

# 부분구조합성법과 시스템 응답을 활용한 가진력 예측 기법

## Development of a Force Identification Method using Component Mode Synthesis and System-level Response

진현경\* · 이병용† · 백승훈††

Hyeon-Gyeong Jin\*, Byeongyong Lee† and Seunghun Baek††

(Received December 12, 2024 ; Revised December 19, 2024 ; Accepted December 30, 2024)

**Key Words :** Force Identification(가진력 추정), Component Mode Synthesis(부분구조합성법), Virtual Point Transformation(가상지점변환), Reduced-order-model(차수감소모델)

### ABSTRACT

Accurate prediction of excitation forces is essential for ensuring the structural integrity of dynamic systems. However, direct measurement of these forces is often impractical, prompting the development of indirect measurement techniques. This study introduces a novel method for indirectly predicting excitation forces using the Component Mode Synthesis (CMS) technique. The proposed approach derives excitation forces through equations of motion based on a CMS-based reduced-order model. By utilizing system-level responses from only a minimal number of measurement points, the method achieves high prediction accuracy while significantly reducing computational complexity. Validation of the approach was performed using Finite Element Method (FEM) simulations and experimental testing. The results demonstrated strong agreement between theoretical and predicted values across various conditions, confirming the reliability and accuracy of the proposed method. This research presents a practical and efficient methodology for excitation force identification in dynamic systems, with promising potential for application across a wide range of industrial domains.

### 1. 서론

구조물의 가진력을 정확하게 예측하는 것은 기계 시스템의 거동을 분석하고 제어하는 데 중요한 역할을 한다. 더불어 정확한 가진력 추정을 통해 잠재적인 손상이나 예상치 못한 고장을 방지할 수 있어 구조물의 설계 최적화에도 필수적이다. 이와 같이 정확

한 가진력 예측은 기계 및 구조물의 설계단계부터 유지보수에 이르기까지 매우 중요한 요소이다. 그러나 실제 상황에서 가진력이 접근이 어려운 위치에서 발생하는 경우가 많아 직접적으로 측정하기에는 한계가 존재한다. 이러한 문제를 해결하기 위해 가진력을 간접적으로 산출하는 방법이 다양하게 제안되었다. 가진력 예측 기법은 크게 시간 영역 방법, 주파수 영역 방법, 확률/통계 방법으로 분류할 수 있다.

† Corresponding Author ; Member, Pusan National University, Department of Mechanical Engineering, Professor  
E-mail : blee1015@pusan.ac.kr

†† Corresponding Author ; Member, Pusan National University, Professor  
E-mail : baek@pusan.ac.kr

\* Member, Pusan National University, Department of Mechanical Engineering, Student

‡ Recommended by Editor Seong Min Chang  
© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

Sanchez and Benaroya는 시간 영역 방법, 확률/통계 방법을 이용한 다양한 가진력 예측 기법을 정리하고 분류하였다<sup>(1)</sup>. 시간 영역 접근법 중에서는 직접법(direct method) 및 정규화 방법(regularization method)이 광범위하게 연구되었다. Jacquilin and Hamelin은 구조물의 동적 거동을 설명하는 수학적 모델을 기반으로 외부 힘을 추정하는 직접법 기반의 방법을 제안하였다<sup>(2)</sup>. 직접법은 구조물이나 시스템의 변형을 측정된 데이터를 활용하여 시스템에 작용하는 외부 힘을 직접 계산하는 방식으로, 주로 선형 시스템에서 사용된다. 이 방법은 측정된 변형과 힘 간의 관계를 명확히 이해하는 데 유용하지만, 매우 정확한 입력 데이터가 요구되며, 노이즈에 민감하여 정확한 힘 식별이 어려운 한계가 있다<sup>(3)</sup>. 이러한 문제를 해결하기 위해 정규화방법이 제안되었다<sup>(4,5)</sup>. 정규화 방법은 노이즈로 인한 불확실성을 완화하기 위해 문제에 제약 조건을 추가한다. 대표적인 방법으로는 티코노프(Tikhonov) 정규화 방법<sup>(5)</sup> 희소(sparse) 정규화 방법이 있다<sup>(6)</sup>. 티코노프 정규화는 노이즈가 포함된 문제를 해결하기 위해 안정적인 해를 도출할 수 있도록 추가적인 제약 조건을 도입하였다. 반면, 희소정규화 방법은 데이터의 희소성을 활용하여 중요한 정보를 선택적으로 추출하여 간결하면서도 정확한 해를 도출하는 접근법이다. 특히, Qiao et al.은 희소정규화 방법이 간접적인 힘 추정 문제에 효과적으로 활용될 수 있음을 보여주었다<sup>(7)</sup>. 또한, 이 방법을 사용함으로써 가진력 식별 과정에서 데이터의 희소성을 보장하고, 기존 정규화 방법에 비해 높은 정밀도로 힘을 식별할 수 있음을 증명하였다. 주파수 영역에서는 전달 경로 분석(transfer path analysis, TPA)이 대표적인 방법이다. Van der Seijs et al.은 TPA에 대한 구체적인 이론을 정리하였는데<sup>(8)</sup>, 이는 시스템을 가진력이 발생하는 가진부와 이에 영향을 받는 주변 구조물인 수신부로 구별하여 가진부에서 수신부로 전달되는 전달함수를 도출하였다. TPA는 고전적 TPA(classical TPA)<sup>(9)</sup>, 구성 요소 기반 TPA(component-based TPA)<sup>(10,11)</sup>, 전달률 기반 TPA(transmissibility-based TPA)로 분류될 수 있다<sup>(12-15)</sup>. 전달률 기반 TPA는 시스템 내 경로 기여도를 식별하는 데 중점을 두며, 직접적으로 힘을 도출하지는 않지만, 고전적 TPA와 구성 요소 기반 TPA는 측정된 시스템의 응답과 주파수 응답(frequency response function, FRF)을 사용하여 가진력을 계산함으로써

직접적으로 가진력을 계산하는 데 사용될 수 있다. 고전적 TPA는 하위 시스템 사이의 연결 부위에서 작용하는 경계힘(interface force)을 시스템의 응답과 주파수 응답 행렬을 사용하여 추정한다. 그러나 경계힘은 가진부나 수신부가 변경될 때마다 다시 계산되어야 하며, 가진부와 수신부 구조물의 전달함수 모두가 필요하다는 단점이 있다. 이러한 제한 사항을 해결하기 위해 구성 요소 기반 TPA는 가진부를 단일 등가 힘으로 표현함으로써 가진부를 수신부와 독립적인 요소로 분리한다. 이러한 등가 힘은 가진부에 의해서만 결정되기 때문에 동일한 가진부를 갖는 다양한 시스템에 적용할 수 있다. 이러한 이유로, 구성 요소 기반 TPA 중 차단력(blocked force) 방법을 적용한 TPA 방법이 널리 사용되고 있다<sup>(16-18)</sup>. 최근에는 Moorhouse 등이 고전적 TPA와 달리 가진부와 수신부를 물리적으로 분리할 필요가 없는 in-situ 방법을 제안하였으며<sup>(19)</sup>, 관련 연구가 활발히 진행되고 있다<sup>(20-22)</sup>.

확률 및 통계 방법<sup>(1)</sup>은 불확실성 또는 노이즈가 발생하는 시스템에서의 가진력 식별에 유용하게 사용된다. 해당 방법은 불확실성을 확률 분포로 모델링하여 관찰된 데이터와 알려지지 않은 힘 간의 관계를 더욱 정확하게 이해할 수 있게 한다. Beck et al.은 획득한 데이터를 기반으로 새로운 데이터로 예측되는 힘을 지속적으로 업데이트 하는 방법으로 가진력 추정하였다<sup>(23)</sup>. Wei et al.은 실시간 측정을 통해 파라미터를 동적으로 조정함으로써 추정 정확도를 높이는 적응형 추정(adaptive estimation) 방법을 제안하였다<sup>(24)</sup>. 그러나 앞서 열거한 방법들은 예측된 가진력의 값이 시스템 모델링에 따라 달라지고, 복잡한 고차원의 시스템에서는 상당한 연산 비용을 필요로 하는 단점이 있다.

