

임의 형상 음향 공동의 전 주파수 대역 고유치 추출을 위한 개선된 NDIF법: 제2부(예제 연구 및 고찰)

Modified NDIF Method for Extracting Eigenvalues in Entire Frequency Range of Arbitrarily Shaped Acoustic Cavities : Part 2 (Example Studies and Consideration)

강 상 욱[†]
Sang Wook Kang[†]

(Received January 9, 2023 ; Revised January 16, 2023 ; Accepted January 16, 2023)

Key Words : Example Study(예제 연구), Arbitrarily Shaped Acoustic Cavity(임의 형상 음향 공동), Eigenvalues(고유치), Mode Shape(모드 형상), Spurious Eigenvalue(허위 고유치), Non-dimensional Dynamic Influence Function Method(무차원 동영향 함수법), Matrix Rank(행렬 랭크)

ABSTRACT

The eigenvalues of acoustic cavities in the low-frequency range are not extracted as the number of nodes increases in the original NDIF method. The study demonstrates, using example studies for two types of arbitrarily shaped acoustic cavities that a modified NDIF method successfully improves the problem of the original NDIF method. The modified NDIF method for arbitrarily shaped acoustic cavities also provides accurate and valid results not only for eigenvalues but also for mode shapes, as demonstrated in the example studies. Meanwhile, the accuracy of the eigenvalues decreases slightly as the number of nodes increases in the case of the quadrilateral acoustic cavity considered in the example studies. The causes of the decrease in accuracy will be thoroughly investigated in future studies, and the research results to prevent it will be presented.

1. 서 론

임의 형상 음향 공동의 고유치를 추출하기 위해 일반적으로 사용되는 수치 해석 기법은 유한요소법⁽¹⁻³⁾과 경계요소법⁽⁴⁻⁶⁾이다. 이들 기법들은 각각 해석 대상 영역의 내부 또는 경계를 노드들로 분할한 후 노드들 사이에는 보간함수를 사용하는데, 이 보간함수가 지배방정식을 만족하지 않기 때문에 해의 정밀도 면에서 한계를 가진다.

필자는 이러한 단점을 극복하기 위해, NDIF법

(non-dimensional dynamic influence function method, 무차원 동영향 함수법)을 처음으로 개발하여 임의 형상 음향 공동의 고유치 해석에 적용하였다⁽⁷⁾. NDIF법은 해석 대상 영역의 경계만을 보간 함수 없이 노드로만 이산화하며, 사용되는 기저 함수가 지배 방정식을 정확히 만족하기 때문에, 해의 수렴성과 정밀도가 매우 우수한 장점을 가진다. 필자는 최근까지 임의 형상 음향 공동에 대한 NDIF법의 해석 효율성을 올리기 위한 일련의 연구 결과들을 발표하였다⁽⁸⁻¹⁰⁾. 그런데, 음향 공동에 대한 보다 정확한 고유치와 고유모드 형상을 얻기 위해 노드의 수를 증가시킬 경우, 저차 고유치들이 추출

[†] Corresponding Author ; Member, Hansung University, Professor
E-mail : swkang@hansung.ac.kr

[‡] Recommended by Editor Wan Ho Cho
© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

되지 않는 문제점이 NDIF법에서 발생함이 확인되었다.

한편, 필자는 최근에 NDIF법을 멤브레인에 적용하여 노드 증가 시 저차 고유치가 추출되지 않는 문제점의 원인을 분석하고 이를 극복하기 위한 다양한 방안을 제시하였다⁽¹¹⁾. 이 논문에서는 멤브레인에 대한 연구 결과⁽¹¹⁾를 음향 공동에 응용/확장하여, 노드 수가 증가하더라도 저주파수 고유치를 포함한 전체 고유치를 추출할 수 있는 개선된 NDIF법 이론을 정립하였다⁽¹²⁾. 이 논문에서는 음향 공동에 대한 개선된 NDIF법 이론⁽¹²⁾을 검증하기 위해 엄밀해(exact solution)가 존재하지 않는 임의의 형상 음향 공동에 대한 예제 연구를 수행하였다. 또한, 이러한 예제 연구를 통해, 정립된 NDIF법 이론⁽¹²⁾의 문제점과 이를 보완하기 위한 추가 연구 방향을 제시하였다. 참고로, 이 논문의 2장에서는 음향 공동에 대한 기존 NDIF법⁽⁷⁾을 간단히 소개하고, 3장에서는 기존 NDIF법의 문제점을 개선하기 위해 제안된, 개선된 NDIF법⁽¹²⁾을 제시한다. 그리고 4장에서는 개선된 NDIF법을 검증하기 위한 다양한 예제 연구와 고찰이 수행된다.

2. 기존 NDIF 법 이론

2.1 지배방정식과 경계조건

Fig. 1과 같은 임의의 형상 음향 공동의 고유치 해석에 대한 지배방정식은 식 (1)과 같이 헬름홀츠 방정식(Helmholtz equation)의 형태를 가진다⁽¹³⁾.

$$\nabla^2 p(\mathbf{r}) + k^2 p(\mathbf{r}) = 0 \tag{1}$$

여기서 \mathbf{r} 은 음향 공동 내부의 한 점 P 에 대한 위치 벡터를 의미(Fig. 1)하고, $p(\mathbf{r})$ 은 음향 공동 내부의 한 점 P 에서의 음압(sound pressure)을 나타내며, k 는 파수(wavenumber)이다. 그리고 강체벽 음향 공동의 경계 조건은 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{\partial p(\mathbf{r}_\Gamma)}{\partial n} = 0 \tag{2}$$

여기서 \mathbf{r}_Γ 는 음향 공동 경계 상의 한 점에 대한 위치 벡터이며, n 은 경계에서의 법선 방향을 의미한다(Fig. 1).

