

불확실한 고조파 진동 외란 제거를 위한 강인 적응 진동 제어

Robust Adaptive Control for Rejection of Uncertain Harmonic Vibration Disturbances

이 문 노[†]
Moonnoh Lee[†]

(Received July 17, 2025 ; Revised August 5, 2025 ; Accepted August 5, 2025)

Key Words : Harmonic Vibration Disturbance(고조파 진동 외란), Robust Adaptive Vibration Control(강인 적응 진동 제어), Frequency Adaptation Algorithm(주파수 적응 알고리즘), Roust H_∞ Control(강인 H_∞ 제어), Particle Swarm Optimization (PSO)(입자 군집 최적화)

ABSTRACT

This study presents a robust adaptive vibration control strategy for mitigating uncertain harmonic disturbances. The proposed frequency adaptation algorithm enables the system to accurately track and converges to the fundamental frequency of the disturbance in steady-state conditions. Low-frequency components are effectively suppressed through a combination of adaptive control and real-time frequency adjustment, while high-frequency components are attenuated using a robust H_∞ control scheme. Both the feedback and adaptive controllers are designed using an optimization framework that combines linear matrix inequality (LMI) techniques with particle swarm optimization (PSO). The effectiveness of the proposed control approach is demonstrated through simulations on a track-following system of an optical disk drive.

1. 서 론

기계, 전자 분야의 회전 기기에서는 외부 진동, 편심, 비대칭 등의 다양한 원인으로 진동 외란이 발생한다. 그리고 증폭기, 인버터, 모터 등의 비선형 소자에 의해 기본 주파수와 그 정수배 주파수에서 고조파 진동 외란이 발생한다. HDD와 ODD에서는 회전 중심과 기하 중심이 어긋나는 편심 때문에 디스크가 회전하면 고조파 진동 외란이 발생한다. 고조파 진동 외란은 시스템 성능에 많은 영향을 주기 때문에 제어 대역에 포함되는 진동 외란의 주파수 성분은 충분히 제어되어야 한다.

진동 외란의 기본 주파수를 정확하게 알 수 있으면 내부 모델 원리를 적용하여 기본 주파수에서 발생하는 진동량을 제거할 수 있다. 그러나 기본 주파수를 정확하게 알 수 없으면 기본 주파수를 추정하거나 적응해야 하고 적응 주파수에 대한 동역학 모델을 외란 관측기나 적응 제어기에 포함하여야 한다⁽¹⁻⁶⁾. N 개 주파수의 고조파 진동 외란을 제거하기 위해서는 $2N$ 차수의 외란 관측기나 적응 제어기를 구현해야 하므로 N 이 증가할수록 적응 제어기와 주파수 적응 알고리즘을 구현하는 것이 복잡하게 된다. 그래서 대부분의 기존 연구에서는 진동량이 크게 발생하는 기본 주파수에 대해서만 적응 제어기를 구현하고 나머지 고조파 외란 성분은 PID나 피드백 제어기 등을 사용하

[†] Corresponding Author ; Member, Dept. of Computer Engineering, Dong-eui University, Professor
E-mail : mnlee@deu.ac.kr

[‡] Recommended by Editor Jong Seok Oh
© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

여 고조파 진동 외란을 적절하게 감쇠한다.

내부 모델 원리를 적용하지 않고 강인 H_∞ 제어 등의 외란 감쇠 알고리즘을 적용하여 고조파 진동을 감쇠할 수 있다. 외란 감쇠 알고리즘은 모델링 불확실성과 모든 고조파 외란 성분을 제어기 설계에서 고려할 수 있지만 가장 크게 발생하는 기본 주파수의 진동 외란을 완전히 제거할 수 없다. 그리고 제어해야 하는 외란 주파수 성분의 개수가 많아지면 높은 차수의 피드백 제어기가 필요하고 제어기 설계도 복잡해진다.

이 논문에서는 불확실한 고조파 진동 외란을 제거하기 위한 강인 적응 진동 제어 방법을 제안한다. 제안된 주파수 적응 알고리즘에 의해 정상 상태에서 적응 주파수는 고조파 진동 외란의 기본 주파수로 안정적으로 수렴하고 적응 제어기에 의해 진동량이 많이 발생하는 저주파 진동 외란 성분이 제거된다. 그리고 강인 H_∞ 제어 방법을 적용하여 상대적으로 진동량이 작게 발생하는 고주파 진동 외란 성분을 최대한 감쇠하는 피드백 제어기를 설계한다. LMI 방법과 PSO 방법을 통합한 최적화 알고리즘을 적용하여 고조파 진동 외란을 제거하기 위한 피드백 제어기와 적응 제어기 계인을 설계한다. 제안된 강인 적응 진동 제어 방법을 광디스크 드라이브의 트랙 추종 시스템에 적용하고 시뮬레이션 결과를 통해 타당성을 검증한다.

2. 주파수 적응에 의한 진동 외란 제거

2.1 강인 적응 진동 제어 구조

Fig. 1은 전체 시스템의 구성도를 나타낸다. 고조파 진동 외란을 제어하는 제어 구조는 피드백 제어기 $C_f(s)$, 적응 제어기 $C_s(\hat{\omega}_0)$, 주파수 적응 알고리즘으로

구성된다. 액추에이터 등의 플랜트는 모델링 불확실성을 가진 선형 시스템으로 모델링될 수 있고 상태 방정식으로 나타낼 수 있다. 상태 방정식에서 모델링 불확실성은 식(1)과 같이 행렬 $\tilde{A}_p, \tilde{C}_p, E_1, E_2$ 에 의해 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_p(t) &= \tilde{A}_p x_p(t) + B_p u(t) \\ e(t) &= -\tilde{C}_p x_p(t) + d(t) \end{aligned} \tag{1}$$

$$\tilde{A}_p = A_p + H_1 A_p E_1, \tilde{C}_p = C_p + H_2 A_p E_1, \|A_p\| \leq 1$$

고조파 진동 외란 $d(t)$ 는 식(2)와 같이 기본 주파수 ω_0 와 그 정수배에 해당하는 주파수 성분을 가진다.