다양한 가진력 예측 방법이 발전해 왔지만, 여전히 여러 한계가 존재한다. 시간 영역 방법은 긴 시간 데이터를 다룰 때 계산 시간이 기하급수적으로 늘어나는 문제가 발생한다<sup>(25)</sup>. 주파수 영역 방법 중 고전적 TPA는 가진부와 수신부 구조를 물리적으로 분리해야 하는 어려움이 있다<sup>(26)</sup>. 구성 요소 기반 TPA의 경우 가진부와 수신부 사이의 여러 결합 지점에 대한 전달함수를 측정해야 하는 단점이 있다. 확률적 및 통계적 방법은 시스템 파라미터의 불확실성을 고려하여 가진력을 추정하기에 효과적이지만, 데이터의 수가 부족하거나 부정확할 경우 신뢰할 수 없으며, 연산 비용이 많이 소모된다는 단점이 있다.

이러한 한계를 해결하기 위해 이 연구에서는 실험을 통해 측정된 시스템 레벨의 응답과 시스템의 모델링 정보를 활용하여 가진력을 간접적으로 예측하는 새로운 방법을 제안한다. 제안된 방법은 시스템을 가진부와 수신부로 구별하여 모델링한다. 여기서 가진부는 가진력을 생성하는 구조물을, 수신부는 가진력의 영향을 받는 구조물을 의미한다. 실제 동력 시스템에서 가진부는 일반적으로 압축기나 엔진과 같이 상대적으로 강성이 높은 견고한 구조물로 이루어져 있고, 수신부는 배관과 같은 비교적 유연한 구조물로 구성된다. 이러한 동력 시스템의 특성을 이용하여 가진부를 강체로, 수신부를 탄성체로 간주하여 효과적으로 모사할 수 있다.

제안된 방법의 장점은 다음과 같다. 먼저, 가진력 추정 과정에서 부분 구조 합성법(component mode synthesis, CMS)을 이용하여 모델의 차수를 축소함으로써 효율적인 가진력 예측을 가능하게 한다<sup>(27,28)</sup>. 이 연구에서는 부분 구조 합성법 중에서도 Craig-Bampton 방법을 사용하였다. 이 방법을 통해 영역을 변환하는 과정에서 특정 지점을 물리적 영역에 유지하면서도 모델의 차원을 축소할 수 있다. 다음으로 모달 영역의 응답을 활용하여 최소한의 측정점으로 가진력을 추정할 수 있다는 점이다. 이를 통해 많은 측정점에서 데이터를 획득하거나 대량의 데이터를 수집 및 처리하는 과정 없이도 가진력 추정의 높은 정확성을 유지할 수 있다. 또한, 시스템 레벨의 측정을 통해 모델을 분리할 필요가 없으며 연결부위 응답 측정 또한 요구되지 않는다. 이러한 장점을 바탕으로 이 방법은 진동 해석 및 구조 동역학 분야에서 가진력 추정을 위한 효율적이고 실용적인 해결책을 제시한다.

제안된 방법론의 신뢰성을 검증하기 위해 수치적 검증과 실험적 검증을 수행하였다. 수치적 검증은 유한 요소 모델(finite element, FE) 기반으로 실제 시스템을 모사하여 진행하였다. 검증 과정에서 가진부에 조화 가진력을 인가한 후, 예측된 힘과 실제로 적용된 힘을 비교함으로써 제안된 방법의 정확도를 평가하였다. 수치해석 기반으로 방법론을 검증한 후 실제 시스템을 제작하여 제안된 방법론의 효용성을 확인하였다. 제작된 동적 시스템의 강제 진동 응답을 측정하여 가진력을 예측하고, 이를 실제로 인가된 힘과 비교하여 방법론의 정확도를 검증하였다. 이러한 수치적, 실험적 검증 결과를 통해

제안된 방법론이 가진력을 효과적으로 예측할 수 있음을 확인하였다.

이 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 제안된 가진력 추정 방법에 대한 이론을 상세히 다룬다. 3장에서는 모사(surrogate) 모델을 설계한 후, 해당 모사 모델의 유한요소모델을 이용하여 가진력 식별 방법을 수치적으로 검증한다. 이를 통해 제안된 방법의 정확성과 효율성을 입증한다. 4장은 실험적 검증에 초점을 맞추었다. 3장에서 설계된 모사 모델을 실제로 제작한 뒤 이를 활용하여 방법론의 유효성을 실험적으로 검증한다. 마지막으로 5장에서는 이 연구에서 제안하는 방법론에 대한 주요 검증 결과를 정리하고, 방법론의 효용성과 잠재적인 적용 가능성에 대해 논의하였다.

## 2. 방법론

Fig. 1(a)에 가진부(source)와 수신부(receiver)로 이루어진 동적시스템을 도식화하였다. 엔진과 같은 가진부는 통상 주변 구조물에 비해 더 높은 강성을 가지는 경향이 있다. 따라서 가진부 하위 시스템은 Fig. 1(b)와 같이 가진 노드를 포함하는 집중질량으로 근사가 가능하다. 근사된 시스템을 나타내는 지배방정식은 식 (1)과 같다.

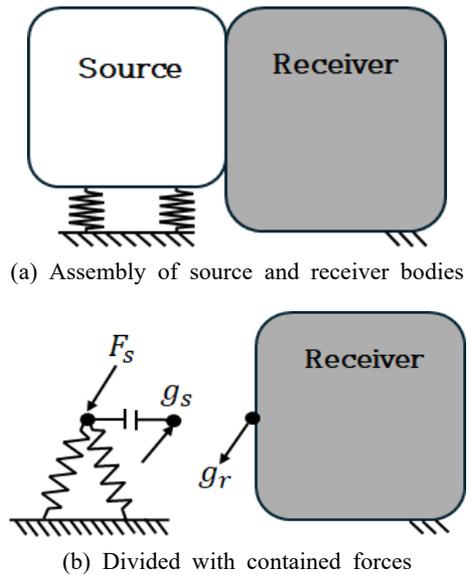


Fig. 1 Representations of the dynamic system

$$\begin{cases} \mathbf{M}_r \ddot{x}_r + (\alpha \mathbf{M}_r + \beta \mathbf{K}_r) \dot{x}_r + \mathbf{K}_r x_r = g_r \\ \mathbf{M}_s \ddot{x}_s + (\alpha \mathbf{M}_s + \beta \mathbf{K}_s) \dot{x}_s + \mathbf{K}_s x_s = F_s + g_s \end{cases} \quad (1)$$

식 (1)에서 아래첨자  $r$ 과  $s$ 는 각각 수신부와 가진부를 나타낸다. 또한,  $\vec{F}$ ,  $\vec{g}$ ,  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{K}$ ,  $\alpha$  그리고  $\beta$ 는 각각 가진력 벡터, 경계힘 벡터, 질량 행렬, 강성 행렬, 질량 비례 감쇠 계수 및 강성 비례 계수를 나타낸다. 가진부와 수신부 하위 시스템을 결합하기 위해서는 구조물의 경계면에서 동일한 움직임을 보장하는 적합조건(compatibility conditions)과 경계면에서 힘의 평형을 유지하는 힘 평형 조건(force equilibrium condition)  $\vec{g}_s + \vec{g}_r = 0$  이 모두 만족되어야 한다. 전체 시스템의 지배 방정식은 식 (2)와 같이 행렬 형태로 표현될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_r & \mathbf{M}_{rs} \\ \mathbf{M}_{sr} & \mathbf{M}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_r \\ \ddot{x}_s \end{bmatrix} + \left( \alpha \begin{bmatrix} \mathbf{M}_r & \mathbf{M}_{rs} \\ \mathbf{M}_{sr} & \mathbf{M}_s \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} \mathbf{K}_r & \mathbf{K}_{rs} \\ \mathbf{K}_{sr} & \mathbf{K}_s \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \dot{x}_r \\ \dot{x}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_r & \mathbf{K}_{rs} \\ \mathbf{K}_{sr} & \mathbf{K}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r \\ x_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ F_s \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서 아래첨자  $rs$ 와  $sr$ 은 두 하위 시스템 간의 결합 항을 나타낸다. 가진력 예측 과정에서 모달 영역에서의 응답을 사용한다면 모든 자유도에서 응답을 측정할 필요 없이 훨씬 적은 측정 지점을 사용하는 것이 가능하다. 물리 영역에서 모달 영역으로의 변환을 위해, 이 연구에서는 부분구조합성법을 사용하였다.

