

임의 형상 음향 공동의 고유치 정밀도 저하 문제 극복을 위한 NDIF법 응용: 제2부(예제 연구 및 고찰)

Application of NDIF Method for Overcoming the Problem of Lowering the Eigenvalue Accuracy of Arbitrarily-shaped Acoustic Cavities: Part 2 (Example Studies and Consideration)

강 상 옥[†]
Sang Wook Kang[†]

(Received July 21, 2023 ; Revised August 9, 2023 ; Accepted August 23, 2023)

Key Words : Acoustic Cavity(음향 공동), Spurious Eigenvalue(허위 고유치), Eigenvalue(고유치), NDIF Method(무차원 동영향 함수법), Eigenvalue Accuracy(고유치 정밀도), Matrix Rank(행렬 랭크), Finite Element Method(유한요소법), Boundary Element Method(경계요소법)

ABSTRACT

The existing NDIF method has the limitation that the determinant curve function, which gives the eigenvalues of an analyzed acoustic cavity, is dependent on the frequency range of interest and as the result the accuracy of the eigenvalues varies as the frequency range changes. To overcome the weakness, a practical method to remove variables related to the frequency range from the determinant curve function is proposed in the study. The validity and accuracy of the proposed method are shown through example studies for two types of arbitrarily-shaped acoustics cavities.

1. 서 론

NDIF법(non-dimensional dynamic influence function method)은 저자가 임의 형상 멤브레인, 음향 공동, 평판의 고정밀도 고유치 해석을 위해 개발한 세미 수치해석법(semi-numerical analysis method)이다^(1~3). NDIF법은 경계요소법(boundary element method, BEM)^(4,5) 처럼 해석 대상물의 내부를 제외한 경계만을 이산화하며, 경계요소법과는 차별적으로 요소(element)를 사용하지 않고 노드만으로 해석 대상물의 경계를 이산화한다. 일반적으로, 경계요소법에서 요소를 구성하기 위해 노드와 노드 사이에 사용하는 보간함수

(interpolation function)는 지배방정식을 만족하지 않기 때문에, 이들 보간함수에 대해 특이치 적분을 수행하는 과정에서 수치 해석 오차가 발생하게 된다. 이러한 이유로 인해 경계요소법은 정밀도의 한계를 가지게 되며, 경계요소법과 마찬가지로 해석대상물의 내부를 이산화하기 위해 요소를 사용하는 유한요소법⁽⁶⁾도 비슷한 이유로 인해 정밀도 한계를 가진다.

NDIF법은 위에서 설명한 경계요소법 및 유한요소법과는 차별적으로 이산화 과정에서 요소를 사용하지 않고 노드만을 사용하며, 근사 해 구성을 위한 기저함수(basis function)가 지배방정식을 정확히 만족하기 때문에, 고정밀도 해석이 가능한 장점을 가진다. 저자는 멤브레인에 적용한 NDIF법을, 임의 형상 음

[†] Corresponding Author ; Member, Hansung University, Professor
E-mail : swkang@hansung.ac.kr

[‡] Recommended by Editor Seong Yong Wic
© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

향 공동의 고유치 해석과(7~10) 다양한 경계조건을 가지는 임의 형상 평판의 자유 진동 해석으로(11~15) 응용 확장한 다양한 연구를 성공적으로 수행하였다.

그러나 NDIF법은 노드 수를 증가시킬 경우 저주파수 대역의 고유치가 추출되지 않는 약점을 가지는데, 최근의 멤브레인에 대한 연구에서(16,17) 이러한 약점은 극복되어졌다. 현재 멤브레인에 대한 위의 연구 결과를 음향 공동과 평판으로 확대하는 연구가 수행중에 있으며, 그 결과물 중의 하나로 음향 공동에 대한 연구 성과가 가장 최근에 발표되었다(18,19). 이 연구에서는, 멤브레인과는 달리 허위고유치(2,10) 발생하는 복잡성을 가진 음향 공동에 대해(노드 수가 증가하더라도) 전 주파수 대역 고유치와 고유모드의 정확한 추출이 가능한 NDIF법 이론 정식화가 성공적으로 이루어졌다(18,19). 하지만, 관심 주파수 범위를 변경할 경우 저차의 고유치들의 정밀도가 떨어지는 문제점이 고정립된 NDIF법 이론에 존재함이 이 논문에서 밝혀졌다(18,19). 이번 연구에서는 위의 문제점을 분석하고 이전의 연구 결과를 응용 확장하는 방법에 의해, 임의 형상 음향 공동의 전 주파수 대역 고유치 추출 기법이 새로이 제안된다. 제안된 방법의 타당성과 정확성을 검증하기 위해, 엄밀해가 존재하는 간단한 원형 형상 음향 공동에 대한 기본 예제 검증이 이 논문의 1부에서 수행되어졌다. 이 논문에서는 원형 음향 공동 이외의 다양한 임의 형상 음향 공동들에 대한 예제 검증과 고찰이 이루어지며, 제안된 방법에 의해 추출된 고유치는 유한요소법(이 논문에서 ANSYS 사용) 결과와 비교되어진다.