$$d(t) = \sum_{n=1}^N d_n \sin(n\omega_0 t + \phi_n) \tag{2}$$

기본 주파수에서 진동량 d_1 이 가장 크게 발생하고 주파수 제곱에 반비례하여 진동량이 발생한다. 그래서 식(3)과 같이 진동량이 상대적으로 큰 저주파 진동 외란 성분 $d_L(t)$ 과 진동량이 상대적으로 작은 고주파 진동 외란 성분 $d_H(t)$ 으로 구분한다. 발생하는 진동량에 따라 저주파 진동 주파수의 개수를 조정할 수 있다.

$$\begin{aligned} d_L(t) &= d_1 \sin(\omega_0 t + \phi_1) + d_2 \sin(2\omega_0 t + \phi_2) \\ d_H(t) &= \sum_{n=3}^N d_n \sin(n\omega_0 t + \phi_n) \end{aligned} \tag{3}$$

고조파 진동 외란은 기본 주파수 ω_0 와 고조파 진동량 d_n 을 미리 정확히 알 수 없고 식(4)와 같이 특정 범위를 가진다고 가정한다.

$$\omega_0^- \leq \omega_0 \leq \omega_0^+, d_n^- \leq d_n \leq d_n^+ \tag{4}$$

피드백 제어기 $C_f(s)$ 는 모델링 불확실성에 대해 전체 시스템을 강인 안정하고 고주파 진동 외란 $d_H(t)$ 을 감쇠하도록 설계된다. 센서 회로에서 증폭된 에러 $e_p(t) = K_p e(t)$ 만이 측정 가능하기 때문에 식(5)와 같이 증폭 에러 $e_p(t)$ 가 피드백 제어기에 입력된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_c(t) &= A_c x_c(t) + B_c e_p(t) \\ u_c(t) &= C_c x_c(t) + D_c e_p(t) \end{aligned} \tag{5}$$

적응 제어기 $C_s(\hat{\omega}_0)$ 는 주파수 적응 알고리즘에 의해 적응되는 주파수 $\hat{\omega}_0$ 과 $2\hat{\omega}_0$ 에 대한 동역학 모델을 포함하도록 식(6)과 같이 구성된다.

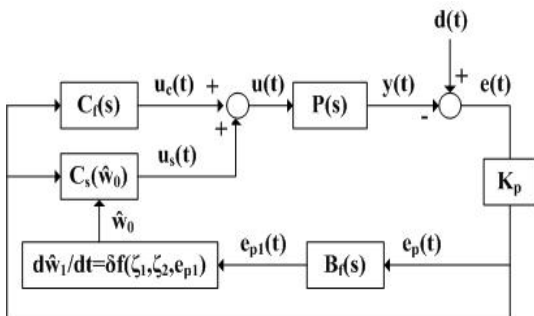


Fig. 1 Block diagram of an entire system

$$\begin{aligned} \dot{x}_s(t) &= S(\hat{\omega}_0)x_s(t) + B_s e_p(t) \\ u_s(t) &= C_s x_s(t) \\ S(\hat{\omega}_0) &= \begin{bmatrix} 0 & \hat{\omega}_0 & 0 & 0 \\ -\hat{\omega}_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\hat{\omega}_0 \\ 0 & 0 & -2\hat{\omega}_0 & 0 \end{bmatrix}, B_s = \begin{bmatrix} 0 \\ K_1 \\ 0 \\ K_2 \end{bmatrix}, C_s = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (6)$$

이 논문에서는 기본 주파수 ω_0 을 적응하기 위해 다음의 주파수 적응 알고리즘을 제안한다. 적응 주파수 $\hat{\omega}_0$ 은 $\omega_0^- \leq \omega_0 \leq \omega_0^+$ 범위 내에서 적응된다. 증폭 예러는 N 개의 고조파 성분들을 포함하고 있기 때문에 $B_f(\omega_0)$ 을 통해 기본 주파수 성분만을 추출하여 주파수 적응 알고리즘에 사용한다.

식 (7)에 의해 만들어지는 $\xi_1(t)$, $\xi_2(t)$ 와 필터 $B_f(s)$ 출력 $e_{p1}(t)$ 를 주파수 적응 알고리즘 식 (8)에 사용한다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi}_1(t) \\ \dot{\xi}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \hat{\omega}_0 \\ -\hat{\omega}_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1(t) \\ \xi_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K_1 \end{bmatrix} e_{p1}(t) \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\omega}}_0 &= \delta f(\xi_1(t), \xi_2(t), e_{p1}(t)) \\ &= -\delta K_1 \frac{\xi_1(t)e_{p1}(t)}{\xi_1^2(t) + \xi_2^2(t)} \end{aligned} \quad (8)$$

식 (7), 식 (8)에 의해 적응 주파수 $\hat{\omega}_0$ 가 업데이트되고 적응 제어기에 반영된다. 피드백 제어기 (5)와 적응 제어기 식 (6)을 전체 시스템 식 (1)에 적용하면 전체 시스템의 상태 방정식은 식 (9)와 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \tilde{A}(\hat{\omega}_0)x(t) + B(\hat{\omega}_0)d(t) \\ e(t) &= \tilde{C}(\hat{\omega}_0)x(t) + d(t) \\ \tilde{A}(\hat{\omega}_0) &= \begin{bmatrix} \tilde{A}_p - K_p B_p D_c \tilde{C}_p & B_p C_c & B_p C_s \\ -K_p B_c \tilde{C}_p & A_c & 0 \\ -K_p B_s \tilde{C}_p & 0 & S(\hat{\omega}_0) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} B(\hat{\omega}_0) &= [K_p D_c^T B_p^T \quad K_p B_c^T \quad K_p B_s^T]^T \\ \tilde{C}(\hat{\omega}_0) &= [-\tilde{C}_p \quad 0 \quad 0], x(t) = [x_p^T(t) \quad x_c^T(t) \quad x_s^T(t)]^T \end{aligned}$$

2.2 주파수 적응 알고리즘의 수렴 분석과 저주파 진동 외란 성분 제거

적응 제어기와 주파수 적응 알고리즘에 의해 저주파 진동 외란 성분 $d_L(t)$ 이 제거되는 것을 보이기 위해 $d_H(t)$ 을 0으로 설정한다. 적응 제어기는 $\hat{\omega}_0$ 에 따라 변화