부분구조합성법은 복잡한 시스템을 하위 구조물로 분해하여 각각의 차수를 축소한 후 결합하여 전체 시스템의 차수를 축소하는 모델링 방법이다. 이 연구에서는 다양한 부분구조합성법 중에서 Craig-Bampton 방법을 사용하였다. 해당 방법은 식 (3)에 표현된 변환 행렬( $\mathbf{T}_{CB}$ )을 사용하여 물리 영역 응답  $\begin{bmatrix} x_r \\ x_s \end{bmatrix}^T$ 을 모달 영역 응답  $\begin{bmatrix} q_r \\ x_s \end{bmatrix}^T$ 로 변환한다.

$$\begin{bmatrix} x_r \\ x_s \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{CB} \begin{bmatrix} q_r \\ x_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi & \Psi \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_r \\ x_s \end{bmatrix} \quad (3)$$

여기서  $x$ 와  $q$ 는 각각 물리 영역과 모달 영역에서의 일반 좌표계를 나타낸다. 또한  $[\Phi \ \mathbf{0}]^T$ 는 경계 노드를 완전구속한 상태에서 구조물의 움직임을 나타내는 정

규 모드(fixed normal modes)를 나타내며,  $[\Psi \ \mathbf{I}]^T$ 는 경계 노드에 단위 변위 부여했을 때 구조물의 움직임을 나타내는 구속 모드(constraint modes)를 나타낸다. 이때, 정규 모드  $\Phi$ 의 개수를 주요 모드 위주로 제한하여 시스템의 차원을 축소할 수 있다. 식 (3)과 같이 모달 영역으로 변환된 지배 방정식을 변환 행렬  $\mathbf{T}_{CB}$ 에 투영하면 식 (4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{m}_{rs} \\ \mathbf{m}_{sr} & \mathbf{m}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_r \\ \ddot{x}_s \end{bmatrix} + \left( \alpha \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{m}_{rs} \\ \mathbf{m}_{sr} & \mathbf{m}_s \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} \Lambda_r & 0 \\ 0 & \mathbf{k}_s \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \dot{q}_r \\ \dot{x}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Lambda_r & 0 \\ 0 & \mathbf{k}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_r \\ x_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ f_s \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서  $\Lambda_r$ 는 수신부 시스템의 고유값 행렬이다. 경계 노드의 자유도에 단위행렬  $\mathbf{I}$ 가 곱해지는  $\mathbf{T}_{CB}$ 에 의해 경계 노드는 영역 변환 후에도 물리 영역에 남게 됨을 확인할 수 있다. 따라서 경계 노드로 설정된 가진부는 모달 영역으로 변경되지 않으며 식 (2)에서 식 (4)로 영역 변환 시  $\mathbf{M}_s, \mathbf{K}_s$ 는 근본적으로  $\mathbf{m}_s, \mathbf{k}_s$ 와 같은 행렬이다. 이러한 특징은 가진력 예측 시 시스템 응답을 다시 물리 영역으로 되돌릴 필요가 없으므로 연산이 효율적이라는 장점이 있다. 최종적으로, 식 (4)를 이용하여 식 (5)와 같은 가진력 공식을 유도할 수 있다.

$$\vec{f}_s = \mathbf{m}_{rs}^T \ddot{q}_r + \alpha \mathbf{m}_{rs}^T \dot{q}_r + \mathbf{m}_s^T \ddot{x}_s + (\alpha \mathbf{m}_s + \beta \mathbf{k}_s) \dot{x}_s + \mathbf{k}_s x_s \quad (5)$$

식 (5)를 통해 가진력은 교차 항의 모달 관성력  $\mathbf{m}_{rs}^T \ddot{q}_r$ 과 모달 감쇠력  $\alpha \mathbf{m}_{rs}^T \dot{q}_r$ 으로 구성된 경계힘과 수신부의 관성력, 감쇠력, 강성에 의한 힘의 조합으로 표현됨을 알 수 있다. 경계힘에서 사용되는 수신부의 모달 응답 벡터  $\vec{q}_r$ 은 식 (3)으로부터 식 (6)과 같이 유도할 수 있다.

$$\vec{q}_r = \Phi^{-1}(\vec{x}_r - \Psi \vec{x}_s) \quad (6)$$

제안된 가진력 추정 방법은 주요 모드만 선별적으로 사용하여 연산의 효율성을 높임과 동시에 물리 영역에서 측정된 가진부 응답을 그대로 사용하기 때문에 가진력 추정의 정확성을 확보할 수 있다.

### 3. 유한요소 기반 방법론 검증

제안된 방법론의 유효성을 입증하기 위해, 모사 모델에 대한 유한요소 해석을 기반으로 제안된 가진력 추정 방법의 수치적 검증을 수행하였다. Fig. 2(a)에 사용된 모사 모델의 구조를 나타내었다. 해당 모델은 실제 동력 시스템을 모사하기 위해 원통형의 가진부와 배관 형태의 수신부로 설계되었다. 실제 동력 시스템에서 엔진, 컴프레서와 같은 가진부는 수신부에 비해 강성이 상대적으로 높아 강체로 가정할 수 있어 Fig. 2(b)와 같이 집중질량으로 근사하였다. 제안하는

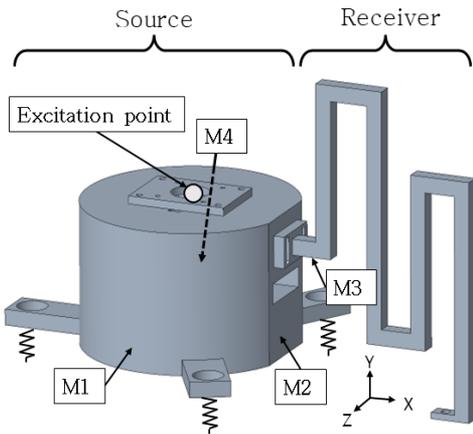
방법론의 수치적 검증을 위해 모사 모델의 시간 영역에서의 강제응답을 유한요소 해석을 통해 구하였다. 시간 영역에서 연산한 강제응답을 기반으로 식 (5)를 사용하여 가진력을 계산하였으며, 계산된 가진력은 입력된 가진력과 비교하여 적합도를 확인하였다.

