 1500 r/min에 고정한 상태에서 ω를 변경했을 경우 I_2에서 나타나는 진동 변위 전달률을 구해보면 Fig. 7과 같이 나타난다. Fig. 7에서 알 수 있는 바와 같이 변위 전달률은 5 Hz와 25 Hz 부근에 peak를 가진다. 앞에서 언급한 바와 같이 이 시스템의 기저를 통한 입력 각속도의 각진동수(ω)는 시스템의 명목 회전수 Ω와 같으므로 ω와 Fig. 7의 peak 중 하나와 일치하는 경우 큰 응답이 발생하게 된다.

4.2 CPA 전달행렬의 적용

이 절에서는 대상 시스템에 CPA를 적용하는 방안과 효과에 대해 검토한다. Fig. 6에 주어진 시스템에

대한 적절한 CPA를 검토하고, 이를 적용하였을 때의 진동 변위 전달률 저감 효과를 확인, 검토한다.

(1) CPA의 최적 제원

대상 시스템에 CPA를 적용한 시스템의 개략도가 Fig. 8에 주어져 있다. Fig. 8에서 알 수 있는 바와 같이 대상 시스템의 고유진동 특성을 고려하여 CPA를 I_1에 배치하였다.

시스템의 명목 회전수 Ω가 변화하는 경우 전체적인 전달률을 감소시키기 위해서는 Ω에 따라 변화하는 기저의 변위 가진에 대응할 수 있는 CPA를 설계하여야 하고 따라서 CPA의 공진 조율 오더를 1로 설정해야 한다. 식 (12)에 따라 CPA의 고유진동수는 평균 회전 속도와 R과 r의 비에 의해 결정된다. 시스템의 변위 가진 특성을 고려하여 R/r 값은 1로 하였다. 또한, 시스템 감쇠는 식 (21c)와 같이 Rayleigh damping을 이용하여 구하였다.

이를 이용하여 CPA가 포함된 3자유도의 전달행렬은 식 (25)에서 주어진 방법과 동일하게 구할 수 있

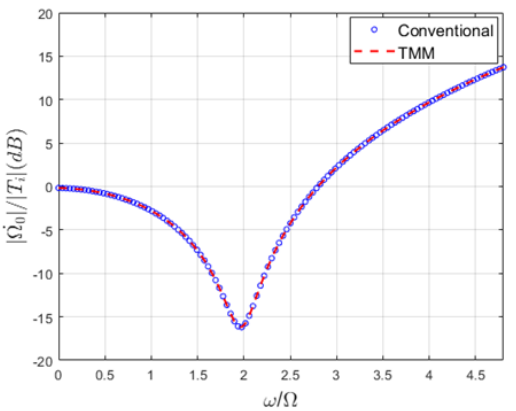


Fig. 7 $|\Omega_2|/|\Omega_i|$ of the original system given Ω=1500 r/min obtained by TMM

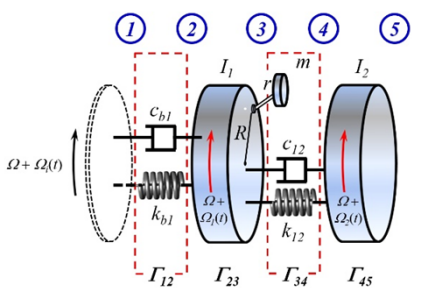


Fig. 8 Configuration of the target system with CPA

지만 CPA가 추가된 부분은 식 (24)를 구했던 방법과 동일한 전달행렬로 수정되어야 한다.

$$\Gamma_{34}=\begin{bmatrix}1 & Z_{cpa}\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\ \dfrac{i\omega}{k_{12}+i\omega c_{12}} & 1\end{bmatrix} \tag{26a}$$

$$Z_{cpa}=\Gamma_{cpa}(1,1)/\Gamma_{cpa}(2,1) \tag{26b}$$

(2) CPA의 효과

CPA를 적용하여 개선된 시스템에서 원래 시스템과 동일하게 Ω를 1500 r/min에 고정한 상태에서 ω를 변경했을 경우 I_2에서 나타나는 진동 변위 전달률을 위 전달행렬을 이용하여 계산한 결과가 Fig. 9에 설명되어 있다. Fig. 9에서 보는 바와 같이, CPA의 공진 조율 오더인 1차 오더(25 Hz) 부근에서 변위 전달률이 감소된 것을 확인할 수 있다. 하지만, CPA는 목표 오더(공진 조율 오더)에 작용하는 일반 동흡진기와 동일한 역할을 하고 그 특성 상 목표 오더 주변에 부가적인 peak들을 발생시킴에 따라 0.85차와 1.5차 부근에 새로운 peak들이 발생했다.

(3) 일반 동흡진기와 성능 비교

이 항에서는 CPA를 적용한 시스템과 일반 동흡진기(dynamic absorber)를 적용한 시스템의 진동 변위 전달률 저감 효과를 전달행렬법을 이용하여 비교한다. 전통적인 동흡진기를 적용한 모델은 Fig. 10에 설명되어 있다.