지만 $\delta = 0$ 이면 식 (8)에서 $\dot{\hat{\omega}}_0 = 0$ 이 되어 적응 주파수는 $\hat{\omega}_0 = \bar{\omega}_0$ 의 특정 적응 주파수가 된다. 그러면 적응 제어기 식 (6)은 선형 제어기가 되고 전체 시스템 식 (9)는 시불변 시스템이 된다. 그러면 $d_L(t)$ 에서 상태 변수 $x(t)$ 까지의 전달 함수 $H(j\omega, \bar{\omega}_0)$ 는 식 (10)과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} H(j\omega, \bar{\omega}_0) &= [j\omega I - \tilde{A}(\bar{\omega}_0)]^{-1} B(\bar{\omega}_0) \\ &= \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}^{-1} B(\bar{\omega}_0) = \begin{bmatrix} N_{11}(j\omega) & N_{12}(j\omega) \\ N_{21}(j\omega) & N_{22}(j\omega) \end{bmatrix} B(\bar{\omega}_0) \\ A_{11} &= \begin{bmatrix} j\omega I_p - \tilde{A}_p + K_p B_p D_c \tilde{C}_p & -B_p C_c \\ K_p B_c \tilde{C}_p & j\omega I_c - A_c \end{bmatrix} \\ A_{11}^{-1} &= \begin{bmatrix} G_{11}(j\omega) & G_{12}(j\omega) \\ G_{21}(j\omega) & G_{22}(j\omega) \end{bmatrix}, \\ A_{12} &= \begin{bmatrix} 0 & -B_p & 0 & -B_p \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ A_{21} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ K_p K_1 \tilde{C}_p & 0 \\ 0 & 0 \\ K_p K_2 \tilde{C}_p & 0 \end{bmatrix}, A_{22} = \begin{bmatrix} j\omega - \bar{\omega}_0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{\omega}_0 & j\omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & j\omega - 2\bar{\omega}_0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\bar{\omega}_0 & j\omega \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (10)$$

$\hat{\omega}_0 = \bar{\omega}_0$ 에서 정상 상태 에러 $\bar{e}(t, \bar{\omega}_0)$ 는 $d_L(t)$ 에서 $x_p(t)$ 까지의 전달 함수 $H_1(j\omega, \bar{\omega}_0)$ 과 식 (1)에 의해 구할 수 있으므로 블록 행렬의 역행렬 공식을 이용하여 식 (11)과 식 (12)와 같이 부분 행렬 $N_{11}(j\omega)$, $N_{12}(j\omega)$ 을 구한다.

$$\begin{aligned} N_{11}(j\omega) &= (A_{11} - A_{12} A_{22}^{-1} A_{21})^{-1} \\ &= \begin{bmatrix} j\omega I_p - \tilde{A}_p + K_p B_p D_c \tilde{C}_p & -B_p C_c \\ j\omega K_p (K_1/\bar{\alpha}_1(\omega) + K_2/\bar{\alpha}_2(\omega)) B_p \tilde{C}_p & j\omega I_c - A_c \end{bmatrix}^{-1} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} &= \bar{\alpha}_1(\omega) \bar{\alpha}_2(\omega) \begin{bmatrix} R_{11}(j\omega) & R_{12}(j\omega) \\ R_{21}(j\omega) & R_{22}(j\omega) \end{bmatrix} \\ \bar{\alpha}_1(\omega) &= (\bar{\omega}_0^2 - \omega^2), \bar{\alpha}_2(\omega) = (4\bar{\omega}_0^2 - \omega^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{12}(j\omega) &= -A_{11}^{-1} A_{12} (A_{22} - A_{21} A_{11}^{-1} A_{12})^{-1} \\ &= \frac{1}{Q(j\omega)} \begin{bmatrix} -\bar{\omega}_0 \bar{\alpha}_2(\omega) B_p^T G_{11}^T(j\omega) & -\bar{\omega}_0 \bar{\alpha}_2(\omega) B_p^T G_{21}^T(j\omega) \\ j\omega \bar{\alpha}_2(\omega) B_p^T G_{11}^T(j\omega) & j\omega \bar{\alpha}_2(\omega) B_p^T G_{21}^T(j\omega) \\ -2\bar{\omega}_0 \bar{\alpha}_1(\omega) B_p^T G_{11}^T(j\omega) & -2\bar{\omega}_0 \bar{\alpha}_1(\omega) B_p^T G_{21}^T(j\omega) \\ j\omega \bar{\alpha}_1(\omega) B_p^T G_{11}^T(j\omega) & j\omega \bar{\alpha}_1(\omega) B_p^T G_{21}^T(j\omega) \end{bmatrix}^T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q(j\omega) &= \bar{\alpha}_1(\omega) \bar{\alpha}_2(\omega) + j\omega K_1 \bar{\alpha}_2(\omega) \tilde{C}_p^T G_{11}(j\omega) B_p \\ &\quad + j\omega K_2 \bar{\alpha}_1(\omega) \tilde{C}_p^T G_{11}(j\omega) B_p \end{aligned} \quad (12)$$

식 (11), 식 (12)를 식 (10)에 적용하면 $d_L(t)$ 에서 $x_p(t)$ 까지의 전달 함수 $H_1(j\omega, \bar{\omega}_0)$ 을 식 (13)과 같이 구할 수 있다.

$$H_1(j\omega, \bar{\omega}_0) = \bar{\alpha}_1(\omega)\bar{\alpha}_2(\omega)M_1(j\omega) + j\omega(K_1\bar{\alpha}_2(\omega) + K_2\bar{\alpha}_1(\omega))G_{11}(j\omega)B_pQ^{-1}(j\omega) \quad (13)$$

$$M_1(j\omega) = R_{11}(j\omega)B_cD_c + R_{12}(j\omega)B_c$$

$\hat{\omega}_0 = \bar{\omega}_0$ 에서 정상 상태 $\bar{e}(t, \bar{\omega}_0)$, $\bar{e}_p(t, \bar{\omega}_0)$ 는 $d_L(t)$ 의 주파수 성분만을 가지므로 식 (14)와 같이 기본 주파수 ω_0 성분과 식 (15)와 같이 2배 주파수 $2\omega_0$ 성분의 합으로 나타낼 수 있다.