#### 3.1 유한요소 모델링

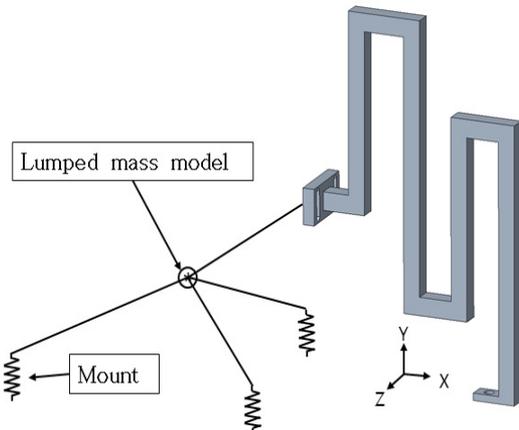
이 연구에서 제안하는 방법은 가진부를 집중질량으로 가정한 이후 Craig-Bampton 방법을 통해 차원을 축소하는 과정을 거치면서 실제 시스템의 동적 거동을 매우 낮은 자유도로 근사시킨다. 따라서, 차수 축소 모델이 전체 모델의 거동을 적절히 반영하는지 검증하는 과정이 필요하다. 이를 위해 모사 모델과 차수 축소 모델의 고유진동수의 상대 오차를 비교하여 차수 축소 모델의 정확성을 평가하였다.

$$\frac{\|f_{FE} - f_{CB}\|}{\|f_{FE}\|} \times 100(\%). \tag{7}$$

식 (7)의  $f_{FE}$  와  $f_{CB}$ 는 각각 전체 유한요소 모델과 차수 축소 모델의 고유진동수를 의미한다. 전체 유한요소 모델의 고유진동수는 상용 소프트웨어 ANSYS APDL을 사용하여 계산하였으며, 차수 축소 모델의 고유진동수는 고유값 문제를 계산하여 도출하였다. 고유진동수와 상대오차 결과는 Fig. 3에 정리하였으며, 두 모델 사이의 최대 상대 오차는  $4.83 \times 10^{-6} \%$ 로 매우 낮은 수준을 보였다. 이 결과를 통해 차수 축소 모델이 전체 유한요소 모델의 동적 특성을 매우 잘 반영함을 알 수 있다.



(a) Full geometry of the surrogate model and measurement points(M1 ~ M4)



(b) Lumped mass modeling of the source body

Fig. 2 Schematic of surrogate model

#### 3.2 가상지점 변환

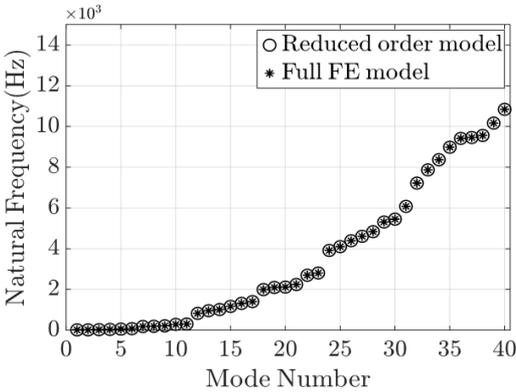
정확한 가진력 식별을 위해 가진력이 적용되는 지점에서의 변위, 속도, 가속도에 대한 정밀한 측정이 필요하다. 그러나 실제 환경에서는 구조적 제약으로 인해 특정 지점에서의 직접적인 측정이 어렵거나 불가능한 경우가 많다. 이러한 한계를 극복하기 위해 VPT 방법이 제안되었다. 이 기법은 접근 가능한 위치에 설치된 센서 데이터를 활용하여 접근 불가능한 지점에서의 동적 응답을 간접적으로 추정하는 방법이다.

VPT는 관심 영역을 강체로 가정한다. 이를 통해 적용 영역 내부 자유도 간의 강체 관계를 정의하여 접근 가능한 위치에 부착된 센서의 측정값을 가상지점에서의 병진 및 회전 응답으로 변환한다. VPT 방

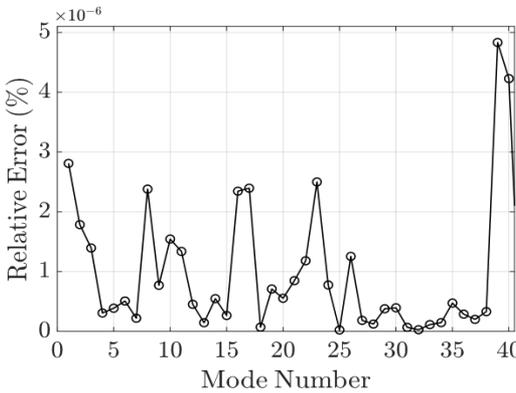
법은 다음과 같은 단계로 진행된다. 먼저, 측정점 근처 영역 중 강체로 근사화할 수 있는 적절한 위치를 식별한다. 이후, 근사화된 강체 영역 내 측정 가능한 지점에 센서를 부착하고, 측정 지점과 가상지점 사이의 좌표변환 관계식을 구한다. 이 방법을 사용함으로써 측정이 불가능한 지점에서의 주요 응답을 간접적으로 측정할 수 있으며, 시스템의 구조에 의한 센서 배치의 한계를 극복할 수 있다.

Fig. 4에 가진부 및 가진부 주변에 부착된 센서의 위치를 나타내었다.  $k$  번째 센서 위치에서의 응답  $\vec{u}^k$  와 가상지점  $v$ 에서의 응답  $\vec{p}^v$  사이의 변환은 센서의 국부 좌표  $\vec{e}$  및 두 지점 간 위치 벡터  $\vec{r}$  기반으로 식 (8) 과 같은 관계식을 만들 수 있다.

$$\vec{u}^k = \mathbf{E}^k \mathbf{R}^k \vec{p}^v \tag{8}$$



(a) System level natural frequency



(b) Relative errors between full FE model and reduced-order model

Fig. 3 Model validation results

여기서 각 항은 식 (9)와 같은 행렬을 나타낸다.

$$\vec{u}^k = [u_x^k \ u_y^k \ u_z^k]^T$$

$$\mathbf{E}^k = \begin{bmatrix} e_{x,X}^k & e_{x,Y}^k & e_{x,Z}^k \\ e_{y,X}^k & e_{y,Y}^k & e_{y,Z}^k \\ e_{z,X}^k & e_{z,Y}^k & e_{z,Z}^k \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}^k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & r_Z^k & -r_Y^k \\ 0 & 1 & 0 & -r_Z^k & 0 & r_X^k \\ 0 & 0 & 0 & r_Y^k & -r_X^k & 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{p}^v = [P_X^v \ P_Y^v \ P_Z^v \ P_{\theta_x}^v \ P_{\theta_y}^v \ P_{\theta_z}^v]^T$$

식 (9)의  $\mathbf{E}^k, \mathbf{R}^k$ 는  $\vec{u}^k$ 와  $\vec{p}^v$  사이의 기하학적 관계를 나타내는 변환행렬이다. 소문자  $x, y, z$ 는 센서  $k$ 의 국부 좌표를 의미하며, 대문자  $X, Y, Z$ 는 전체 시스템의 전역 좌표를 나타낸다.  $k$ 가 3축 센서인 경우에 대하여  $u_x^k, u_y^k, u_z^k$ 는 각각 센서  $k$ 의 병진 응답을 나타낸다. 또한,  $r_X^k, r_Y^k, r_Z^k$ 는 센서  $k$ 와 가상지점 사이의  $v$   $X, Y, Z$ 방향 거리를 나타낸다.  $e_{i,j}^k$ 는 전역 좌표 자유도를 센서의 국부 좌표계로 투영한 값을 나타낸다.

단일 가상지점과 연관된  $N$ 개의 센서를 활용할 경우, 전체 변환 행렬은 각 센서의 변환 행렬들을 수직으로 연결하여 구성할 수 있다<sup>29)</sup>. 이 관계는 식 (10)에서 수학적으로 표현되며, 여기서  $\vec{u}$ 는 측정된 응답을 나타낸다.

$$\vec{u} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}^1 \mathbf{R}^1 \\ \mathbf{E}^2 \mathbf{R}^2 \\ \mathbf{E}^3 \mathbf{R}^3 \\ \vdots \\ \mathbf{E}^N \mathbf{R}^N \end{bmatrix} \vec{p} = \mathbf{H} \vec{p} \tag{10}$$