2. NDIF법 이론

2.1 음향 공동에 대한 지배방정식과 경계조건

Fig. 1은 고유치 해석 대상 임의 형상 음향 공동을 보여준다. 일반적인 고유치 해석 이론에서 음향 공동의 내부 음압은 식 (1)과 같은 헬름홀츠 방정식(Helmholtz equation) 형태의 지배방정식을 만족한다(20).

$$\nabla^2 p(\mathbf{r}) + k^2 p(\mathbf{r}) = 0 \tag{1}$$

여기서 k 는 파수(wavenumber)이며 각주파수 ω 와 음속 c 로 구성된 식 $k = \omega/c$ 에 의해 구해진다. 그리고 $p(\mathbf{r})$ 은 Fig. 1에서 음향 공동 내부의 한 점 P 에서의

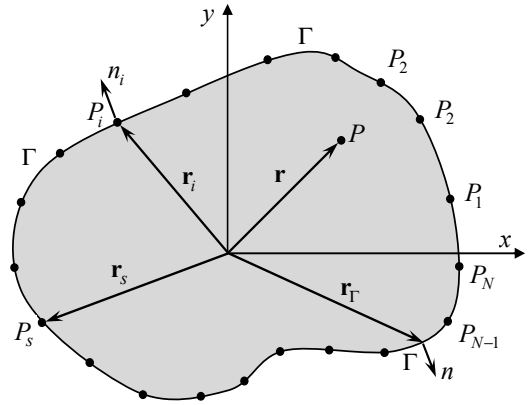


Fig. 1 Arbitrarily shaped acoustic cavity with rigid-wall boundary Γ , which is discretized with boundary nodes P_1, P_2, \dots, P_N

음압(sound pressure)을 나타내며, \mathbf{r} 은 점 P 에 대한 위치 벡터를 의미한다.

음향 공동의 경계 조건은 강체벽(rigid-wall) 경계조건과 개방(pressure-released) 경계 조건이 존재하며, 이 논문에서는 가장 일반적인 강체벽 경계 조건만을 고려한다. 강체벽 경계 조건은 식 (2)와 같이 1차 미분 방정식의 형태를 가진다.

$$\frac{\partial p(\mathbf{r}_\Gamma)}{\partial n} = 0 \tag{2}$$

여기서 $p(\mathbf{r}_\Gamma)$ 은 음향 공동 경계 Γ 위의 한 점에서의 음압을 나타내며, \mathbf{r}_Γ 는 Fig. 1에서와 같이 음향 공동 경계 상의 한 점에 대한 위치 벡터이며 n 은 경계 상의 한 점에서의 법선 방향을 의미한다.

2.2 무차원 동영향 함수 정의 및 음압 근사화

NDIF법을 적용하기 위하여 Fig. 1과 같이 음향 공동의 경계 Γ 는 N 개의 노드들 P_1, P_2, \dots, P_N 으로 이산화 된다. 다음으로, s 번째 경계 노드 P_s 에 대한 무차원 동영향 함수를 식 (3)과 같이 정의한다.

$$J_0(k|\mathbf{r}-\mathbf{r}_s|) \tag{3}$$

여기서 $J_0(\dots)$ 는 제1종 0차 베셀 함수를 나타내며, 벡터 \mathbf{r}_s 는 경계 Γ 에 위치한 s 번째 노드에 대한 위치 벡터를

의미한다. 식 (3)의 무차원 동영향 함수는 물리적으로 노드 P_s 에서 단위 음압이 ω 의 주파수로 발생되었을 때 음향 공동의 내부 점 P 에서의 음압의 크기를 의미한다. 식 (3)은 지배방정식 식 (1)을 정확히 만족하며 음향 공동의 음압을 구하기 위한 기저 함수로 사용된다.

음향 공동 내부 음압 $p(\mathbf{r})$ 은 경계 노드에서 정의된 무차원 동영향 함수 식 (3)의 선형 결합으로 식 (4)와 같이 근사화 된다.

$$p(\mathbf{r}) = \sum_{s=1}^N A_s J_0(k|\mathbf{r}-\mathbf{r}_s|) \quad (4)$$

여기서 A_s 는 s 번째 노드에서 정의된 무차원 동영향 함수가 내부 음압에 미치는 기여도를 나타내는 계수이다. 참고로, 식 (4) 또한 지배방정식 식 (1)을 만족한다.

2.3 경계 이산화에 의한 시스템 행렬 추출

음향 공동의 경계 Γ 에 주어진 강체벽 경계 조건 식 (2)는 N 개의 경계 노드 P_1, P_2, \dots, P_N 에 대해 식 (5)와 같이 이산화 된다.

$$\left. \frac{\partial p(\mathbf{r})}{\partial n_i} \right|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (5)$$

여기서 \mathbf{r}_i 와 n_i 는 Fig. 1과 같이 경계 노드 P_i 에 대한 위치 벡터와 법선 벡터를 각각 의미한다.

근사화된 음압 식 (4)를 이산화된 경계조건 식 (5)에 대입하면 식 (6)을 얻을 수 있다.

$$\sum_{s=1}^N A_s \frac{\partial}{\partial n_i} J_0(k|\mathbf{r}_i-\mathbf{r}_s|) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (6)$$

식 (6)에서 법선 방향 n_i 에 대한 미분을 수행하면, 식 (7)이 얻어진다.

$$\sum_{s=1}^N A_s k J_1(k|\mathbf{r}_i-\mathbf{r}_s|) \frac{\partial}{\partial n_i} |\mathbf{r}_i-\mathbf{r}_s| = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (7)$$

여기서 $J_1(\dots)$ 은 제1종 1차 베셀 함수를 나타낸다. 식 (7)을 행렬식의 형태로 정리하면 식 (8)과 같이 된다.