$$\bar{e}(t, j\omega_0) = \bar{\alpha}_1(\omega_0)\bar{\alpha}_2(\omega_0)M(j\omega_0)d_1\sin(\omega_0t + \phi_1) \quad (14)$$

$$M(j\omega_0) = -\tilde{C}_pM_1(j\omega_0) + Q^{-1}(j\omega_0)$$

$$\bar{e}(t, j2\omega_0) = \bar{\alpha}_1(2\omega_0)\bar{\alpha}_2(2\omega_0)M(j2\omega_0)d_2\sin(2\omega_0t + \phi_2) \quad (15)$$

$$M(j2\omega_0) = -\tilde{C}_pM_1(j2\omega_0) + Q^{-1}(j2\omega_0)$$

주파수 적응 알고리즘은 기본 주파수 ω_0 을 적응하기 위해 $\bar{e}_p(t, \bar{\omega}_0)$ 의 기본 주파수 성분만을 추출하여 사용한다. $B_f(s)$ 은 $\omega_0^- \leq \omega_0 \leq \omega_0^+$ 대역만을 통과하는 필터이므로 정상 상태에서 $B_f(s)$ 의 출력 $\bar{e}_p(t, \bar{\omega}_0)$ 은 $K_p\bar{e}(t, j\omega_0)$ 와 같다. $\bar{e}_p(t, \bar{\omega}_0)$ 을 식 (7)에 적용하면 정상 상태에서의 $\bar{\xi}_1(t, \bar{\omega}_0)$, $\bar{\xi}_2(t, \bar{\omega}_0)$ 는 식 (16)과 같이 구할 수 있다.

$$\bar{\xi}_1(t, \bar{\omega}_0) = \bar{\omega}_0\bar{\alpha}_2(\omega_0)K_pK_1M(j\omega_0)d_1\sin(\omega_0t + \phi_1) \quad (16)$$

$$\bar{\xi}_2(t, \bar{\omega}_0) = \omega_0\bar{\alpha}_2(\omega_0)K_pK_1M(j\omega_0)d_1\cos(\omega_0t + \phi_1)$$

(정리 1) 모델링 불확실성과 $\omega_0^- \leq \hat{\omega}_0 \leq \omega_0^+$ 에 대해 전체 시스템 (9)가 강인 안정하면, 작은 δ 을 가지는 주파수 적응 알고리즘 (8)에 의해 $\hat{\omega}_0$ 은 ω_0 으로 수렴하고 $\bar{e}(t, \hat{\omega}_0, \delta) = \bar{e}_p(t, \hat{\omega}_0, \delta) = 0$ 이 된다.

(증명) $\delta = 0$ 이면 $\hat{\omega}_0 = \bar{\omega}_0$ 이 되고 모델링 불확실성에 대해 전체 시스템이 강인 안정하면 정상 상태에서 $\bar{\xi}_1(t, \bar{\omega}_0)$, $\bar{\xi}_2(t, \bar{\omega}_0)$, $\bar{e}_p(t, \bar{\omega}_0)$ 는 식 (14)와 식 (16)과 같이 기본 주파수 성분만을 가진다. $\xi_1(t)$, $\xi_2(t)$, $e_p(t)$ 에 대해 $f(\xi_1(t), \xi_2(t), e_p(t))$ 를 미분한 도함수들은 $\omega_0^- \leq \hat{\omega}_0 \leq \omega_0^+$ 의 범위 내에서 크기가 제한되고 δ 이 작으면 정상 상태에서 식 (8)은 느리게 변하는 동역학식이 된다. 그러면 정상 상태에서 $\bar{\xi}_1(t, \hat{\omega}_0, \delta)$, $\bar{\xi}_2(t, \hat{\omega}_0, \delta)$,

$\bar{e}_p(t, \hat{\omega}_0, \delta)$ 는 식 (17)과 같이 나타낼 수 있고 기본 주파수 ω_0 성분만을 가지게 된다⁽³⁾.

$$\bar{\xi}_1(t, \hat{\omega}_0, \delta) = \bar{\xi}_1(t, \bar{\omega}_0) + \delta\tilde{\xi}_1(t, \hat{\omega}_0, \delta)$$

$$\bar{\xi}_2(t, \hat{\omega}_0, \delta) = \bar{\xi}_2(t, \bar{\omega}_0) + \delta\tilde{\xi}_2(t, \hat{\omega}_0, \delta) \quad (17)$$

$$\bar{e}_p(t, \hat{\omega}_0, \delta) = \bar{e}_p(t, \bar{\omega}_0) + \delta\tilde{e}_p(t, \hat{\omega}_0, \delta)$$

그래서 $\bar{\xi}_1(t, \hat{\omega}_0, \delta)$, $\bar{\xi}_2(t, \hat{\omega}_0, \delta)$, $\bar{e}_p(t, \hat{\omega}_0, \delta)$ 는 식 (18)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{\xi}_1(t, \hat{\omega}_0, \delta) = \hat{\omega}_0\alpha_2(\omega_0)K_pK_1M(j\omega_0)d_1\sin(\omega_0t + \phi_1)$$

$$\bar{\xi}_2(t, \hat{\omega}_0, \delta) = \omega_0\alpha_2(\omega_0)K_pK_1M(j\omega_0)d_1\cos(\omega_0t + \phi_1)$$

$$\bar{e}_p(t, \hat{\omega}_0, \delta) = \alpha_1(\omega_0)\alpha_2(\omega_0)K_pM(j\omega_0)d_1\sin(\omega_0t + \phi_1) \quad (18)$$

$$\alpha_1(\omega_0) = (\hat{\omega}_0^2 - \omega_0^2), \alpha_2(\omega_0) = (4\hat{\omega}_0^2 - \omega_0^2)$$