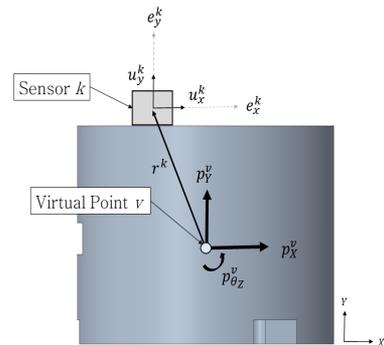


Fig. 4 Illustration of VPT from with sensor and virtual point DOFs

강체에 여러 가상지점이 존재하는 상황에는 가상 지점별 변환 행렬을 대각으로 결합하여 시스템의 전체 변환 행렬을 확장할 수 있다. 그러나 이 연구에서는 단일 가상지점만 고려하므로, 식 (10)에 제시된 공식만으로도 실제 응답과 가상지점 응답 사이의 관계를 충분히 설명할 수 있다. 가상지점에서의 응답  $\vec{p}$ 는 최소차승법(least square method)과 유사역행렬(pseudo-inverse) 계산을 통해 도출된다. 이는 측정된 응답과 변환된 응답 간의 제곱 오차를 최소화하여 최적의 가상지점 응답을 계산한다.

$$\vec{p} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \vec{u}. \tag{11}$$

VPT를 적용할 때, 유사역행렬 계산의 정확성을 보장하기 위해 변환 행렬  $\mathbf{H}$ 는 반드시 완전계수(full-rank)를 만족해야 한다. 이를 위해 최소 2개의 3축 센서가 필요하며, 각 센서에서 3개의 자유도를 측정하여 총 6개의 자유도를 확보해야 한다. 그러나 변환의 정확도를 높이고, 실제 환경에서의 오차를 최소화하기 위해서는 3개 이상의 센서를 사용하는 것이 일반적이다<sup>(30)</sup>.

### 3.3 수치적 검증 결과

검증된 유한요소 모델을 기반으로 제안된 가진력 식별 방법의 수치적 검증을 수행하기 위해 유한요소 모델의 강제진동 응답을 시계열에서 구하였다. 동력 시스템의 특성을 고려하여 가진은 하나의 평면(X-Z 평면)으로 제한하였으며, 수직 방향(Y)의 동적 응답은 무시할 수 있을 정도로 작다고 간주하였다. 시물레이션 결과의 정확성과 신뢰성을 확보하기 위해, 시간 스텝 수와 전체 시물레이션 지속 시간은 충분히 수렴된 해를 보장할 수 있도록 결정하였다.

Fig. 2(a)에 나타난 바와 같이, 동적 응답 측정을 위해 가진부 외부 표면의 세 개의 측정점(M1~M3)과 수신부 내부의 한 개의 측정점(M4)을 선택하였다. 가진부에서 측정된 데이터를 기반으로 VPT 방법을 통해 집중질량 지점의 응답을 계산할 수 있다. 실험은 다음과 같은 절차를 수행하였다. 먼저 가진부 본체에 가진력을 인가한 뒤 수신부로 전달되는 응답을 유한요소 해석을 기반으로 계산하였다. 이후 시물레이션을 통해 얻은 응답 데이터를 바탕으로 가진력을 식 (5)를 사용하여 계산하였다. 최종적으로 식별된 가진력과 입력된 가진력을 비교하여 제안된 가진력 예측 방법의 정확성을 검증하였다.

입력된 가진력을 기반으로 모사 모델의 강제진동 응답을 이용하여 추정된 가진력을 시계열과 주파수 영역에서 비교한 결과를 Fig. 5에 나타내었다.

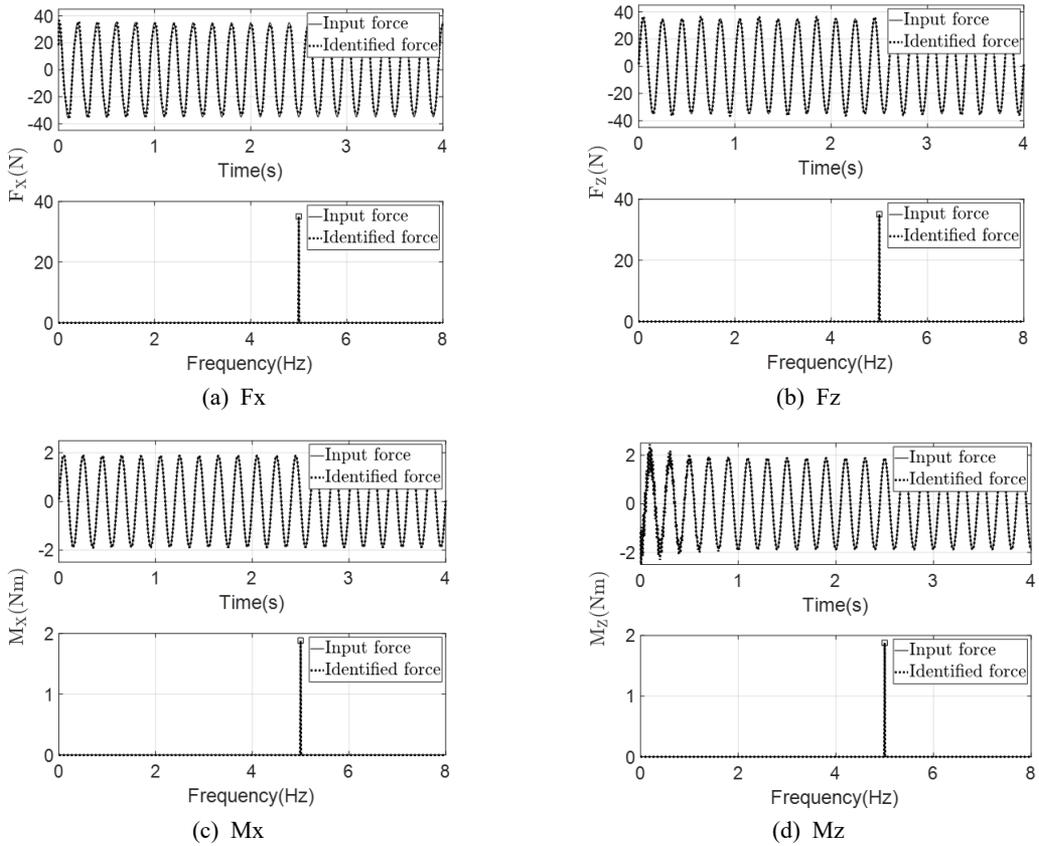
가진력이 작용하는 평면의 각 방향에 대한 힘  $F_x$ ,  $F_z$ 와 모멘트  $M_x$ ,  $M_z$ 를 시계열과 주파수 영역에서 비교해 보면 매우 잘 일치한다는 것을 확인할 수 있다. 또한, 각 자유도에서 계산된 가진력과 입력된 가진력의 RMS값을 이용하여 산출된 상대 오차의 결과를 Table 1에 나타내었다. 최대 오차는 Z방향 모멘트에서 최대 1.10%로 매우 낮은 수준이다. 이 결과를 통해 제안된 가진력 추정 방법이 높은 정확도로 가진력을 예측할 수 있음을 입증 하였다.

## 4. 실험적 검증

이 장에서는 실물 모델을 활용한 실험을 통해 가진력 추정 방법을 검증하고, 실제 동적 구조물에 대한 적용 가능성을 평가하였다. 실험 과정과 검증 과정은 Fig. 6에 요약하였다. 먼저, 실물 모델에 대한 유한요소 모델을 제작하고 차수축소 모델을 생성하였다. 이후 모델의 정확성을 확인하기 위해 실물 모델의 고유진동수와 모드를 측정한 후 차수 축소 모델의 고유진동수와 비교하여 두 모델의 적합성을 확보하였다. 이후 실물 모델에 가진력을 인가하여 응답을 측정하였다. 실물 환경에서 발생할 수 있는 측정 노이즈의 영향을 최소화하기 위하여 측정 지점을 추가하였다. 검증된 차수 축소 모델과 실험적으로 획득된 응답 데이터를 이용하여 가진력을 예측하였으며, 예측된 값과 인가한 값을 비교하여 적합성을 확인하였다.