$$\mathbf{SM}(k)\mathbf{A} = \mathbf{0} \quad (8)$$

여기서 $\mathbf{SM}(k)$ 는 파수 k 를 변수로 가지는 시스템 행렬이고, \mathbf{A} 는 기여도 벡터를 의미하며 벡터 \mathbf{A} 의 s 번째 성분은 A_s 이다. 시스템 행렬 $\mathbf{SM}(k)$ 의 성분은 식 (9)에 의해 주어진다.

$$\mathbf{SM}_{i,s} = k J_1(k|\mathbf{r}_i-\mathbf{r}_s|) \frac{\partial}{\partial n_i} |\mathbf{r}_i-\mathbf{r}_s| \quad (9)$$

음향 공동의 고유치는 식 (8)에서 주어진 시스템 행렬 $\mathbf{SM}(k)$ 의 판별식을 계산함으로써 추출될 수 있다. 음향 공동의 고유치들은 식 (10)을 만족하는 파수 값들과 일치한다.

$$\det(\mathbf{SM}(k)) = 0 \quad (10)$$

하지만, 식 (10)에 의해 구해진 고유치들 속에는 음향 공동고유치 이외의 허위 고유치들(spurious eigenvalues)이 포함되어 있다. 이들 허위 고유치들은 음향 공동과 동일한 형상을 가진 멤브레인의 고유치들에 해당됨이 과거 연구^(2,3)에서 밝혀졌다. 허위 고유치가 발생하는 이유는 시스템 행렬 $\mathbf{SM}(k)$ 이 멤브레인에 대한 시스템 행렬 $\mathbf{SM}_{\text{mem}}(k)$ 와 식 (11)과 같이 종속되어 있기 때문이다.

$$\mathbf{SM}(k) = \mathbf{SM}(k)_{\text{mem}} \mathbf{SM}_{\text{net}}(k) \quad (11)$$

여기서 행렬 $\mathbf{SM}_{\text{net}}(k)$ 은 허위 고유치를 제외한 음향 공동 고유치만을 제공하는 시스템 행렬을 의미한다. 식 (11)의 양변에 대한 판별식 값을 구하면 식 (12)와 같이 된다.

$$\det(\mathbf{SM}(k)) = \det(\mathbf{SM}_{\text{mem}}(k)) \det(\mathbf{SM}_{\text{net}}(k)) \quad (12)$$

식 (12)에서 $\det(\mathbf{SM}_{\text{net}}(k)) = 0$ 을 만족하는 파수 값들이 음향 공동의 고유치와 정확히 일치하며, 식 (12)를 이용하면 $\det(\mathbf{SM}_{\text{net}}(k)) = 0$ 은 식 (13)으로 대체 가능하다.

$$\det(\mathbf{SM}_{\text{net}}(k)) \equiv \frac{\det(\mathbf{SM}(k))}{\det(\mathbf{SM}_{\text{mem}}(k))} = 0 \quad (13)$$

식 (13)으로 부터 허위고유치를 제외한 음향 공동의 고유치만을 구할 수 있다. 아울러, 음향 공동의 j 번째 고유모드 형상은 j 번째 고유치를 식 (8)에 대입하여 j 번째 기여도 벡터를 구하고, 이 기여도 벡터의 성분 값들과 j 번째 고유치를 식 (4)에 대입하는 방법에 의해 구해진다.

이전 연구에서는^(18,19) 음향 공동의 노드의 수를 증가시킬 때 발생하는 시스템 행렬의 저주파수 영역 발산 문제를 해결하기 위해 식 (13) 대신 식 (14)를 사용하여 시스템 행렬의 판별식을 구하는 방안을 제안하였다.

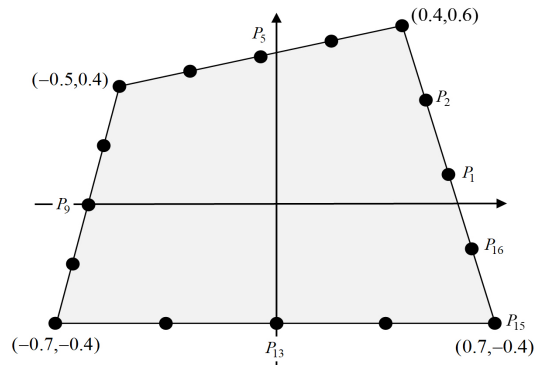
$$\det(\mathbf{SM}_{\text{net}}(k)) = \begin{cases} \frac{\prod_{i=1}^{\min(R_c(k))} \lambda_i^{(c)}}{\prod_{i=1}^{\min(R_m(k))} \lambda_i^{(m)}}, & k < k_b \\ \frac{\prod_{i=1}^S \lambda_i^{(c)}}{\prod_{i=1}^S \lambda_i^{(m)}}, & k \geq k_b \end{cases} \quad (14)$$

여기서 $\lambda_i^{(c)}$ 와 $\lambda_i^{(m)}$ 은 각각 시스템 행렬 \mathbf{SM} 과 $\mathbf{SM}_{(\text{mem})}$ 의 i 번째 고유치, S 는 시스템 행렬의 크기, k_b 는 \mathbf{SM} 이 풀 랭크 값을 가지기 시작하는 파수를 의미하며, $R_c(k)$ 와 $R_m(k)$ 는 파수 k 에 따라 변하는 \mathbf{SM} 과 $\mathbf{SM}_{(\text{mem})}$ 의 랭크 함수(rank function)를 각각 의미한다.