Fig. 10에서 보는 바와 같이 CPA를 부착한 위치와

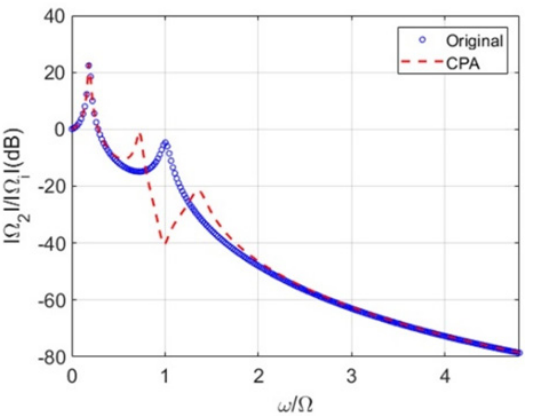


Fig. 9 $|\Omega_2|/|\Omega_i|$ of original and modified systems given Ω=1500 r/min

동일한 위치에 관성요소 I_a, 스프링 k_a, 감쇠기 c_a로 구성된 동흡진기 시스템이 부착되어 있는 시스템이다. 동흡진기는 목표 주파수인 1.0차(=회전속도)에 튜닝하여 I_a와 k_a를 선정하였으며 c_a는 비례감쇠를 이용하여 선정하였다. CPA를 동흡진기로 대체했으므로 전달행렬도 식 (27)과 같이 수정되어야 한다[5,7].

$$\Gamma_{34} = \begin{bmatrix} 1 & Z_a \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{i\omega}{k_{12}+i\omega c_{12}} & 1 \end{bmatrix} \tag{27a}$$

$$Z_a = \frac{i\omega I_3}{1+i\omega I_a\left(\dfrac{i\omega}{k_a+i\omega c_a}\right)} \tag{27b}$$

식 (27)에서 Z_a는 동흡진기의 driving-impedance이다.

위와 같이 정의된 동흡진기의 전달행렬을 식 (25)에 대입하여 진동 변위 전달률을 구한 뒤 CPA를 적용한 시스템과 Original 시스템의 전달률과 비교한 그림이 다음 Fig. 11에 나와있다.

Fig. 11에서 알 수 있는 것과 같이 동흡진기를 적용하였을 때 CPA를 적용했을 경우와 유사하게 목표 주파수에서 변위 전달률 저감 효과를 얻을 수 있으나 0.6차와 1.4차 부근에 추가로 peak가 발생하여 오히려 변위 전달률이 증가한 것을 알 수 있다.

그리고 시스템의 회전속도에 따른 변위전달 성능 변화를 알아보기 위해 CPA와 동흡진기 제원을 그대로 유지한 채 Ω를 50 % 증가시켰을 때 진동 변위 전달률을 나타내면 Fig. 12와 같다.

이와 같이 회전수가 증대되면 CPA의 목표 주파수가 동일한 비율로 증가되어 변동 입력 각속도에 의한 진동을 저감할 수 있다. 그러나, 그림에서 알 수 있는 바와 같이 일반 동흡진기의 경우 목표 주파수가 변경

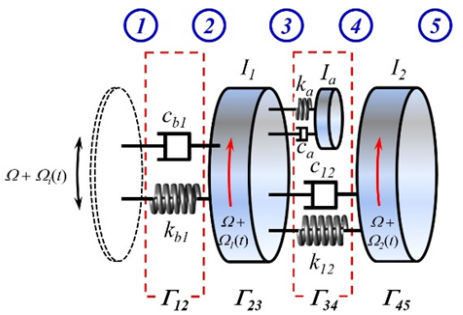


Fig. 10 Configuration of the target system with classical dynamic absorber

전 회전수(1500 r/min)의 1차에 고정되어 있으므로 흡진기 적용에 따라 추가된 peak로 인해 증대된 Ω의 1차 오더의 변위 진동 전달률이 원래 시스템에 비해 증가됨을 알 수 있다.

따라서, CPA를 적용한 경우에는 회전속도가 증가하더라도 공진 조율 오더가 유지되어 해당 주파수에서 변위전달률을 저감할 수 있으나, 동흡진기는 스프링과 질량 관성 모멘트에 따라 결정되는 하나의 목표 진동수에서만 진동저감 효과가 나타나 가진 주파수가 변동하는 경우에는 저감 효과가 감소하거나 오히려 진동을 증폭시키는 문제가 발생할 수 있음을 잘 설명하고 있다.

요약하면, 앞 장에서 유도된 전달행렬을 이용하면 CPA의 진동 저감 성능을 정확하게 예측할 수 있으며 이를 이용하여 타겟 시스템에 적절한 CPA 시스템의 제원을 파악할 수 있음을 알 수 있다.