### 4.1 실험 장비 구성 및 모델 검증

Fig. 7에 나타난 실험 장비를 사용하여 가진력 식별 실험을 수행하였다. 가진부는 높은 강성을 구현하기 위해 S45C 강철로 제작하였으며, 수신부는 유연한 특성을 가지도록 AL6061-T651 알루미늄으로 제작되었다. 두 구조물의 질량비는 0.026로 설정되었다. 가진부는 세 개의 고무 마운트로 지지되며, 각 마운트는 볼트를 이용하여 진동절연 테이블에 견고하게 고정하였다. 가진부의 가진력은 장착된 모터의 편심 질량을 이용하여 회전에 의한 불평형힘을 발생시키는 방식으로 인가하였다. 사용된 스텝 모터와 드라이버는 Misumi사의 모델 C-42SRM01 및 C-DR42A이다.



**Fig. 5** Numerical validation results of proposed force identification method for each forcing and moment direction

**Table 1** RMS relative error of numerical validation

	Fx	Fz	Mx	Mz
RMS relative error [%]	0.51	0.13	0.97	1.10

진동 응답 데이터 측정을 위해 5개의 3축 가속도계 (M1 ~ M5)를 사용하였고, 가속도계의 부착 위치는 Fig. 7(a)에 표기되어 있다. 시스템의 고유진동수를 측정하기 위해 LMS Test.Lab의 impact test system을 사용하여 모달 실험을 진행하였다. Impact hammer를 이용해 실험 모델의 18개 지점에 충격을 가한 후 해당 응답 데이터를 평균 내어 실험 모델의 고유진동수를 결정하였다.

실물 모델과 차수 축소 모델의 고유진동수를 비교하여 차수 축소 모델의 신뢰성을 평가하였다. 모델 검증은 실험적으로 측정된 실물 모델의 고유진동수와 차수 축소 모델의 고유값 문제를 통해 계산한 고유진동수의 상대 오차를 비교하여 진행하였다. Fig. 8은 각

모델의 고유진동수와 모드별 상대 오차를 나타낸다. 14개의 주요 모드를 분석한 결과 1번~6번 모드까지는 가진부 움직임이 지배적인 모드로, 나머지는 수신부 움직임이 지배적인 모드로 관찰되었다. 최대 상대 오차는 3.51%로 확인되었으며, 이는 실물 모델과 차수 축소 모델의 동적 특성이 매우 유사함을 보여준다.

**4.2 실험적 검증 결과**

가진력으로 사용된 불평형힘의 수학적 표현은 식 (12)와 같다.

$$\vec{F} = m\omega^2 \cos(\omega t + \phi) \tag{12}$$

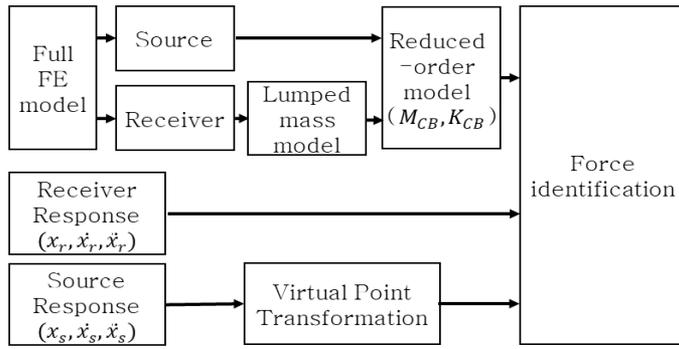
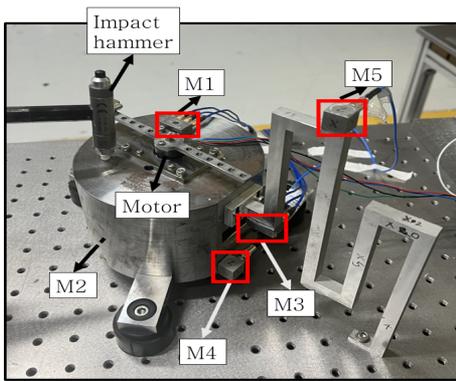
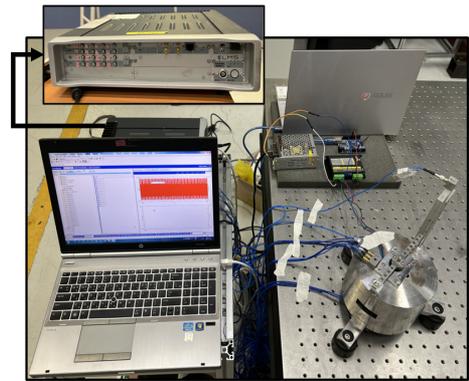


Fig. 6 Diagram of experimental validation process

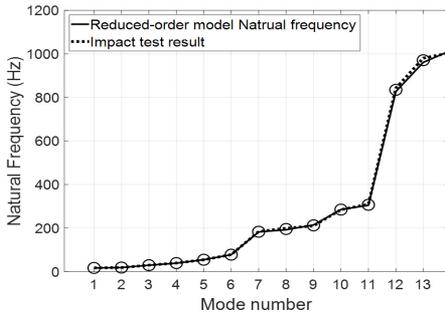


(a) Accelerator sensing points

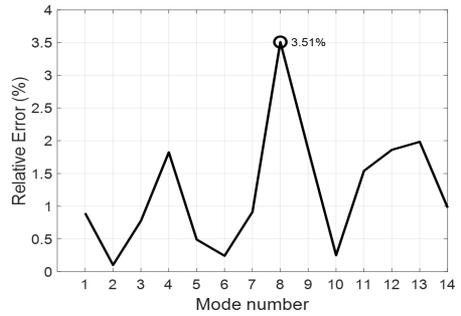


(b) Overall test setup

Fig. 7 Diagram of experimental validation process



(a) Natural frequency

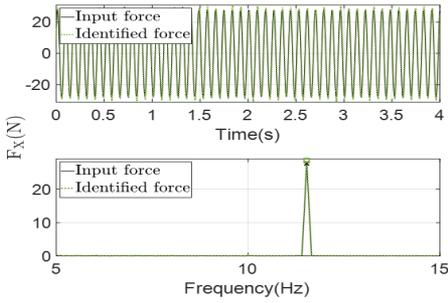


(b) Relative error

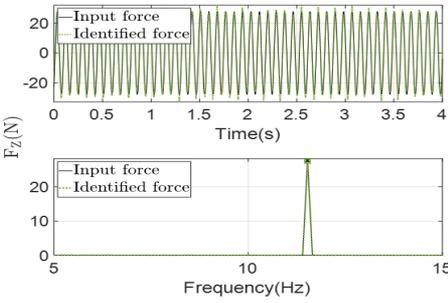
Fig. 8 Model validation result

Table 2 Centrifugal force magnitude for each excitation conditions

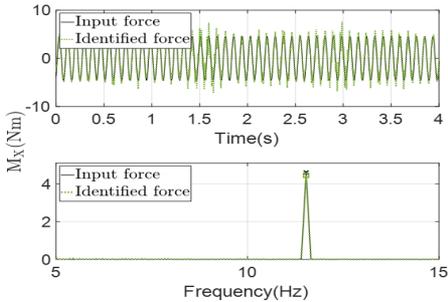
	700 r/min	750 r/min	800 r/min
Centrifugal force magnitude [N]	27.73	32.33	35.17