2.2 음향 공동 내부 음압 가정과

경계 조건 이산화

NDIF법을 적용하기 위하여 Fig. 1과 같이 음향 공동의 경계는 N 개의 노드들 P_1, P_2, \dots, P_N 으로 이산화

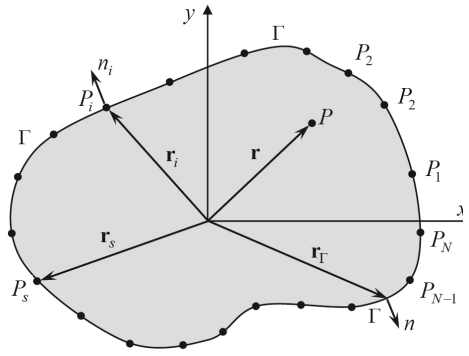


Fig. 1 Arbitrarily shaped, 2-D acoustic cavity discretized with boundary nodes P_1, P_2, \dots, P_N

된다. 그리고 음향 공동 내부 음압 $p(\mathbf{r})$ 은 각각 경계 노드들에서 정의된 무차원 동영향 함수들의 선형 결합으로 다음과 같이 가정된다⁽⁷⁾.

$$p(\mathbf{r}) = \sum_{s=1}^N A_s J_0(k|\mathbf{r} - \mathbf{r}_s|) \tag{3}$$

여기서 J_0 는 제1종 0차 베셀 함수를 나타내며, 벡터 \mathbf{r}_s 는 경계 Γ 에 위치한 s 번째 노드에 대한 위치 벡터를 의미하고, A_s 는 s 번째 노드에서 정의된 무차원 동영향 함수의 기여도를 나타내는 기여도 계수이다.

음향 공동의 경계를 따라 연속적으로 주어진 강체벽 경계 조건 식 (2)는 다음과 같이 경계 노드에 대한 식으로 이산화된다.

$$\left. \frac{\partial p(\mathbf{r})}{\partial n_i} \right|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N \tag{4}$$

여기서, \mathbf{r}_i 와 n_i 는 강체벽 경계에 놓인 노드 P_i 에 대한 위치 벡터를 각각 의미한다.

2.3 시스템 행렬 추출

앞에서 가정한 음압 식 (3)을 이산화된 강체벽 경계조건 식 (4)에 대입하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\sum_{s=1}^N A_s \frac{\partial}{\partial n_i} J_0(k|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_s|) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N \tag{5}$$

식 (5)에서 법선 방향 n_i 에 대한 미분을 수행하면, 식 (5)는 다음과 같이 된다.

$$\sum_{s=1}^N A_s k J_1(k|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_s|) \frac{\partial}{\partial n_i} |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_s| = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N \tag{6}$$

여기서 J_1 은 제1종 1차 베셀 함수를 나타낸다.

식 (6)을 행렬식의 형태로 정리하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{SM}(k)\mathbf{A}=0 \tag{7}$$

여기서 $\mathbf{SM}(k)$ 는 NDIF법에서의 시스템 행렬이고, \mathbf{A} 는 기여도 벡터이다. 시스템 행렬 $\mathbf{SM}(k)$ 의 i 번째 행과 s 번째 열 위치에 있는 성분은 다음의 식에 의해 주어진다.

$$SM_{is}=kJ_1(k|\mathbf{r}_i-\mathbf{r}_s|)\frac{\partial}{\partial n_i}|\mathbf{r}_i-\mathbf{r}_s| \tag{8}$$

또한, 기여도 벡터 \mathbf{A} 의 s 번째 성분은 A_s 로 주어진다.

음향 공동의 고유치는 식 (9)와 같이 시스템 행렬의 판별식이 0을 만족하는 파수(wavenumber) 값에 의해 구해진다.

$$\det(\mathbf{SM}(k))=0 \tag{9}$$

하지만, 식 (9)에 의해 구해진 고유치들 속에는 음향 공동과 동일한 형상을 가지는 멤브레인의 고유치들에 해당하는 허위 고유치들(spurious eigenvalues)이 포함되어 있다⁽⁷⁾. 그래서, 허위 고유치를 제거하기 위하여 식 (10)과 같이, 식 (9)의 양변을 멤브레인 시스템 행렬 $\mathbf{SM}_{mem}(k)$ 의 판별식 값으로 나눈 방법에 의해, 허위 고유치가 배제된 음향 공동의 고유치를 구할 수 있다⁽⁷⁾.

$$\det(\mathbf{SM}_{net}(k))\equiv\frac{\det(\mathbf{SM}(k))}{\det(\mathbf{SM}_{mem}(k))}=0 \tag{10}$$

3. 기존 NDIF법 문제점 개선

엄밀해(exact solution)를 가진 원형 음향 공동을 고려한 최근 연구⁽¹²⁾에서, 기존 NDIF법⁽⁷⁾은 노드 수를 증가시키면 고유치가 엄밀해에 수렴하는 장점을 가지는 것으로 확인되나, 반면에 저차의 고유치가 구해지지 않는 단점도 있음이 밝혀졌다. 더 나아가, 이러한 단점을 극복하기 위한 개선된 NDIF법이 다음과 같이 제안되었다.