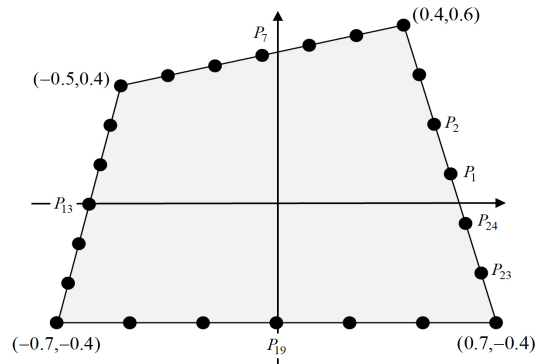
식 (14)를 이용하여 음향 공동의 고유치를 추출할 경우 저주파수 고유치는 추출이 되나, 관심 주파수 범위에 따라서 저주파수 고유치들의 정밀도가 변하는 문제점이 발생한다. 이를 개선하기 위해 이 논문에서는 식 (14)를 발전시켜 식 (15)를 제안한다.

$$\det(\mathbf{SM}_{\text{net}}(k)) = \begin{cases} \frac{\prod_{i=1}^{R_c(k)} \lambda_i^{(c)}(k)}{\prod_{i=1}^{R_m(k)} \lambda_i^{(m)}(k)} \end{cases} \quad (15)$$

식 (15)의 추가적인 장점은 파수 값 k_b 를 기준으로 양쪽 구간에 대해 두개의 식으로 분리하여 판별식을 계산해야하는 번거로움을 극복한 것이다.



(a) 16 nodes



(b) 24 nodes

Fig. 2 Quadrilateral acoustic cavity of arbitrary shape, which is discretized with 16 and 24 nodes, respectively

3. 예제 연구 및 고찰

3.1 임의의 사각 형상 음향 공동

이 연구에서 제안된 식 (15)를 검증하기 위해, Fig. 2와 같은 임의의 사각 형상 음향 공동이 고려되어진다. Fig. 2(a)와 Fig. 2(b)는 음향 공동의 경계가 16개와 24개의 노드로 이산화된 경우를 각각 보여준다.

관심 파수 범위의 최소값 k_{min} 을 0으로 설정한 후, 기본 NDIF법에서 제안했던 식 (13)을 이용하여 판별식 곡선을 그리면 Fig. 3과 같다⁽²⁾. 두 개의 판별식 곡선 중에서, 16개 노드를 사용한 점선에서는 음향 공동의 6개의 고유치 $C_1 \sim C_6$ 가 성공적으로 구해지나, 24개의 노드를 사용한 실선에서는 저주파수 구간에서 시스템 행렬이 발산하여 저주파수 고유치 $C_1 \sim C_3$ 이 구해지지 않음을 확인할 수 있다. 참고로, 곡선에 표시된 \mathbf{M}_2 와 \mathbf{M}_3 는 음향공동과 같은 형상을 멤브레인

의 두 번째와 세 번째 고유치를 의미한다.

위의 문제점을 해결하기 위해 최근의 연구에서 제안한 식 (14)를 이용하여 24개의 노드를 사용한 경우 (Fig. 2(b))에 대한 판별식 곡선을 구하면 Fig. 4와 같다^(18,19). Fig. 4에서 확인할 수 있듯이, 관심 파수 범위의 최소값(k_{min})이 0.0, 0.5, 1.0, 1.5로 변화됨에 따라 판별식 곡선의 개형이 변화되고, 저주파수 고유치($C_1 \sim C_3$)들의 크기 변화가 발생함을 Table 1에서 확인할 수 있다. 특히, 관심 주파수 범위의 최소값 k_{min} 을 0으로 한 경우에는 저주파수 고유치 $C_1 \sim C_3$ 가 구해지

지 않음도 확인할 수 있다. 참고로, 고주파수 고유치 $C_4 \sim C_6$ 은 k_b 보다 크기 때문에 k_{min} 의 변화에 영향을 받지 않는다는 것을 식 (14)에서 확인할 수 있다.

Fig. 4와 Table 1과 같이, 관심 주파수 범위가 변화됨에 따라 고유치 값의 변화가 발생하는 것은 식 (14)가 이론적으로 완성도가 떨어짐을 의미하므로, 이러한 문제점을 극복하고자 이 연구에서는 식 (15)가 제안되었다. 식 (15)를 이용하여 노드 24개를 사용한 임의의 사각 형상 음향 공동에 대한 판별식 곡선을 그리면 Fig. 5와 같다. 추가적으로, 식 (15)를 계산할 때 사용되어지는 음향 공동과 멤브레인의 시스템 행렬 랭크 곡선은 Fig. 6에서 주어진다.