주파수 적응 에러 $\tilde{\omega}_0 = \hat{\omega}_0 - \omega_0$ 와 $\theta = \omega_0t + \phi_1$ 를 정의하고 식 (18)을 식 (8)에 적용하면 정상 상태에서 주파수 적응 알고리즘은 식 (19)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{\tilde{\omega}}_0 = \dot{\hat{\omega}}_0 = -\delta K_1 \frac{\bar{\xi}_1(t, \hat{\omega}_0, \delta)\bar{e}_p(t, \hat{\omega}_0, \delta)}{\bar{\xi}_1^2(t, \hat{\omega}_0, \delta) + \bar{\xi}_2^2(t, \hat{\omega}_0, \delta)} \quad (19)$$

$$= -\delta \frac{(\hat{\omega}_0^2 - \omega_0^2)}{\hat{\omega}_0} \frac{\sin^2\theta}{\sin^2\theta + (\omega_0^2/\hat{\omega}_0^2)\cos^2\theta}$$

식 (19)는 기본 주파수 ω_0 에 대한 주기적인 함수이므로 식 (19)를 1주기 평균하면 평균 주파수 적응 에러 $\tilde{\omega}_{0a}$ 는 식 (20)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{\tilde{\omega}}_{0a} = -\delta \frac{(\hat{\omega}_{0a}^2 - \omega_0^2)}{\hat{\omega}_{0a}} \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{\sin^2\theta d\theta}{\sin^2\theta + (\omega_0^2/\hat{\omega}_{0a}^2)\cos^2\theta} \quad (20)$$

$$= -\delta \frac{(\hat{\omega}_{0a}^2 - \omega_0^2)}{\hat{\omega}_{0a}} \frac{\hat{\omega}_{0a}}{(\hat{\omega}_{0a} + \omega_0)} = -\delta\tilde{\omega}_{0a}$$

$\delta > 0$ 이므로 $\tilde{\omega}_{0a}$ 는 점진적으로 0으로 수렴하고 δ 이 작으면 평균 이론에 의해 $\tilde{\omega}_0$ 은 0으로 수렴한다. $\hat{\omega}_0$ 이 ω_0 으로 수렴하면 식 (18)에서 $\alpha_1(j\omega_0)$, $\alpha_2(j2\omega_0)$ 는 0이 되고 $\bar{e}(t, \hat{\omega}_0, \delta)$, $\bar{e}_p(t, \hat{\omega}_0, \delta)$ 이 0이 된다.

정리 1에 따라 전체 시스템이 강인 안정하고 δ 이 작으면 제안된 주파수 적응 알고리즘 (8)과 적응 제어기 $C_s(\hat{\omega}_0)$ 에 의해 정상 상태에서 저주파 진동 외란

성분 $d_L(t)$ 의 영향은 제거될 수 있다. 3배, 4배 주파수 성분을 저주파 진동 외란 성분에 포함하는 경우에도 동일한 주파수 적응 알고리즘 (8)에 의해 기본 주파수만 적응하면 $3\hat{\omega}_0$, $4\hat{\omega}_0$ 에 대한 동역학 모델을 적응 제어기 (6)에 포함할 수 있고 3배, 4배 주파수의 진동 외란 성분들도 제거할 수 있다.

3. 강인 H_∞ 제어에 의한 고주파 진동 외란 성분 감쇠

제어해야 하는 고주파 진동 외란 성분이 N 개일 때 $2N$ 차수의 적응 제어를 구현하면 N 개의 고주파 진동 외란 성분을 제거할 수 있다. 하지만 적응 제어가 복잡하게 되고 계산량이 많아져서 충분한 샘플링 주파수를 설정할 수 없게 된다. 고주파 진동량 d_n 은 주파수 제곱에 반비례하여 발생하기 때문에 주파수가 증가할수록 실제 발생하는 진동량은 매우 작으므로 고주파 진동 외란 성분 $d_H(t)$ 은 외란 감쇠 알고리즘을 적용하는 것이 바람직하다. 이 논문에서는 고주파 진동 외란 성분 $d_H(t)$ 을 감쇠하기 위해 강인 H_∞ 제어 방법을 고려한다.

식 (2)의 진동 외란을 두 번 미분하면 식 (21)과 같이 최대 진동 가속도로부터 정수배 주파수에서 발생하는 최대 진동량을 구할 수 있다.

$$\ddot{d}(t) = -d_n (n\omega_0)^2 \sin(n\omega_0 t + \phi_n), d_n \leq \frac{a_{\max}}{(n\omega_0)^2} \quad (21)$$

($N-2$)개의 고주파 진동 외란 성분 $d_H(t)$ 에 대해 최대 허용 에러 e_{\max} 로 감쇠하기 위해서는 각 주파수의 진동량 d_n 에 대해 각 주파수의 에러는 $e_{\max}/(N-2)$ 이내로 제어되어야 한다. 3배 주파수 이상에서의 진동량과 최대 허용 에러를 고려하여 식 (22)의 가중 함수를 설정할 수 있다.

$$W(j\omega) = \frac{d_H(j\omega)}{e_{\max}/(N-2)} = \frac{2a_{\max}\xi(N-2)/e_{\max}}{(j\omega)^2 + j\omega\xi(6\omega_0^+) + (3\omega_0^+)^2} \quad (22)$$

식 (22)는 3배 주파수($3\omega_0$) 대역에서 최대 게인을 가지고 ξ 를 통해 저주파 대역 게인은 최대한 줄이고 고주파 성분의 진동량 (21)에 맞추어 고주파 게인을

조정할 수 있다. 저주파 진동 외란 성분의 개수에 따라 최대 게인을 가지는 주파수는 조정될 수 있다. 식 (22)는 식 (23)의 상태 방정식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_w(t) &= A_w x_w(t) + B_w e(t) \\ z(t) &= C_w x_w(t) \end{aligned} \quad (23)$$