일반적으로, 어떤 정사각 행렬 \mathbf{M} 의 판별식은 행렬 \mathbf{M} 의 고유치들의 곱으로 식 (11)과 같이 구해질 수 있다⁽¹⁴⁾.

$$\det(\mathbf{M})=\prod_{i=1}^S\lambda_i \tag{11}$$

여기서 S 는 행렬 \mathbf{M} 의 크기, λ_i 는 행렬 \mathbf{M} 의 i 번째 고유치이며 다음의 대소 관계를 만족한다.

$$\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_R > \dots > \lambda_S \tag{12}$$

여기서 R 은 행렬 \mathbf{M} 의 랭크(rank)이며, 행렬 \mathbf{M} 이 불량 조건 행렬(ill-conditioned matrix)이 아니라면 $R=S$ 를 만족한다. 만약 행렬 \mathbf{M} 이 불량 조건 행렬이라면, λ_R 보다 작은 고유치 $\lambda_{R+1}, \lambda_{R+2}, \dots, \lambda_S$ 은 무의미한 값을 가지게 된다. 기존 NDIF법에서 판별식 곡선이 저주파수 영역에서 발산하는 이유는, 저주파수 영역에서 시스템 행렬이 불량 조건 행렬이 되어 무의미한 고유치들($\lambda_{R+1}, \lambda_{R+2}, \dots, \lambda_S$)이 시스템 행렬의 판별식 계산 때 곱해졌기 때문인 것으로 최근 연구⁽¹²⁾에서 밝혔다.

또한, 최근 연구에서는 판별식 곡선이 발산하는 문제점을 해결하기 위해, 위에서 설명한 무의미한 고유치들을 판별식 계산 때 제외시키는 방안을 제안하였다. 이를 위해, 판별식 계산식 식 (10)을 식 (11)을 이용하여 다음과 같이 우선 변형하였다.

$$\det(\mathbf{SM}_{net}(k))\equiv\frac{\det(\mathbf{SM}(k))}{\det(\mathbf{SM}_{mem}(k))}=\frac{\prod_{i=1}^S\lambda_i^{(e)}}{\prod_{i=1}^S\lambda_i^{(m)}} \tag{13}$$

여기서 $\lambda_i^{(e)}$ 와 $\lambda_i^{(m)}$ 은 각각 \mathbf{SM} 와 \mathbf{SM}_{mem} 의 i 번째 고유치를 의미한다. 상술한 바와 같이, 저주파수 영역에서 시스템 행렬의 판별식 값이 발산하는 이유는, 시스템 행렬의 랭크 값이 풀 랭크(full rank) 값 보다 작은 파수 영역에서 무의미한 고유치들이 식 (13)의 계산에서 사용되기 때문이다. 이러한 문제점을 해결하기 위해, $R < S$ 인 저주파수 영역에서는 식 (13)을 계산할 때 곱해지는 고유치들의 개수가 최소 랭크 값과 같도록 식 (13)을 식 (14)와 같이 변형하였다.

$$\det(\mathbf{SM}_{net}(k))=\begin{cases} \frac{\prod_{i=1}^{\min(R_c)}\lambda_i^{(e)}}{\prod_{i=1}^{\min(R_m)}\lambda_i^{(m)}}, & k < k_b \\ \frac{\prod_{i=1}^S\lambda_i^{(e)}}{\prod_{i=1}^S\lambda_i^{(m)}}, & k \geq k_b \end{cases} \tag{14}$$

여기서 $\min(R_c)$ 와 $\min(R_m)$ 는 각각 \mathbf{SM} 와 \mathbf{SM}_{mem} 의

랭크의 최소값을 의미하며, k_b 는 SM이 더 이상 발산하지 않는 파수의 최소값을 의미한다.

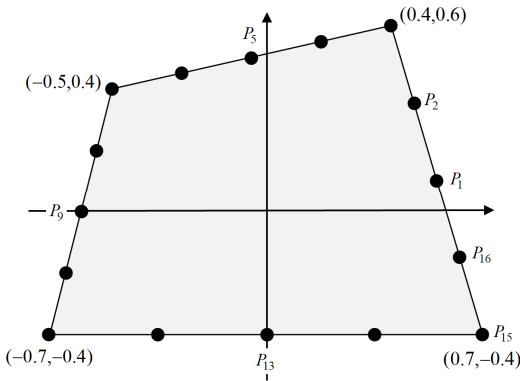
개선된 NDIF법⁽¹²⁾에서 제안된 식 (14)의 타당성을 검증하기 위해, 두 가지 형태의 임의의 형상 음향 공동에 대한 예제 검증과 고찰이 4장에서 이루어진다.

4. 임의의 형상 음향 공동 예제 검증 및 고찰

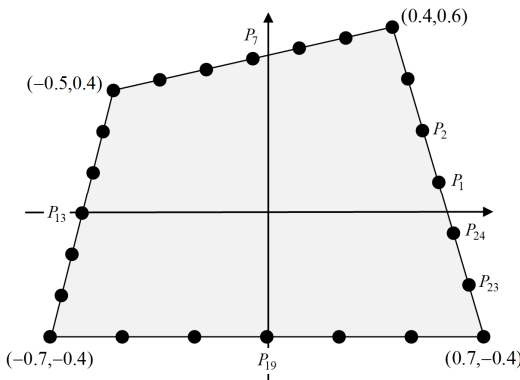
4.1 임의의 사각형 형상 음향 공동

개선된 NDIF법⁽¹²⁾의 타당성 검증을 위해 Fig. 2와 같은 임의의 사각형 형상을 가진 음향 공동이 먼저 고려되어진다. 기존 NDIF법⁽⁷⁾의 판별식 곡선 식인 식 (10)을 Fig. 2의 16 노드와 24 노드 이산 모델에 적용하면, Fig. 3과 같은 판별식 곡선이 구해진다. Fig. 3에서 $C_1 \sim C_6$ 은