Fig. 5의 저주파수 영역을 살펴 보면, 고유치 $C_1 \sim C_3$ 에 해당되는 골(trough)들이 곡선의 불연속 지점들과 뒤섞여 있음을 확인할 수 있다. 더구나 점선 타원으로 마크된 네 번째 고유치 C_4 는 골(trough)이 아니

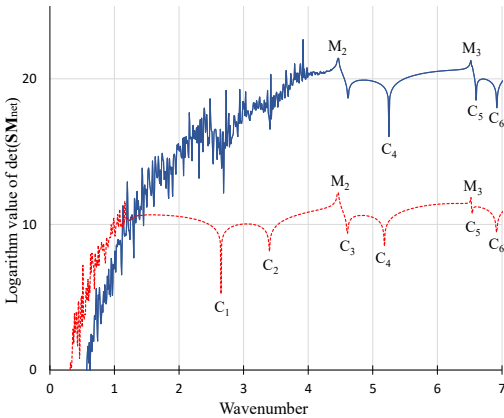


Fig. 3 Determinant curves for the quadrilateral acoustic cavity by the original NDIF method using Eq. (13) (dotted line: 16 nodes, solid line: 24 nodes)

Table 1 First three eigenvalues of the quadrilateral acoustic cavity obtained by the recently developed NDIF method as k_{min} is changed

| | NDIF method | | | |
|-------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| | $k_{min}=0.0$ | $k_{min}=0.5$ | $k_{min}=1.0$ | $k_{min}=1.5$ |
| C_1 | None | 2.685 | 2.683 | 2.682 |
| C_2 | None | 3.413 | 3.413 | 3.417 |
| C_3 | None | 4.620 | 4.619 | 4.617 |

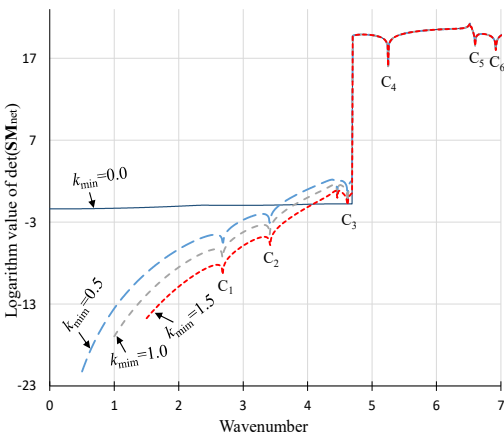


Fig. 4 Determinant curve for the quadrilateral acoustic cavity with 24 nodes by the recently developed NDIF method using Eq. (14) as k_{min} is changed

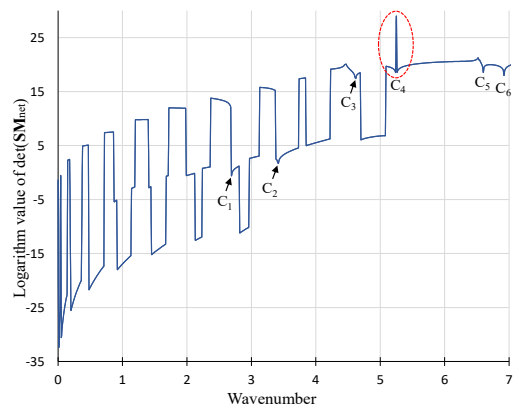


Fig. 5 Determinant curve for the quadrilateral acoustic cavity with 24 nodes by the proposed NDIF method using Eq. (15) that is independent of k_{min}

라 마루(crest)의 형태로 나타남을 확인할 수 있다. 이는 Fig. 6에서 점선 타원으로 마크한 고유치 C_4 에 해당하는 파수에서 랭크 $R_c(k)$ 가 불연속적으로 변하기 때문인 것으로 분석된다. 일반적으로 NDIF법에서 고유치는 판별식 곡선에서 골의 형태로 나타나는데, 위의 경우는 예외적인 상황으로 실제 고유치를 허위 고유치(spurious eigenvalue)로 오인할 상황으로 보인다. 그래서 Fig. 6의 랭크 값들의 불연속적인 변화때문에 발생하는 Fig. 5의 불연속 특성을 제거하기 위해 식 (16)이 제안된다.

$$\det(\mathbf{SM}_{\text{net}}(k)) = \frac{\prod_{i=1}^{R_c(k)} \lambda_i^{(c)}(k) \div \prod \lambda_{\text{add}}^{(c)}(k)}{\prod_{i=1}^{R_m(k)} \lambda_i^{(m)}(k) \div \prod \lambda_{\text{add}}^{(m)}(k)} \quad (16)$$

여기서 $\prod \lambda_{\text{add}}^{(c)}(k)$ 는 음향 공동 시스템 행렬(SM)의 랭크 변화에 의해 추가적으로 곱해지는 고유치들의 곱을 의미하며, $\prod \lambda_{\text{add}}^{(m)}(k)$ 는 멤브레인 시스템 행렬(SM_{mem})의 랭크 변화에 의해 추가적으로 곱해지는 고유치들의 곱을 의미한다.

식 (16)을 이용하여 구한 Fig. 7의 판별식 곡선을 살펴보면, Fig. 5에서 나타난 불연속성이 완전히 제거되었음을 확인할 수 있다. 이로 인해 고유치 C_4 를 포함한 6개의 고유치 $C_1 \sim C_6$ 에 해당되는 골들이 명확히 나타남도 확인 가능하다. 이들 고유치들은 Table 2

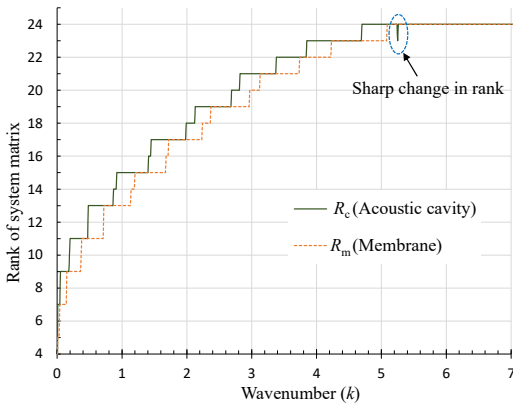


Fig. 6 Rank functions $R_c(k)$ and $R_m(k)$ of the quadrilateral acoustic cavity and membrane discretized with 24 nodes, respectively

에 요약하였다. Table 2에서 961개의 많은 노드를 사용한 ANSYS결과와 단지 24개 노드를 사용한 제안된 방법의 결과를 비교해보면, 최대 오차가 1.16%로 제안된 방법이 정확하고 타당한 결과를 제공한다고 말할 수 있다. 참고로, 여기서 고려된 임의의 사각형상 음향 공동의 경우 엄밀해가 존재하지 않기 때문에 제안된 방법과 ANSYS 중 어느 방법이 정확하다고 단정할 수는 없다.