가중 함수 (23)을 포함한 전체 시스템은 식 (24)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}(t) &= \bar{A}(\hat{\omega}_0) \bar{x}(t) + \bar{B} d(t) \\ z(t) &= \bar{C}_w \bar{x}(t) + d(t) \\ \bar{A}(\hat{\omega}_0) &= \begin{bmatrix} \tilde{A}_p - K_p B_p D_c \tilde{C}_p & B_p C_c & B_p C_s & 0 \\ -K_p B_c \tilde{C}_p & A_c & 0 & 0 \\ -K_p B_s \tilde{C}_p & 0 & S(\hat{\omega}_0) & 0 \\ -B_w \tilde{C}_p & 0 & 0 & A_w \end{bmatrix} \\ \bar{x}(t) &= \begin{bmatrix} x_p(t) \\ x_c(t) \\ x_s(t) \\ x_w(t) \end{bmatrix}, \bar{B} = \begin{bmatrix} K_p B_p D_c \\ K_p B_c \\ K_p B_s \\ B_w \end{bmatrix}, \bar{C}_w = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ C_w^T \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (24)$$

적용 주파수 $\hat{\omega}_0$ 는 최대값과 최소값 범위 내에서 제한되므로 식 (25)와 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{\omega}_0 &= \omega_{0n} + \lambda(t)\omega_{0m}, |\lambda(t)| \leq 1 \\ \omega_{0n} &= 0.5(\omega_0^+ + \omega_0^-), \omega_{0m} = 0.5(\omega_0^+ - \omega_0^-) \end{aligned} \quad (25)$$

적용 주파수 $\hat{\omega}_0$ 은 식 (25)와 같이 공칭 기본 주파수 ω_{0n} 와 불확실성 $\lambda(t)\omega_{0m}$ 으로 간주될 수 있기 때문에 행렬 $S(\hat{\omega}_0)$ 은 식 (26)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} S(\hat{\omega}_0) &= S(\omega_{0n}) + H_s \lambda(t) E_s \\ S(\omega_{0n}) &= \begin{bmatrix} 0 & \omega_{0n} & 0 & 0 \\ -\omega_{0n} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\omega_{0n} \\ 0 & 0 & -2\omega_{0n} & 0 \end{bmatrix}, E_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ H_s &= \begin{bmatrix} 0 & \omega_{0m} & 0 & 0 \\ -\omega_{0m} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\omega_{0m} \\ 0 & 0 & -2\omega_{0m} & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (26)$$

식 (26)을 식 (24)에 적용하면 행렬 $\bar{A}(\hat{\omega}_0)$ 은 식 (27)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{A}(\hat{\omega}_0) = \bar{A}(\omega_{0n}) + \bar{H}\Delta\bar{E}$$

$$\bar{A}(\omega_{0n}) = \begin{bmatrix} A_p - K_p B_p D_c C_p & B_p C_c & B_p C_s & 0 \\ -K_p B_c C_p & A_c & 0 & 0 \\ -K_p B_s C_p & 0 & S(\omega_{0n}) & 0 \\ -B_w C_p & 0 & 0 & A_w \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$\bar{H} = \begin{bmatrix} H_1 - K_p B_p D_c H_2 & 0 \\ -K_p B_c H_2 & 0 \\ -K_p B_s H_2 & H_s \\ -B_w H_2 & 0 \end{bmatrix}, \bar{E} = \begin{bmatrix} E_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E_s & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} \Delta_p & 0 \\ 0 & \delta(t) \end{bmatrix}, \|\Delta\| \leq 1$$

진동 외란 $d(t)$ 와 같은 주기적인 신호에 대한 성능 지수로 식 (28)의 power semi-norm을 사용한다. 주기적인 신호의 진폭에 비례하여 power semi-norm은 증가한다⁽⁷⁾.

$$\|z\|_P = \sqrt{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T z^T(t)z(t)dt} \quad (28)$$

적응 주파수 $\hat{\omega}_0$ 가 식 (25)와 같이 표현되므로 $d_H(t)$ 을 감쇠하기 위한 강인 H_∞ 제어 조건은 기존 연구결과를 확장하여 구할 수 있다⁽⁸⁾. 모델링 불확실성과 적응 주파수 (25)에 대해 행렬 부등식 (29)를 만족하는 행렬 $X > 0$, $\mu > 0$, $\gamma < 1$ 가 존재하면 전체 시스템 식 (24)는 강인 안정하고 $\|z\|_P < \gamma \|d_H(t)\|_P$ 를 만족하게 된다.

$$\begin{bmatrix} \bar{A}(\omega_{0n})X + X\bar{A}(\omega_{0n})^T & \bar{B} & \bar{H} & X\bar{C}_w^T & \mu X\bar{E}^T \\ \bar{B}^T & -\gamma^2 I & 0 & 0 & 0 \\ \bar{H}^T & 0 & -\mu I & 0 & 0 \\ \bar{C}_w X & 0 & 0 & -I & 0 \\ \mu \bar{E} X & 0 & 0 & 0 & -\mu I \end{bmatrix} < 0 \quad (29)$$

정리 1에 의해 δ 이 작으면 정상 상태에서 $e(t)$, $z(t)$ 는 $d_H(t)$ 와 동일한 주파수 성분을 가지게 된다. n 배 주파수 $n\omega_0$ 의 진동 외란 성분 $d_n(t)$ 에 대해 n 배 주파수 성분 $e_n(t)$ 와 $z_n(t)$ 를 가진다. 전체 시스템이 $\|z\|_P < \gamma \|d_H(t)\|_P$ 를 만족하면 n 배 주파수 $n\omega_0$ 에 대해서도 $\|z_n(t)\|_P < \gamma \|d_n(t)\|_P$ 을 만족하고 $z_n(t)$ 와 $d_n(t)$ 의 진폭은 $z_n < \gamma d_n$ 을 만족한다. 그리고 가

중 함수 식 (22)를 고려하면 식 (30)과 같이 $e_n(t)$ 는 $\gamma e_{\max}/(N-2)$ 내에 제어되는 것을 알 수 있다.

$$\|e_n(t)\|_P = \frac{1}{W(n\omega_0)} \|z_n(t)\|_P$$

$$= \frac{e_{\max}}{(N-2)d_n} \|z_n(t)\|_P < \gamma \frac{e_{\max}}{(N-2)d_n} \|d_n(t)\|_P$$

$$e_n < \gamma \frac{e_{\max}}{(N-2)d_n} d_n = \frac{\gamma e_{\max}}{(N-2)} \quad (30)$$

고주파 진동 외란 성분 $d_H(t)$ 은 $(N-2)$ 개의 주파수 성분을 가지고 $\gamma < 1$ 이므로 에러 $e(t)$ 는 최대 허용 에러 e_{\max} 내에서 제어될 수 있다.