음향 공동의 고유치를 의미하며, M_1 과 M_2 는 음향 공동과 동일한 형상을 가진 멤브레인의 고유치를 의미하며 허위 고유치로 불리워진다. Fig. 3의 판별식 곡선으로부터 구한 고유치들은 Table 1에 요약되었다. 참고로, ANSYS 해석의 경우 노드 수를 377개, 456개, 606개로 점차적으로 증가시켜서 고유치를 구하였으



(a) 16 nodes



(b) 24 nodes

Fig. 2 Arbitrarily shaped quadrilateral acoustic cavity discretized with 16 and 24 boundary nodes, respectively

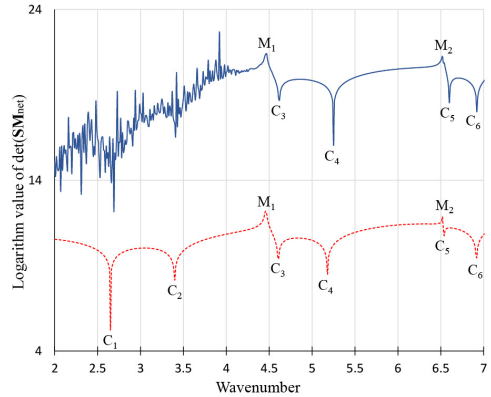


Fig. 3 Determinant curves for the arbitrarily shaped quadrilateral acoustic cavity obtained by the original NDIF method⁽⁷⁾ using Eq. (10) (dotted line: 16 nodes, solid line: 24 nodes)

Table 1 Eigenvalues $C_1 \sim C_6$ of the arbitrarily shaped quadrilateral acoustic cavity by the original NDIF method⁽⁷⁾ and ANSYS (parenthesized values denote errors(%) with respect to ANSYS using 606 nodes)

	Original NDIF method		ANSYS		
	16 nodes	24 nodes	606 nodes	456 nodes	377 nodes
C_1	2.650 (-0.41)	None	2.661	2.661	2.661
C_2	3.398 (0.03)	None	3.397	3.397	3.397
M_1	4.460	4.462	-	-	-
C_3	4.606 (0.00)	4.616 (0.22)	4.606	4.606	4.606
C_4	5.179 (-0.08)	5.230 (0.91)	5.183	5.183	5.183
M_2	6.526	6.527	-	-	-
C_5	6.535 (0.03)	6.527 (-0.09)	6.533	6.533	6.533
C_6	6.916 (0.13)	6.921 (0.20)	6.907	6.907	6.907

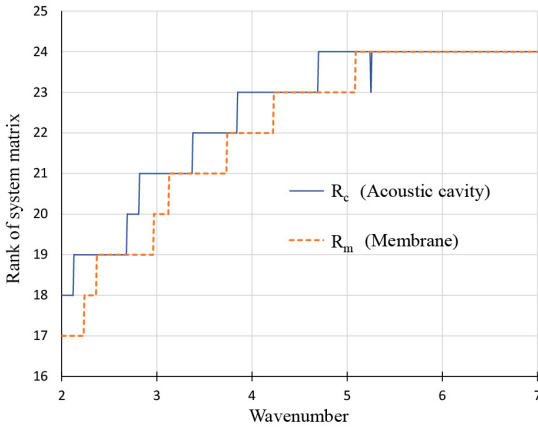


Fig. 4 R_c and R_m for the acoustic cavity and membrane discretized using 32 nodes

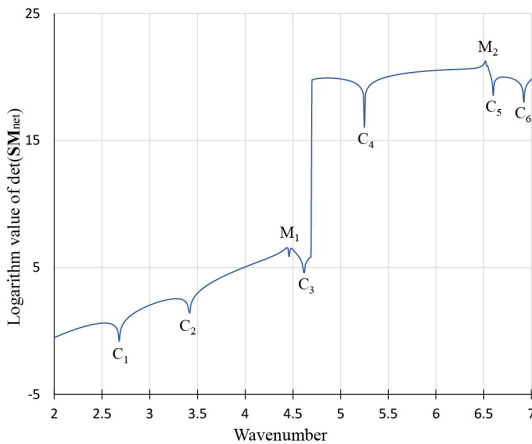


Fig. 5 Determinant curve for the circular acoustic cavity discretized using 32 nodes, plotted by Eq. (14)

며, 이들 고유치 값들의 크기가 변화가 없는 것으로 보아 수렴된 값이라고 말할 수 있다.

기존 NDIF법에서는 노드의 개수를 16개에서 24개로 증가시키면 저주파수 영역에서 시스템 행렬이 발산하여 저주파수 고유치들(C_1 과 C_2)이 구해지지 않음을 Fig. 3과 Table 1에서 확인할 수 있다. 이러한 현상에 대한 원인을 확인하기 위해 임의의 사각형 음향 공동에 대한 시스템 행렬의 랭크 곡선을 Fig. 4와 같이 추출하였다. Fig. 4에서 R_c 는 식 (10)의 분자에 있는 음향 공동 시스템 행렬 $SM(k)$ 의 랭크 곡선을 의미하며, R_m 은 식 (10)의 분모에 있는 멤브레인 시스템

Table 2 Eigenvalues $C_1 \sim C_6$ of the arbitrarily shaped quadrilateral acoustic cavity by the modified NDIF method⁽¹²⁾ using 24 nodes and ANSYS using 606 nodes (parenthesized values denote errors(%) with respect to ANSYS)