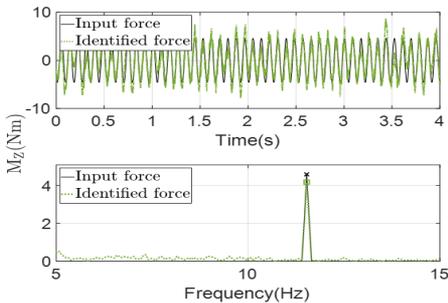
(a)  $F_x$



(b)  $F_z$

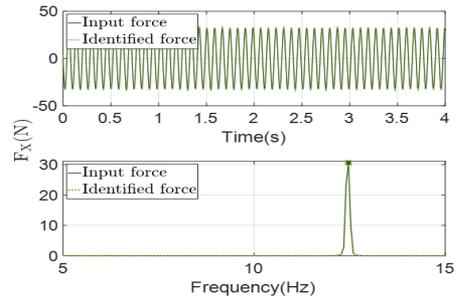


(c)  $M_x$

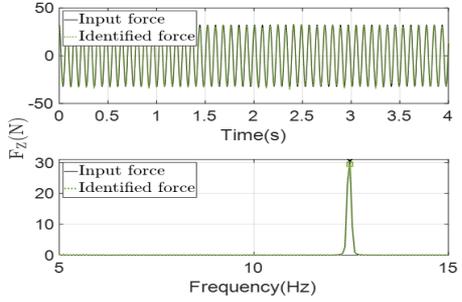


(d)  $M_z$

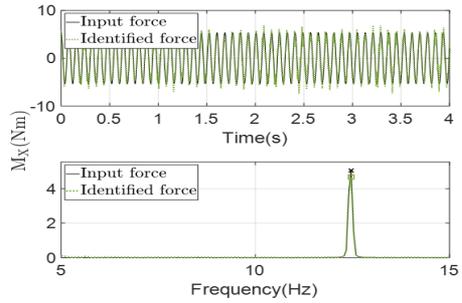
**Fig. 9** Experimental validation results of proposed force identification method for each forcing and moment direction when motor speed is 700 r/min



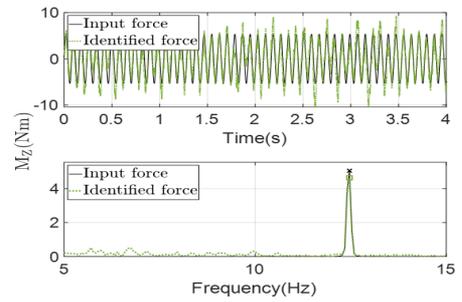
(a)  $F_x$



(b)  $F_z$

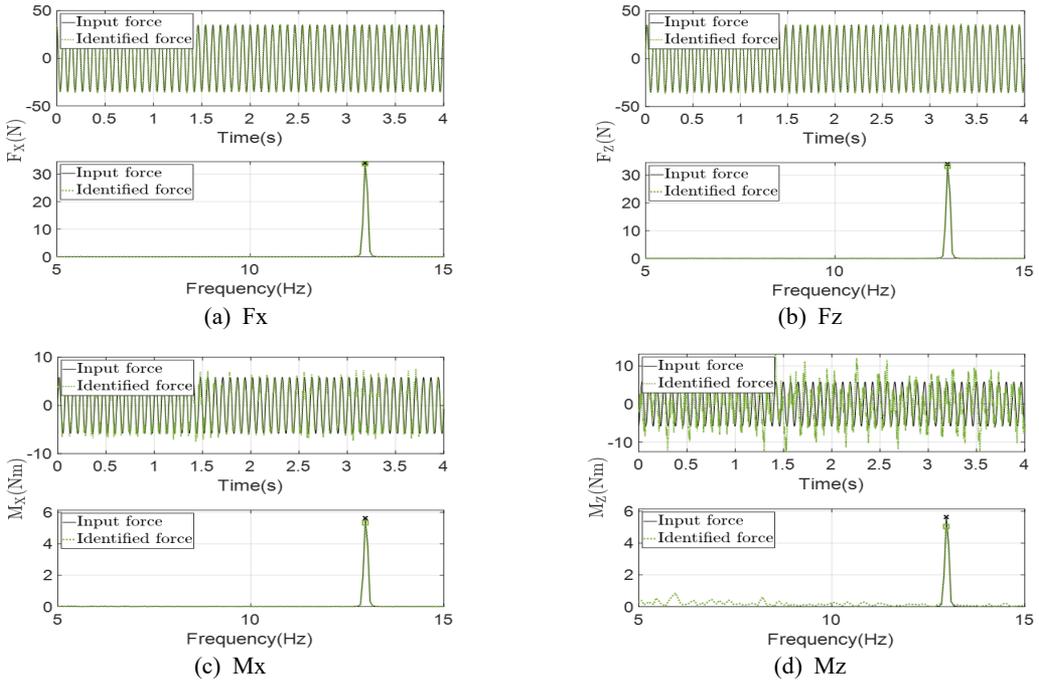


(c)  $M_x$



(d)  $M_z$

**Fig. 10** Experimental validation results of proposed force identification method for each forcing and moment direction when motor speed is 750 r/min



**Fig. 11** Experimental validation results of proposed force identification method for each forcing and moment direction when motor speed is 800 r/min

여기서  $m$ 는 편심 질량,  $e$ 는 모터 축에서 편심 질량까지의 거리,  $\omega$ 는 모터의 각속도를 나타낸다. 불평형힘의 작용점과 가진부의 질량중심이 일치하지 않으므로, 좌표변환을 통해 집중질량 지점에서의 가진력을 산출하였다. 편심 질량의 무게는 가진부 무게 대비 0.173%로 제작되었으며, 이를 기반으로 모터 속도별 원심력의 크기를 계산하여 Table 2에 나타내었다.

제안된 가진력 식별 방법의 정확성을 검증하기 위해 실험을 통해 Fig. 9 ~ Fig. 11과 같이 계산된 힘과 실험 모델에 입력된 힘을 비교하였는데, 시계열 응답에 대해서는 제곱평균제곱근(root mean square, RMS) 값을, 주파수 영역 데이터는 피크 투 피크(peak-to-peak) 오차 분석을 수행하였다.

### 5. 결 론

가진부에서 발생한 가진력을 정확하게 예측하는 것은 기계 시스템의 동역학적 특성을 이해하고 구조적 강건성을 보장하는 데 중요한 요소이다. 이 연구는 기존 가진력 예측 기법들의 한계를 극복하기 위해 부분구조합성법을 기반으로 한 차수 축소 모델과 모

달 영역의 응답을 활용하는 독창적인 접근법을 제안하였다. 특히, 시스템 레벨의 측정을 통해 모델을 물리적으로 분리하거나 다수의 측정 데이터를 요구하지 않으면서도 높은 정확도로 가진력을 추정할 수 있다는 점에서 기존 방법론과 차별화된다. 이 연구는 최소한의 가진력 예측의 효율성을 극대화하고, 실제 시스템에 실질적으로 적용 가능한 혁신적이고 실용적인 가진력 예측 방법론을 제시하였다.

수치적 방법과 실험적 방법을 통해 제안된 방법론의 정확성을 검증하였다. 수치적 검증 방법의 경우 유한요소를 기반으로 구성된 모사 모델을 통해 진행되었으며 계산된 가진력과 입력된 가진력 간의 최대 RMS 상대 오차는 1.10%로 계산되었다. 실험적 검증은 제작된 실물 모델을 이용하여 강제진동 응답 데이터를 측정 후 가진력을 추정하는 방식으로 수행하였다. 최대 RMS 상대 오차의 경우 10.87%, 최대 피크 투 피크 상대 오차의 경우 10.61%로 나타났다. 이러한 결과는 제안된 가진력 예측 방법론을 통해 높은 정확도로 가진력을 예측할 수 있음을 증명한다. 특히 모터에 직접적으로 인가된 병진 힘의 경우 예측 정확도가 매우 높게 나타났다. 반면, 모멘트 값 추정

은 상대적으로 오차가 높게 발생하였다.

계산된 힘과 입력된 힘 사이 오차의 원인을 분석한 결과 다음 두 가지 요인에 의한 것으로 판단되었다.

(1) 경계 조건 구현의 한계: 모사 모델의 유한요소 해석에서는 지면에서 자유도가 완전히 구속된 이상적인 경계 조건을 가정하였으나, 실험 장치에서는 이러한 완전구속 조건을 구현하는 데 한계가 있었다.

(2) 근사 모델의 활용: 가진부 구조의 복잡한 물리적 특성을 단순화하는 과정에서 실제 모델과 근사 모델 사이의 동적 특성 일부가 일치하지 않는 경우가 발생할 수 있다. 실제 작동 환경에서의 동역학적 특성을 모사하기 위해서는 모델 단순화와 예측 정확성 사이의 적절한 균형을 유지하는 것이 중요하다.