식 (29)의 $\bar{A}(\omega_{0n})X$ 에는 행렬 $X > 0$ 과 피드백 제어기 행렬 A_c, B_c, C_c, D_c 또는 적응 제어기 게인 K_1, K_2 의 곱 항들이 포함되어 있다. 복잡한 변환 과정을 통해 식 (29)를 선형 행렬 부등식으로 변환하면 식 (29)를 만족하는 제어기 영역이 작아지기 때문에 이 논문에서는 LMI 방법과 PSO 방법을 통합한 최적화 알고리즘을 사용한다.

PSO 방법은 다양한 제어 성능들을 목표 함수로 설정할 수 있고 목표 함수를 최소화하는 제어기를 구할 수 있다⁽⁹⁾. 강인 H_∞ 제어에서는 PSO 목표 함수로 γ 를 설정하여 γ 이 최소가 되는 제어기를 설계할 수 있다. 그리고 피드백 제어기 계수들과 적응 제어기 게인 K_1, K_2 를 PSO 방법의 개체로 사용하면 식 (29)는 선형 행렬 부등식이 되므로 LMI 방법을 사용하여 식 (29)를 만족하는 행렬 $X > 0$ 이 존재하는 지를 확인할 수 있다. LMI 방법과 PSO 방법을 통합한 알고리즘은 다음과 같이 구성될 수 있다.

피드백 제어기의 계수, 적응 제어기 게인 K_1, K_2 , 상수 $\mu > 0$ 를 PSO 방법의 개체 파라미터로 설정하고 각 파라미터의 최대값과 최소값을 설정한다. 초기에 랜덤으로 개체를 생성하고 생성된 피드백 제어기의 계수로부터 제어기 행렬 A_c, B_c, C_c, D_c 를 구성한다. 구성된 제어기 행렬, 적응 제어기 게인 K_1, K_2 , 상수 $\mu > 0$ 를 식 (29)에 대입하고 LMI 방법을 사용하여 식 (29)를 만족하는 $X > 0$ 와 γ 의 최소값을 구한다. 행렬 $X > 0$ 이 존재하고 $\gamma < 1$ 이면 초기 개체로 사용한다. 이러한 초기화 과정을 개체 수만큼 반복한다. 초기 개체 중에서 γ 이 최소인 개체를 구하여 $P_{best_{ij}}$, 최소값 γ 을 G_{best_j} 로 설정한다. 다음의 ①, ② 과정을

최대 반복 횟수를 만족할 때까지 반복한다.

① 기존 개체 $Z_{ij}(k)$ 에 랜덤 변화량 $V_{ij}(k)$ 을 더하여 식 (31)과 같이 새로운 개체를 생성한다. 양수 ρ 는 반복 횟수(k)에 따라 최대값에서 최소값으로 균등하게 변한다.

$$\begin{aligned}
 V_{ij}(k+1) &= \rho V_{ij}(k) + 0.5 \times \text{rand} \times (Pbest_{ij} - Z_{ij}(k)) \\
 &\quad + 0.5 \times \text{rand} \times (Gbest_j - Z_{ij}(k)) \\
 Z_{ij}(k+1) &= Z_{ij}(k) + V_{ij}(k)
 \end{aligned}
 \tag{31}$$

② 생성된 새로운 개체에 대해 제어기 행렬을 구하고 식 (29)를 만족하는 $X > 0$ 이 존재하고 $\gamma < 1$ 을 만족하면 기존 개체를 새로운 개체로 갱신한다. 갱신 개체에 대해 γ 이 최소인 개체를 구하고 기존 $Gbest_j$ 보다 더 작은 γ 를 가지면 새로운 최소 개체로 $Pbest_{ij}$ 와 $Gbest_j$ 를 업데이트한다.

LMI 방법과 PSO 방법을 통합한 최적화 알고리즘이 종료되면 최종 $Gbest_j$ 를 통해 식 (29)를 만족하고 γ 를 최소화하는 피드백 제어기와 적응 제어기 게인을 구할 수 있다. 설계된 제어기들을 통해 고주파 진동 외란 성분 $d_H(t)$ 에 대해 에러 $e(t)$ 는 e_{max} 내에 제어될 수 있다.

4. 시뮬레이션 결과

이 논문에서 제안한 강인 적응 진동 제어 방법을 광디스크 드라이브의 트랙 추종 시스템에 적용하였다⁽¹⁰⁾. 액추에이터는 계수 불확실성을 가지는 2차 시스템으로 근사화될 수 있고 발생하는 진동 외란에 대해 트랙을 정밀하게 추종하도록 제어되어야 한다. 액추에이터의 1차 공진 주파수 65 Hz, 감쇠 상수 0.158, DC 감도 0.95 mm/V을 반영하고 약 10%의 파라미터 불확실성을 고려하면 식 (32)와 같이 모델링할 수 있다⁽¹⁰⁾. 시간 영역 해석을 위한 상태 방정식과 행렬들은 식 (32)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 F(s) &= \frac{[150.6, 166.5]}{s^2 + [122.7, 135.6]s + [158460, 175140]} \\
 A_p &= \begin{bmatrix} 0 & 512 \\ -325.8 & -129.1 \end{bmatrix}, H_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 16.3 & 6.45 \end{bmatrix}, B_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.5 \end{bmatrix} \\
 C_p &= [0.62 \ 0], H_2 = [0.016 \ 0], E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}
 \tag{32}$$