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
Modified NDIF method	2.687 (0.98)	3.416 (0.56)	4.616 (0.22)	5.230 (0.91)	6.527 (-0.09)	6.921 (0.20)
ANSYS	2.661	3.397	4.406	5.183	6.533	6.907

행렬 $SM_{mem}(k)$ 의 랭크 곡선을 의미한다. 이들 두 랭크 곡선을 살펴 보면, 공통적으로 대략 파수 5 이하의 저주파수 영역에서 풀 랭크(full rank)가 아님을 확인할 수 있다. 이러한 이유로 인해 Fig. 3의 판별식 곡선에서 저주파수 영역 발산 현상이 나타났음을 추정할 수 있다. 참고로, Table 1에서 노드의 개수를 16에서 24로 증가시켰을 때 고차 고유치들($C_3 \sim C_6$)은 오히려 오차가 미세하게 증가하는 현상을 확인할 수 있다. 이는 여러가지 원인에 의한 것일 수 있는데, 첫 번째 원인은 ANSYS 해석 결과가 엄밀해가 아니기 때문이고, 두 번째 원인은 16노드를 사용한 NDIF법 고유치가 이미 수렴했기 때문이라고 추정할 수 있다. 현재 이러한 미세한 오차 증가 원인에 대한 추가적인 분석이 진행 중에 있으며, 향후 논문에서 그 결과를 발표할 예정이다.

저주파수 고유치가 구해지지 않는 저주파수 영역 발산 문제점을 해결하기 위해, 개선된 NDIF법⁽¹²⁾에서 제안된 식 (14)를 24개의 노드로 분할된 임의의 사각형 음향 공동에 적용하였다. 그 결과 Fig. 5와 같은 판별식 곡선이 추출되었다. Fig. 5로부터 구한 음향 공동 고유치 $C_1 \sim C_6$ 을 요약하면 Table 2와 같으며 ANSYS 해석 결과와 1% 이하의 오차로 거의 정확히 일치함을 확인할 수 있다.

마지막으로 개선된 NDIF법에 의해 구한 모드 형상은 Fig. 6에 제시하였다. 이들 모드 형상은 ANSYS에 의해 구한 모드 형상 Fig. 7과 모드 형상과 노달 라인(nodal line)에 있어서 정확히 일치함을 확인할 수 있다.

이상과 같이 임의의 사각형 음향 공동에 대한 예제 연구를 통해 개선된 NDIF법⁽¹²⁾이 고유치와 고유모드를 정확히 추출함이 확인되었으며, 추가적인 예제 검증이 다음 4.2절에서 수행된다.

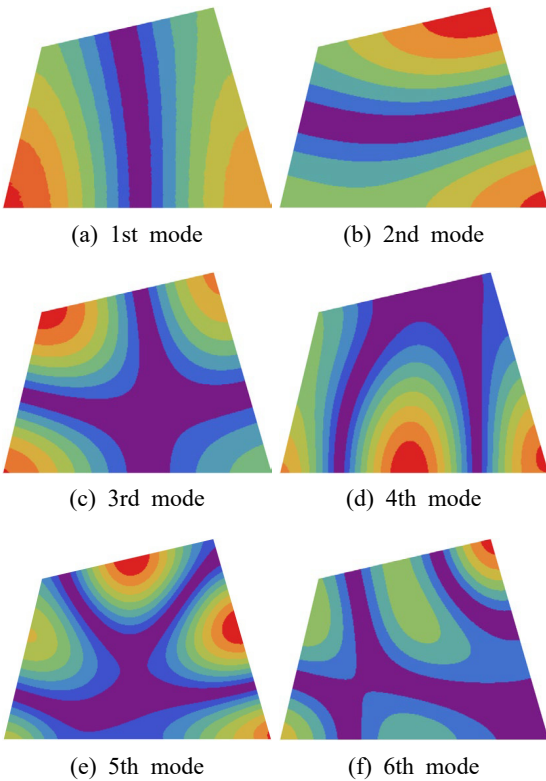


Fig. 6 Mode shapes obtained by the modified NDIF method⁽¹²⁾ using 24 nodes

4.2 임의의 형상 음향 공동

개선된 NDIF법의 타당성 검증을 확고히 하기위해 Fig. 8과 같이 단위 반원과 두 개의 직선 변으로 이루어진 임의의 형상 음향 공동이 두번째로 고려되어진다. Fig. 8의 (a)와 (b)와 같이 임의의 형상 음향 공동을 각각 16노드와 24노드로 이산화한 후 식 (10)에 의해 판별식 곡선을 구하면 Fig. 9와 같다.

Fig. 9의 판별식 곡선으로부터 추출한 임의의 형상 음향 공동의 고유치들은 Table 3에 요약되었다. 앞의 예제에서와 마찬가지로, 노드의 개수를 16개에서 24개로 증가하면 저차 고유치인 C_1 과 C_2 가 구해지지 않음을 확인할 수 있다. 참고로, $M_1 \sim M_3$ 은 허위 고유치에 해당되며, 임의의 형상 음향 공동과 동일한 형상을 가진 멤브레인의 고유치에 해당된다. Table 3에서 24개의 노드를 사용한 NDIF법 고유치들($C_3 \sim C_6$)은 1030개의 노드를 사용한 ANSYS 고유치에 수렴함을 확인할 수 있으며, 이러한 사실은 4.1절의 임의의 사각형상 음향 공동의 경우와는 차이를 보인다. 참고로,