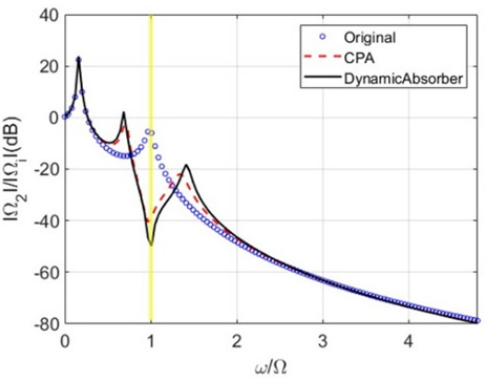


Fig. 11 $|\Omega_2|/|\Omega_i|$ of original and modified systems given Ω=1500 r/min

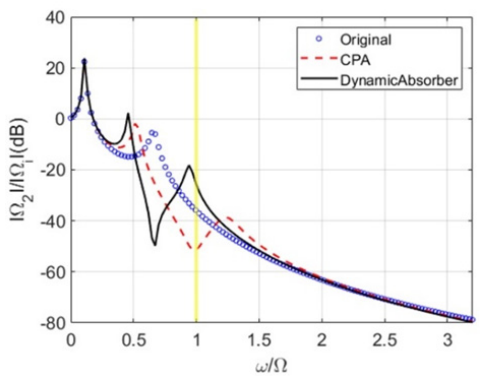


Fig. 12 $|\Omega_2|/|\Omega_i|$ of original and modified systems given Ω=22550 r/min

5. 결 론

이전 연구에서의 유성기어형 반공진 흡진기에 대해 유도하였던 전달행렬을 유도했던 방법을 응용하여 단순 집중 질량 진자형 CPA에 대한 전달행렬을 유도하였다. 유도된 전달행렬을 이용하여 계산한 응답 특성과 전통적인 방법으로 구한 응답 특성을 비교하여 정확도를 검증하였다.

그리고 CPA를 기저 가진 2 자유도 회전 진동 시스템에 부착하여 각 변위 전달률을 저감하는 방법을 유도된 전달행렬을 통해 확인한다. 기존 시스템에서 목표 주파수를 설정하고 이에 대한 각 변위 전달률을 저감하기 위한 최적의 CPA 제원을 검토한다. 이렇게 설계한 CPA를 대상 시스템에 적용한 후 기존의 시스템과 비교하여 CPA가 충분한 각 변위 전달률 저감 효과가 있다는 것을 확인하였다. 또한 CPA를 포함한 시스템의 전달행렬을 통해 구한 응답 특성 또한 정확히 계산된 것을 확인하였다. 마지막으로 목표 주파수를 기준으로 설계된 동흡진기를 전달행렬로 구한 각 변위 전달률과 CPA를 적용한 시스템과 비교하여 CPA의 장점을 확인하였다.

향후 연구에서는 단순진자형 CPA 외에 실제 적용되고 있는 형태의 CPA를 대상으로 전달행렬을 유도함으로써 이 연구의 실용성을 제고하고자 한다

후 기

이 연구는 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. 201 R1F1A1057332).

References

(1) Taylor, E. S., 1936, "Eliminating" Crankshaft Torsional Vibration in Radial Aircraft Engines, SAE Journal, Vol. 31, pp. 81~89.

(2) Denman, H. H., 1992, Tautochronic Bifilar Pendulum Torsion Absorbers for Reciprocating Engines, Journal of Sound and Vibration, Vol. 159, No. 2, pp. 251~277.

(3) Shi, C., Parker, R. G. and Shaw, S. W., 2013, Tuning of Centrifugal Pendulum Vibration Absorbers for Translational and Rotational Vibration Reduction, Mechanism and Machine Theory, Vol. 66, pp. 56~65.

(4) Wedin, A., 2011, Reduction of Vibrations in Engines using Centrifugal Pendulum Vibration Absorbers, (Master's Thesis), Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden.

(5) Snowdon, J. C., 1971, Mechanical Four-pole Parameters and their Application, Journal of Sound and Vibration, Vol. 15, No. 3, pp. 307~323.

(6) Yun, J. H., Kwak, G. and Lee, H., 2019, Study on Performances of the Planetary Gear Type Anti-resonant Vibration Isolator Using Transfer Matrix Method, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 29, No. 1, pp. 98~106.

(7) Yun, J. H. and Lee, H., 2018, Study on Performances of the Lever Type Anti-resonance Vibration Isolator using Transfer Matrix Method, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 28, No. 5, pp. 574~581.

Gyubin Kwak got a bachelor's degree in Automotive Engineeri-ng from the Kyungpook National University in 2019. Also he is studying for his Master's degree in the Kyungpook National University.

Hyeong-Ill Lee Ph.D. in mechanical engineering and Professor in the School of Automotive Engineering, Kyungpook National University. Prof. Lee is teaching Dynamics, Automatic Control and Mechanical Vibration, etc. He has academic interests in automotive NVH, Brake squeal, Sound radiation from vibrating structures, etc.