결론적으로, 수치적, 실험적 검증 결과 제안된 가진력 식별 방법의 효율성과 신뢰성이 입증되었다. 향후 연구에서는 가진력 추정 시 발생한 오차의 원인을 개선하고, 보다 강건한 실험 환경을 기반으로 검증을 진행할 계획이 있다. 또한, 주파수 범위를 확장하여 더 넓은 가진 조건에서 테스트를 수행하면 추가적인 통찰을 얻을 수 있을 것으로 예상된다. 더불어 작동 및 정지 단계와 같은 과도 상태에서의 거동을 심층적으로 분석함으로써 다양한 환경에서 제안된 방법의 성능을 평가할 수 있을 것이다. 해당 과정은 제안된 방법의 적용 가능성을 더욱 확장하는 데 기여할 것으로 기대된다.

## 후 기

이 과제는 부산대학교 기본연구지원사업(2년)에 의하여 연구되었음.

## References

(1) Sanchez, V. and Benaroya, H., 2014, Review of Force Reconstruction Techniques, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 333, No. 14, pp. 2999~3018.

(2) Jacquelin, E. and Hamelin, P., 2003, Force Recovered from Three Recorded Strains, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 40, No. 1, pp. 73~88.

(3) Jacquelin, E., Bennani, A. and Hamelin, P., 2003, Force Reconstruction: Analysis and Regularization of a Deconvolution Problem, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 265, No. 1, pp. 81~107.

(4) Pan, C., Ye, X., Zhou, J. and Sun, Z., 2020, Matrix Regularization-based Method for Large-scale Inverse Problem of Force Identification, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 140, 106698.

(5) Li, M., Wang, L., Luo, C. and Wu, H., 2019, A New Improved Fractional Tikhonov Regularization Method for Moving Force Identification, *Structures*, Vol. 60, 105840.

(6) Donoho, D. L., 2006, Compressed Sensing, *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 52, No. 4, pp. 1289~1306.

(7) Qiao, B., Liu, J., Liu, J., Yang, Z. and Chen, X., 2019, An Enhanced Sparse Regularization Method for Impact Force Identification, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 126, pp. 341~367.

(8) Van der Seijs, M. V., de Klerk, D. and Rixen, D. J., 2016, General Framework for Transfer Path Analysis: History, Theory and Classification of Techniques, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 68-69, pp. 217~244.

(9) Verheij, J. W., 1982, Multi-path Sound Transfer from Resiliently Mounted Shipboard Machinery: Experimental Methods for Analyzing and Improving Noise Control, *Institute of Applied Physics, Delft, The Netherlands*, pp. 1~267.

(10) van der Seijs, M., Pasma, E., de Klerk, D. and Rixen, D., 2014, A Robust Transfer Path Analysis Method for Steering Gear Vibrations on a Test Bench, *Proceedings of the International Conference on Noise and Vibration Engineering*, pp. 4027~4040.

(11) Van der Seijs, M. V., van den Bosch, D. D., Rixen, D. J. and de Klerk, D., 2013, An Improved Methodology for the Virtual Point Transformation of Measured Frequency Response Functions in Dynamic Substructuring, *Proceedings of the 4th ECCOMAS Thematic Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering*, Kos Island, Greece, pp. 4334~4347.

(12) Jung, J.-D., Hong, S.-Y., Song, J.-H., Kwon, H.-W., Noh, H.-M. and Kim, J.-K., 2016, A Study on Interior Noise Contribution Analysis of Trains based on OTPA Method, *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 26, No. 1, pp. 97~103.

(13) Guasch, O., García, C., Jové, J. and Artís, P., 2013, Experimental Validation of the Direct Transmissibility Approach to Classical Transfer Path Analysis on a Mechanical Setup, *Mechanical Systems*

and Signal Processing, Vol. 37, No. 1-2, pp. 353~369.

(14) de Klerk, D. and Ossipov, A., 2010, Operational Transfer Path Analysis: Theory, Guidelines and Tire Noise Application, Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 24, No. 7, pp. 1950~1962.

(15) Janssens, K., Gajdatsy, P., Gielen, L., Mas, P., Britte, L. et al., 2011, OPAX: A New Transfer Path Analysis Method Based on Parametric Load Models, Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 25, No. 4, pp. 1321~1388.

(16) van den Bosch, D. D., van der Seijs, M. V. and de Klerk, D., 2014, Validation of Blocked-force Transfer Path Analysis with Compensation for Test Bench Dynamics, Dynamics of Coupled Structures, Vol. 1, pp. 37~49.

(17) Lennström, D., Olsson, M., Wullens, F. and Nykänen, A., 2016, Validation of the Blocked Force Method for Various Boundary Conditions for Automotive Source Characterization, Applied Acoustics, Vol. 102, pp. 108~119.

(18) Chen, K. and Herrin, D. W., 2020, Blocked Force Determination on Plate Structures using an Offset Interface, Applied Acoustics, Vol. 158, 107044.

(19) Moorhouse, A. T., Elliott, A. S. and Evans, T. A., 2009, In Situ Measurement of the Blocked Force of Structure-borne Sound Sources, Journal of Sound and Vibration, Vol. 325, No. 4-5, pp. 679~685.

(20) Elliott, A. S., Moorhouse, A. T., Huntley, T. and Tate, S., 2013, In-situ Source Path Contribution Analysis of Structure borne Road Noise, Journal of Sound and Vibration, Vol. 332, No. 24, pp. 6276~6295.

(21) Liu, X., Thompson, D., Squicciarini, G., Rissmann, M., Bouvet, P. et al., 2021, Measurements and Modelling of Dynamic Stiffness of a Railway Vehicle Primary Suspension Element and its Use in a Structure-borne Noise Transmission Model, Applied Acoustics, Vol. 182, 108232.

(22) Haeussler, M., Kobus, D. C. and Rixen, D. J., 2021, Parametric Design Optimization of e-Compressor NVH using Blocked Forces and Substructuring, Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 150, 107217.

(23) Beck, J. L. and Katafygiotis, L. S., 1998, Updating Models and Their Uncertainties. I: Bayesian Statistical Framework, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 124, No. 4, pp. 455~461.

(24) Wei, D., Li, D. and Huang, J., 2022, Improved Force Identification with Augmented Kalman Filter Based on the Sparse Constraint, Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 167, 108561.

(25) Vigsø, M., Brincker, R. and Georgakis, C., 2019, Evaluating the Effect of Modelling Errors in Load Identification using Classical Identification Methods, Shock and Vibration, Vol. 2019, Issue 1, pp. 1~14.

(26) Craig, R. R. Jr. and Bampton, M. C. C., 1968, Coupling of Substructures for Dynamic Analyses, AIAA Journal, Vol. 6, No. 7, pp. 1313~1319.

(27) Gruber, F. M. and Rixen, D., 2018, Comparison of Craig-Bampton Approaches for Systems with Arbitrary Viscous Damping in Dynamic Substructuring, Dynamics of Coupled Structures, Vol. 4, pp. 35~49.

(28) van der Seijs, M. V., van den Bosch, D. D., Rixen, D. J. and de Klerk, D., 2013, An Improved Methodology for the Virtual Point Transformation of Measured Frequency Response Functions in Dynamic Substructuring, Proceedings of the 4th ECCOMAS Thematic Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering, pp. 4334~4347.

(29) Ortega Almirón, J., Bianciardi, F., Corbeels, P. and Desmet, W., 2018, Predicting Vibration Levels on an Experimental Test Case by using Invariant Loads(e.g. blocked forces) as Source Characterization, Proceedings of International Conference on Noise and Vibration Engineering and International Conference on Uncertainty in Structural Dynamics, Leuven, Belgium, pp. 4131~4145.

(30) de Klerk, D. and Rixen, D. J., 2010, Component Transfer Path Analysis Method with Compensation for Test Bench Dynamics, Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 24, No. 6, pp. 1693~1710.