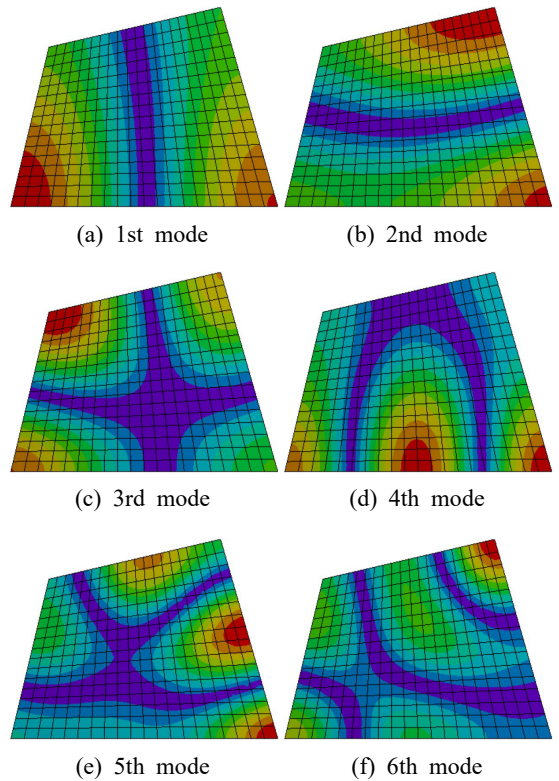


Fig. 7 Mode shapes obtained by ANSYS using 606 nodes

이러한 차이점이 발생하는 원인에 대한 연구가 진행 중에 있으며 향후 논문에서 발표할 예정이다.

Fig. 9과 Table 3에서와 같이 저주파수 영역의 고유치가 추출되지 않는 이유는 저주파수 영역에서 시스템 행렬의 랭크가 풀 랭크(full rank)가 아니기 때문이다. 이 사실을 검증하기 위해, 시스템 행렬의 랭크 곡선을 추출하였으며 그 결과는 Fig. 10에 제시되었다. Fig. 9의 판별식 곡선을 추출할 때 사용되어진 식 (10)의 분모와 분자에 각각 위치한 음향 공동과 멤브레인 시스템 행렬의 랭크 값의 변화 추이를 Fig. 10에서 확인할 수 있다. 두 시스템 행렬의 랭크는 대략 파수 3 이하에서 풀 랭크(full rank)가 아님이 확인되며, 이러한 사실 때문에 24개의 노드를 사용한 Fig. 9의 판별식 곡선(실선)이 저주파수 영역에서 발산한다고 말할 수 있다.

24개의 노드로 이산화된 경우에 추출되지 않은 저차 고유치 C_1 과 C_2 를 추출하기 위해, 개선된 NDIF법 (12)에서 제안된 식 (14)를 사용하여 판별식 곡선을 얻었으며 그 결과는 Fig. 11과 같다. 개선된 NDIF법은

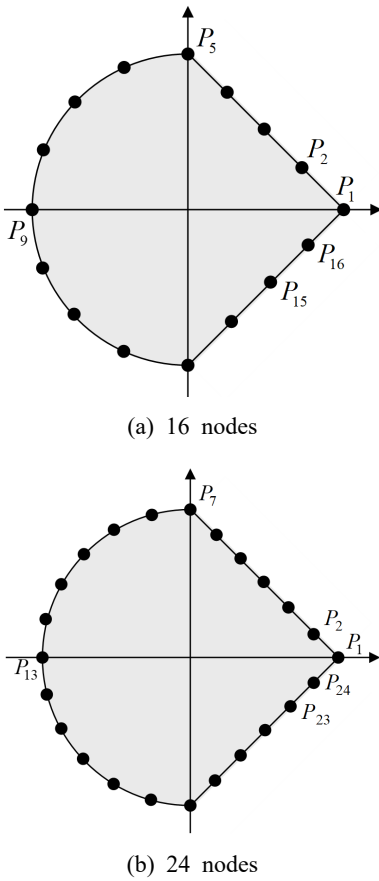


Fig. 8 Arbitrarily shaped acoustic cavity discretized with 16 and 24 boundary nodes, respectively

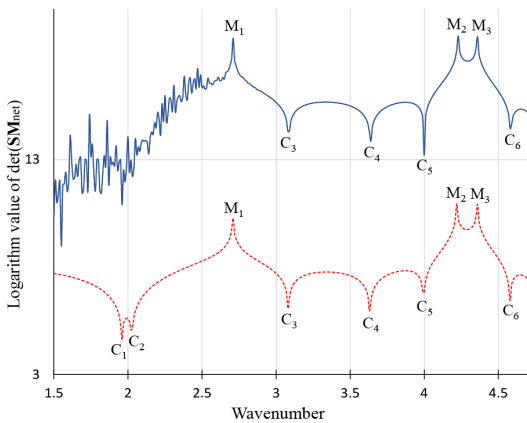


Fig. 9 Determinant curves for the arbitrarily shaped acoustic cavity obtained by the original NDIF method⁽⁷⁾ using Eq. (10) (dotted line: 16 nodes, solid line: 24 nodes)

저차 고유치 C_1 과 C_2 까지도 성공적으로 추출함을 Fig. 11에서 확인할 수 있으며, 추출된 고유치들은 Table 4에 요약되었다. 단지 24개의 노드를 사용한 NDIF법 고유치들이 1030개의 많은 노드를 사용한 ANSYS 고유치에 정확히 수렴함을 Table 4에서 확인할 수 있다.