3.2 곡선 경계를 가진 임의의 형상 음향 공동

이 연구에서 제안된 방법이 곡선 경계를 가진 임의의 형상 음향 공동에서도 타당한지를 확인하기 위해 Fig. 8과 같은 음향 공동이 이 예제 검증에서 고려되어진다. Fig. 8(a)와 Fig. 8(b)는 음향 공동의 경계가 16개와 24개의 노드로 이산화된 경우를 각각 보여준다.

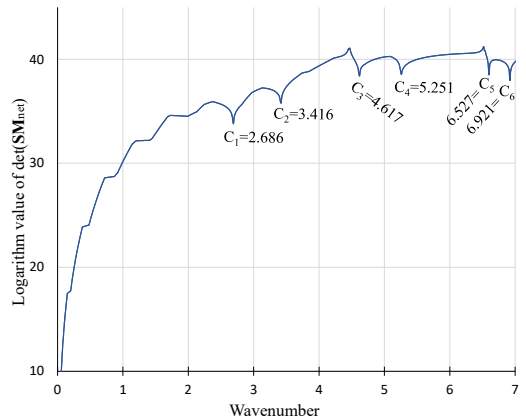


Fig. 7 Determinant curve for the quadrilateral acoustic cavity with 24 nodes by the proposed NDIF method using Eq. (16) to remove the discontinuity of the curve

Table 2 Eigenvalues $C_1 \sim C_6$ of the quadrilateral acoustic cavity by the proposed method using 24 nodes and ANSYS using 961 nodes (parenthesized values denote absolute errors (%) with respect to ANSYS)

| | C_1 | C_2 | C_3 | C_4 | C_5 | C_6 |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Proposed method | 2.686 (0.90) | 3.416 (0.53) | 4.617 (0.17) | 5.251 (1.16) | 6.527 (0.28) | 6.921 (0.03) |
| ANSYS | 2.662 | 3.398 | 4.609 | 5.191 | 6.545 | 6.919 |

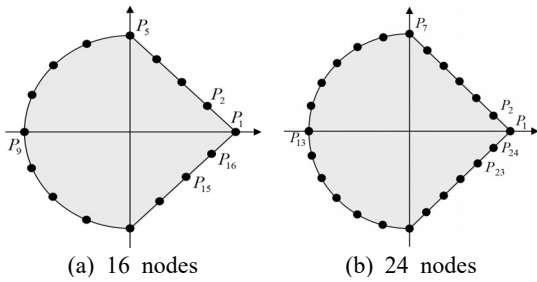


Fig. 8 Arbitrarily shaped acoustic cavity discretized with 16 and 24 boundary nodes, respectively

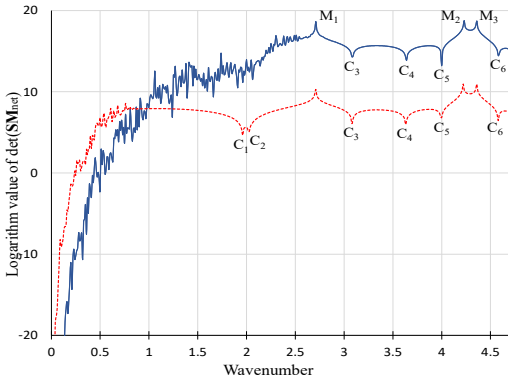


Fig. 9 Determinant curves for the arbitrarily shaped acoustic cavity by the original NDIF method using Eq. (13) (dotted line: 16 nodes, solid line: 24 nodes)

관심 파수 범위의 최소값을 0으로 설정한 후, 기본 NDIF법에서⁽²⁾ 제안했던 식 (13)을 이용하여 판별식 곡선을 그리면 Fig. 9와 같다. 두 개의 판별식 곡선 중에서, 16개 노드를 사용한 점선에서는 음향 공동의 6개의 고유치 $C_1 \sim C_6$ 가 성공적으로 구해지나, 24개의 노드를 사용한 실선에서는 저주파수 구간에서 시스템 행렬이 발산하여 저주파수 고유치 C_1 과 C_2 가 구해지지 않음을 확인할 수 있다.

위의 문제점을 해결하기 위해 최근의 연구^(18,19)에서 제안한 식 (14)를 이용하여 24개의 노드를 사용한 경우(Fig. 2(b))에 대해 판별식 곡선을 구하면 Fig. 10과 같다. Fig. 10에서 확인할 수 있듯이, 관심 파수 범위의 최소값(k_{min})이 0.0, 0.5, 1.0, 1.5로 변화됨에 따라 판별식 곡선의 개형이 변화되고 저주파수 고유치(C_1 과 C_2)들의 크기 변화가 발생함도 확인되었다. 특히, 관심 주파수 범위의 최소값 k_{min} 을 0으로 한 경우에는 저주파수 고유치가 구해지지 않음도 확인할 수 있다.