개선된 NDIF법⁽¹²⁾을 이용하여 구한 임의의 형상 음향 공동의 모드 형상은 Fig. 12와 같으며, 이들 모드 형상은 1030개의 노드를 사용한 ANSYS 모드 형상

Table 3 Eigenvalues $C_1 \sim C_6$ of the arbitrarily shaped acoustic cavity by the original NDIF method⁽⁷⁾ and ANSYS (parenthesized values denote errors(%) with respect to ANSYS using 1030 nodes)

	NDIF method		ANSYS		
	16 nodes	24 nodes	1030 nodes	690 nodes	466 nodes
C_1	1.958 (-0.05)	None	1.959	1.959	1.959
C_2	2.025 (0.00)	None	2.025	2.025	2.025
M_1	2.708	2.709	-	-	-
C_3	3.082 (-0.10)	3.085 (0.00)	3.085	3.085	3.085
C_4	3.633 (-0.19)	3.637 (-0.08)	3.640	3.640	3.640
C_5	3.996 (-0.10)	4.000 (0.00)	4.000	4.000	4.001
M_2	4.219	4.228	-	-	-
M_3	4.358	4.358	-	-	-
C_6	4.578 (-0.13)	4.584 (0.00)	4.584	4.584	4.584

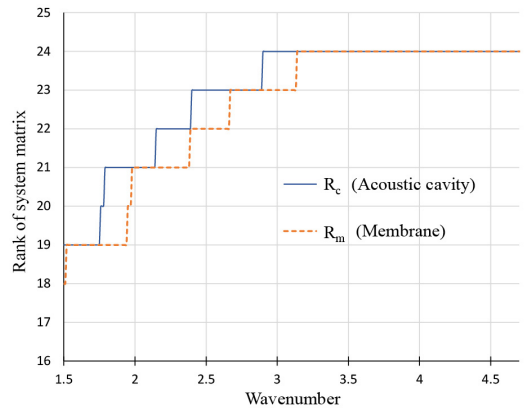


Fig. 10 R_c and R_m for the arbitrarily shaped acoustic cavity and membrane discretized using 24 nodes

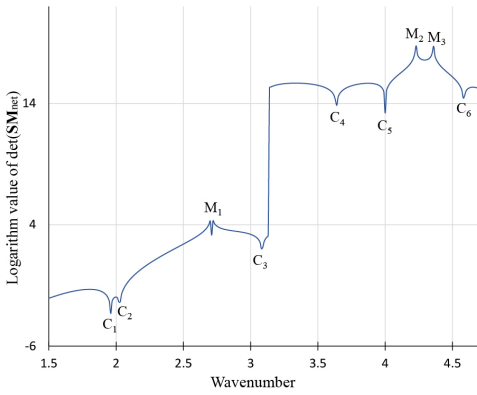


Fig. 11 Determinant curve for the arbitrarily shaped acoustic cavity discretized using 24 nodes, obtained by the modified NDIF method⁽¹²⁾ using Eq. (14)

(Fig. 13)과 정확히 일치함을 확인할 수 있다. 끝으로, 4.1절 예제와 마찬가지로 이번 예제에서도 개선된 NDIF법이 고유치와 모드 형상을 정확히 추출함에 있

Table 4 Eigenvalues $C_1 \sim C_6$ of the arbitrarily shaped acoustic cavity by the modified NDIF method⁽¹²⁾ using 24 nodes and ANSYS using 1030 nodes (parenthesized values denote errors(%) with respect to ANSYS)

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
Modified NDIF method	1.959 (0.00)	2.025 (0.00)	3.085 (0.00)	3.637 (-0.08)	4.000 (0.00)	4.584 (0.00)
ANSYS	1.959	2.025	3.085	3.640	4.000	4.584

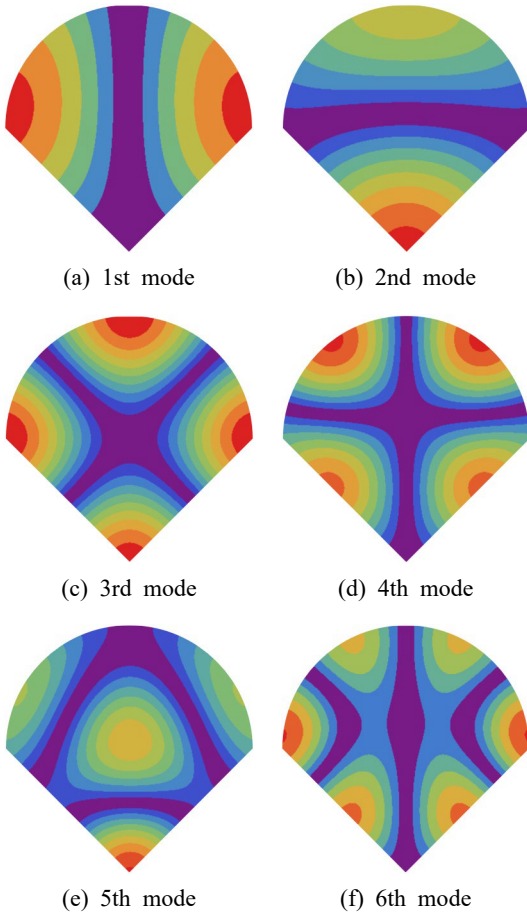


Fig. 12 Mode shapes obtained by the modified NDIF method⁽¹²⁾ using 24 nodes

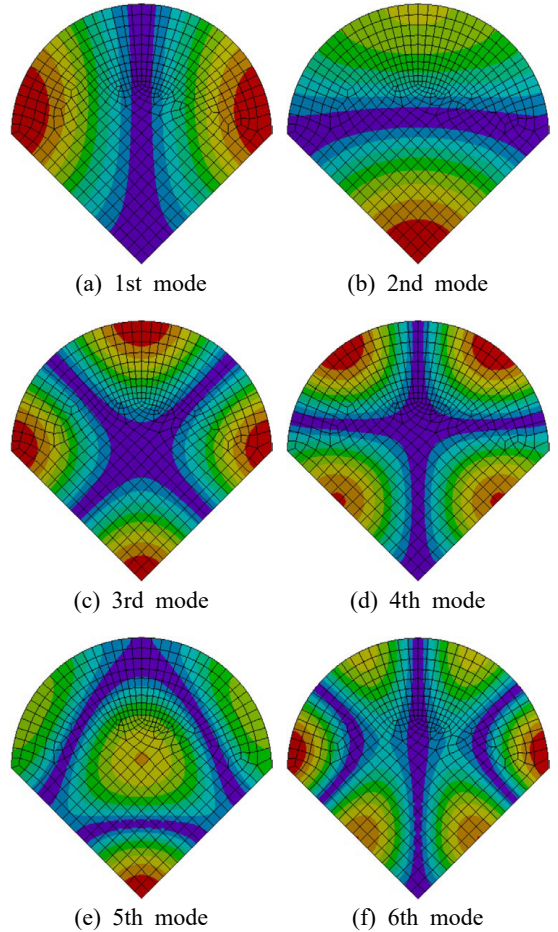


Fig. 13 Mode shapes obtained by ANSYS using 1030 nodes

어 타당한 결과를 제공한다고 말할 수 있다.

5. 결 론

이 논문에서는 두 가지 종류의 임의 형상 음향 공동에 대한 예제 연구를 통해, 노드 개수를 증가시킬 경우 저주파수 영역의 고유치가 추출되지 않는 NDIF법의 문제점을 극복한 새로운 기법⁽¹²⁾의 정확성과 타당성을 보여주었다. 임의 형상 음향 공동에 대해서도 개선된 NDIF법⁽¹²⁾은 고유치 뿐만 아니라 모드 형상에 있어서도 정확하고 타당한 결과를 제공함이 확인되었다. 한편, 고려한 두 가지 임의 형상 음향 공동 중에, 임의 사각 음향 공동의 경우 노드의 개수가 증가함에 따라 해의 정밀도가 미소하게 저하되는 현상이 발생하였는데, 해의 정밀도 저하 원인과 이를 방지하기 위한 연구 결과는 향후 논문에서 제시될 예정이다.

후 기

이 연구는 한성대학교 교내학술연구비 지원 과제임.

References

- (1) Bathe, K., 1982, Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-Hall, New Jersey.
- (2) Barik, M. and Mukhopadhyay, M., 1998, Finite Element Free Flexural Vibration Analysis of Arbitrary Shape, Journal of Finite Elements in Analysis and Design, Vol. 29, No. 2, pp. 137~152.
- (3) Liew, K. M. and Sum, Y. K., 2003, Vibration of Plates having Orthogonal Straight Edges with Clamped Boundaries, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 124, No. 2, pp. 184~192.
- (4) Brebbia, C. A., Telles, J. C. F. and Wrobel, L. C., 1984, Boundary Element Techniques, Springer-Verlag, New York.
- (5) Beskos, D., 1996, Boundary Element Advances in Solid Mechanics, Springer-Verlag, New York.
- (6) Gao, X. W. and Brebbia, C. A., 2013, Boundary Elements and Other Mesh Reduction Methods, WIT Press, Southampton.
- (7) Kang, S. W. and Lee, J. M., 2000, Eigenmode Analysis of Arbitrarily Shaped Two-dimensional Cavities

by the Method of Point-matching, Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 107, No. 3, pp. 1153~1160.

(8) Kang, S. W., 2011, Development of an Improved NDIF Method for Efficiently Extracting Eigenvalues and Eigenmodes of Arbitrarily shaped Acoustic Cavities, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 21, No. 10, pp. 960~966.

(9) Kang, S. W. and Atluri, S. N., 2014, Application of Nondimensional Dynamic Influence Function Method for Eigenmode Analysis of Two-dimensional Acoustic Cavities, Advances in Mechanical Engineering, Vol. 2014, 363570.

(10) Kang, S. W., 2018, Extraction of Highly Accurate Eigenvalues of Arbitrarily shaped Acoustic Cavities with a Mixed Boundary, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 28, No. 5, pp. 542~547.

(11) Kang, S. W., 2020, Lower-order and Higher-order Eigenmode Analyses of Arbitrarily shaped Membranes using Non-dimensional Dynamic Influence Function Method, Transactions of the Korean Society of Mechanical Engineers, Vol. 44, No. 12, pp. 971~977.

(12) Kang, S. W., 2023, Modified NDIF Method for Extracting Eigenvalues in Entire Frequency Range of Arbitrarily Shaped Acoustic Cavities: Part 1 (Theoretical Development), Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Accepted.

(13) Hall, D. E., 1987, Basic Acoustics, John Wiley & Sons, Inc., Singapore.

(14) Nering, E. D., 1970, Linear Algebra and Matrix Theory (2nd ed.), Wiley, New York.



Sang Wook Kang received a B.S., M.S. and Ph.D. degree in Dept. of Mechanical Design Engineering from Seoul National University in 1992, 1994 and 1999, respectively. He is currently working in Hansung University as a professor of the mechanical system engineering. His research interests include the development of NDIF method for free vibration analysis of membrane, acoustic cavities, and plates with general shapes.