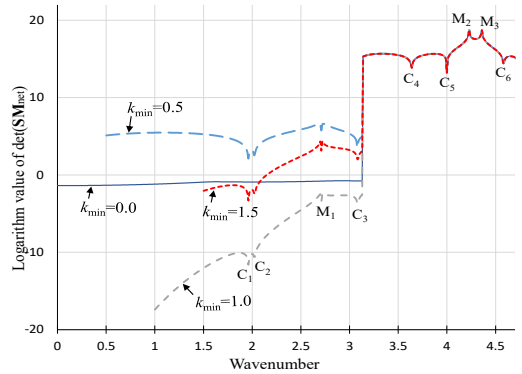


Fig. 10 Determinant curve for the arbitrarily shaped acoustic cavity with 24 nodes by the recently developed NDIF method using Eq. (14) as k_{min} is changed

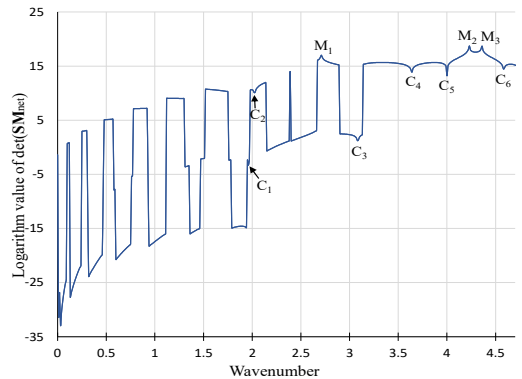


Fig. 11 Determinant curve for the arbitrarily shaped acoustic cavity with 24 nodes by the proposed NDIF method using Eq. (15) that is independent of k_{min}

위의 문제점을 극복하고자 이 연구에서 제안된 식 (15)를 이용하여 노드 24개를 사용한 임의의 형상 음향 공동에 대한 판별식 곡선을 그리면 Fig. 11과 같다. 추가적으로, 식 (15)를 계산할 때 사용되어지는 임의의 형상 음향 공동과 멤브레인의 시스템 행렬 랭크 곡선은 Fig. 12에서 주어진다.

Fig. 11의 판별식 곡선에서 저주파수 영역을 살펴보면, 고유치 $C_1 \sim C_3$ 에 해당되는 골들이 곡선의 불연속 지점들과 뒤섞여 있음을 확인할 수 있다. 이러한 불연속 특성을 제거하기 위해 이 연구에서 제안된 식 (16)을 사용하여 판별식 곡선을 그리면 Fig. 13과 같다. Fig. 11에서 나타난 불연속성이 Fig. 13에서 완전히

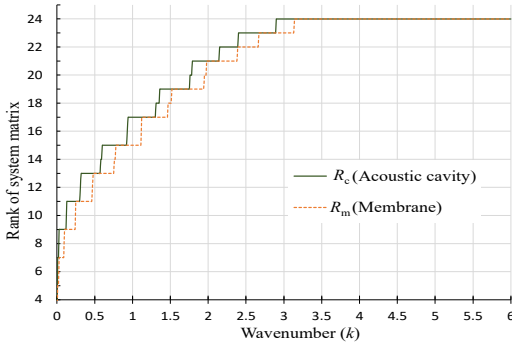


Fig. 12 Rank functions $R_c(k)$ and $R_m(k)$ of the arbitrarily shaped acoustic cavity and membrane discretized with 24 nodes, respectively

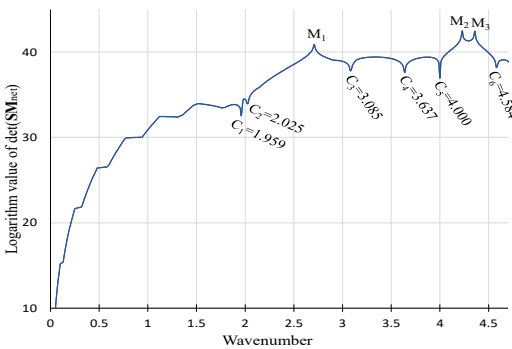


Fig. 13 Determinant curve for the arbitrarily shaped acoustic cavity with 24 nodes by the proposed NDIF method using Eq. (16) to remove the discontinuity of the curve

Table 3 Eigenvalues $C_1 \sim C_6$ of the arbitrarily shaped acoustic cavity by the proposed method using 24 nodes and ANSYS using 1321 nodes (parenthesized values denote absolute errors (%) with respect to ANSYS)

| | C_1 | C_2 | C_3 | C_4 | C_5 | C_6 |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Proposed method | 1.959 (0.00) | 2.025 (0.05) | 3.085 (0.06) | 3.637 (0.08) | 4.000 (0.25) | 4.584 (0.26) |
| ANSYS | 1.959 | 2.026 | 3.087 | 3.640 | 4.010 | 4.596 |

제거되었음을 확인할 수 있으며, 고유치 $C_1 \sim C_3$ 을 포함한 6개의 고유치 $C_1 \sim C_6$ 에 해당되는 골(trough)들이 명확히 나타남도 확인할 가능하다. 이들 고유치들이 요약된 Table 3을 살펴보면, 1321개의 많은 노드

를 사용한 ANSYS 결과와 단지 24개 노드를 사용한 제안된 방법이 0.26% 오차 이내로 거의 일치함이 확인된다.

4. 결 론

기존의 NDIF법에서 음향 공동의 고유치를 추출할 때, 관심 주파수 영역의 최소값을 변경하면 고유치의 정밀도가 변화되는 문제점이 이번 연구에서 확인되었다. 이 논문에서는 시스템 행렬의 판별식을 계산하기 위한 식에서 관심 주파수와 관련된 변수를 제거하는 방법을 제안하여 상기의 고유치 정밀도 변화 문제를 해결하였다. 아울러, 새로 제안된 방법에서도 허위 고유치들이 성공적으로 제거됨도 확인되었다. 제안된 방법의 타당성과 정확성은 임의의 형상 사각 음향 공동과 곡선 경계를 가진 임의의 형상 음향 공동에 대한 예제 연구를 통해 확인되었다.

후 기

이 연구는 한성대학교 교내학술연구비 지원 과제임.

References

- (1) Kang, S. W., Lee, J. M. and Kang, Y. J., 1999, Vibration Analysis of Arbitrarily Shaped Membranes Using Non-dimensional Dynamic Influence Function, Journal of Sound and Vibration, Vol. 221, No. 1, pp. 117~132.
- (2) Kang, S. W. and Lee, J. M., 2000, Eigenmode Analysis of Arbitrarily Shaped Two-dimensional Cavities by the Method of Point-matching, Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 107, No. 3, pp. 1153~1160.
- (3) Kang, S. W. and Lee J. M., 2001, Free Vibration Analysis of Arbitrarily Shaped Plates with Clamped Edges Using Wave-type Functions, Journal of Sound and Vibration, Vol. 242, No. 1, pp. 9~26.
- (4) Beskos, D. and Maier, G., 2003, Boundary Element Advances in Solid Mechanics, Springer-verlag Wien, New York.
- (5) Gao, X. W., Cheng, A. H.-D. and Brebbia, C. A., 2013, Boundary Elements and Other Mesh Reduction Methods XXXVI, WIT Press, Southampton.

(6) Bathe, K. J., 1982, Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-hall, Englewood Cliffs.

(7) Kang, S. W. and Yon, J. I., 2011, Development of an Improved NDIF Method for Efficiently Extracting Eigenvalues and Eigenmodes of Arbitrarily Shaped Acoustic Cavities, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 21, No. 10, pp. 960~966.

(8) Kang, S. W. and Atluri, S. N., 2014, Application of Nondimensional Dynamic Influence Function Method for Eigenmode Analysis of Two-dimensional Acoustic Cavities, Advances in Mechanical Engineering, Vol. 6, 363570.

(9) Kang, S. W. and Atluri, S. N., 2015, Improved Non-dimensional Dynamic Influence Function Method Based on Tows-domain Method for Vibration Analysis of Membranes, Advances in Mechanical Engineering, Vol. 7, No. 2, 1687814015571012.

(10) Kang, S. W., 2018, Extraction of Highly Accurate Eigenvalues of Arbitrarily Shaped Acoustic Cavities with a Mixed Boundary, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 28, No. 5, pp. 542~547.

(11) Kang, S. W. and Atluri, S. N., 2009, Free Vibration Analysis of Arbitrarily Shaped Polygonal Plates with Simply Supported Edges Using a Sub-domain Method, Journal of Sound and Vibration, Vol. 327, No. 3-5, pp. 271~284.

(12) Kang, S. W. and Yosn, J. I., 2012, Development of the NDIF Method Using a Sub-domain Approach for Extracting Highly Accurate Natural Frequencies of Arbitrarily Shaped Plates, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 22, No. 9, pp. 830~836.

(13) Kang, S. W. and Atluri, S., 2016, Improved Non-dimensional Dynamic Influence Function Method for Vibration Analysis of Arbitrarily Shaped Plates with Clamped Edges, Advances in Mechanical Engineering, Vol. 8, No. 3, 1687814016638586.

(14) Kang, S. W., 2017, New Formulation of NDIF

Method for Highly Accurate Eigenvalue Analysis of Arbitrarily Shaped Plates, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 27, No. 5, pp. 622~628.

(15) Kang, S. W., 2018, Efficient Meshless Method for Eigenvalue Analysis of Plates with Clamped and Simply Supported Boundary Conditions, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 28, No. 1, pp. 118~124.

(16) Kang, S. W., 2022, Efficient Higher-order Eigenvalue Analysis of Arbitrarily Shaped Membranes Using NDIF Method, Transactions of the Korean Society of Mechanical Engineers AS, Vol. 46, No. 1, pp. 57~63.

(17) Kang, S. W., 2022, Improvement of Eigenvalue Extraction Method in the NDIF Method for Free Vibration Analysis of Arbitrarily Shaped Membranes, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 32, No. 1, pp. 97~104.

(18) Kang, S. W., 2023, Development of Modified NDIF Method for Extracting Eigenvalues in Entire Frequency Range of Arbitrarily Shaped Acoustic Cavities: Part 1 (Theoretical Formulation), Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 33, No. 1, pp. 44~50.

(19) Kang, S. W., 2023, Modified NDIF Method for Extracting Eigenvalues in Entire Frequency Range of Arbitrarily Shaped Acoustic Cavities: Part 2 (Example Studies and Consideration), Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 33, No. 1, pp. 99~107.

(20) Hall, D. E., 1987, Basic Acoustics, John Wiley & Sons, New York.



Sang Wook Kang received a B.S., M.S. and Ph.D. degrees in Dept. of Mechanical Design Engineering from Seoul National University. He is working in Hansung University