에러는 증폭 게인 $K_p = 3.24 \times 10^6$ 에 의해 증폭된다. 회전 중심과 기하 중심이 어긋나는 편심 때문에 디

스크가 회전하면 회전 주파수와 그 정수배 주파수에서 고조파 진동 외란이 발생한다. 표준에서 제시된 DVD 디스크의 최대 진동량은 70 μm 이고 1배속에서의 최대 진동 가속도는 1.1 m/s^2 이다. 시뮬레이션에는 3000 r/min (50 Hz)로 디스크가 회전하고 스핀들 모터의 제어 상태와 여러 회전 불확실성을 고려하여 기본 주파수가 최대 60 Hz, 최소 40 Hz 범위내에서 변한다고 가정한다. 그리고 최대 진동량과 진동 가속도를 고려하여 식 (33)의 고조파 진동 외란 성분 $d_L(t)$ 과 $d_H(t)$ 이 발생한다고 가정한다.

$$\begin{aligned}
 d_L(t) &= 100\sin(\omega_0 t + \phi_1) + 20\sin(2\omega_0 t + \phi_2) \\
 d_H(t) &= \sum_{n=3}^{10} \frac{50}{n^2} \sin(n\omega_0 t + \phi_n)
 \end{aligned}
 \tag{33}$$

광픽업이 트랙을 정밀하게 추종하기 위해서는 제안된 강인 적응 진동 제어 방법을 적용하여 고조파 진동 외란에 대해 에러를 $\pm 0.05 \mu\text{m}$ 이하로 제어하여야 한다. 기본 주파수를 적용하기 위해 증폭 에러에서 40 Hz에서 60 Hz의 기본 주파수 대역만을 통과시키는 식 (34)의 대역 통과 필터를 사용하였다.

$$B_f(s) = \frac{62.83s}{s^2 + 62.83s + 9.87 \times 10^4}
 \tag{34}$$

3배 주파수 이상의 고주파 진동 외란 성분의 진동량과 0.05 μm 의 최대 허용 에러 e_{max} 를 반영하여 식 (35)의 가중 함수를 설정하였다.

$$W(s) = \frac{2.27 \times 10^8}{s^2 + 226.2s + 1.28 \times 10^6}
 \tag{35}$$

식 (29)를 만족하면서 γ 를 최소화하는 피드백 제어기와 적응 제어기 게인 K_1, K_2 를 구하면 식 (36)과 같다.

$$C_f(s) = \frac{4.49s^2 + 4.51 \times 10^4 s + 1.97 \times 10^8}{s^2 + 3.64 \times 10^4 s + 2.44 \times 10^7}
 \tag{36}$$

$$K_1 = 82.36, K_2 = 40.83, \gamma_{min} = 0.49$$

시뮬레이션은 MATLAB SIMULINK를 사용하였고 플랜트는 공칭 모델, 기본 주파수는 50 Hz, 적응 주파수의 초기값은 40 Hz를 사용하였다. 주파수 적응 알고리즘 (8)에서 δ 는 10으로 설정하였다.

Fig. 2와 Fig. 3은 저주파 진동 외란 성분 $d_L(t)$ 만 인가했을 때의 적응 주파수 $\hat{\omega}_0$ 와 정상 상태에서의 에러를

나타낸다. 제안된 주파수 적응 알고리즘에 의해 기본 주파수 50 Hz로 안정적으로 수렴하는 것을 볼 수 있고 에러는 기본 주파수 진동량 100 μm 와 2배 주파수 진동량 20 μm 에 대해 1초를 지나서 $3 \times 10^{-4} \mu\text{m}$ 이 되고 계속 더 크게 작아져서 거의 0이 되는 것을 볼 수 있다.

이 논문에서는 기존의 외란 감쇠 알고리즘인 강인

H_∞ 제어 방법과 이 논문의 강인 적응 진동 제어 방법을 비교하였다. 식 (33)의 $d_L(t)$ 과 $d_H(t)$ 의 모든 진동 외란 성분과 최대 허용 에러 e_{\max} 를 반영하기 위해 4차의 가중 함수 $W_\infty(s)$ 를 설정하였고 강인 H_∞ 제어 방법에 의해 피드백 제어기 $C_\infty(s)$ 를 설계하면 식 (37)과 같다.

$$W_\infty(s) = \frac{4.9 \times 10^2 s^3 + 4.2 \times 10^7 s^2 + 9.9 \times 10^{11} s + 4.6 \times 10^{15}}{s^4 + 5.5 \times 10^3 s^3 + 8.3 \times 10^6 s^2 + 5.6 \times 10^9 s + 1.3 \times 10^{12}} \quad (37)$$

$$C_\infty(s) = \frac{8.9 \times 10^6 s^2 + 2.0 \times 10^{11} s + 4.9 \times 10^{15} s + 5.1 \times 10^{18}}{s^4 + 1.2 \times 10^6 s^3 + 2.3 \times 10^{11} s^2 + 3.6 \times 10^{15} s + 2.9 \times 10^{18}}$$

Fig. 4는 제안된 강인 적응 진동 제어 방법을 적용했을 때의 에러를 나타낸다. $d_L(t)$ 은 적응 제어기에 의해 제거되었고 $d_H(t)$ 은 피드백 제어기 (36)에 의해 감쇠되어 에러가 최대 허용 에러 $\pm 0.05 \mu\text{m}$ 보다 작은 $\pm 0.02 \mu\text{m}$ 이내로 제어되는 것을 볼 수 있다. Fig. 5는 강인 H_∞ 제어 방법을 적용했을 때의 에러를 나타낸다. 대부분의 고주파 진동 외란 성분이 최대 허용 에러보다 작게 제어되었지만 진동량이 가장 크게 발생하는 기본 주파수 성분이 약 $\pm 0.018 \mu\text{m}$ 정도 남아있는 것을 볼 수 있다. 제안된 제어 방법에서는 모든 고주파 진동 성분이 제어되어 에러가 $\pm 0.02 \mu\text{m}$ 이내로 제어되지만 강인 H_∞ 제어 방법은 진동 외란 성분을 적절히 감쇠할 수는 있지만 제안된 제어 방법보다 상대적으로 큰 에러를 가진다. 그리고 적응 제어기 형태를 포함하고 있지 않기 때문에 기본 주파수의 진동 외란을 완전히 제거할 수 없다는 것을 나타낸다.

Fig. 6은 0.03 μm 진폭의 화이트 노이즈를 추가했을 때의 적응 주파수 $\hat{\omega}_0$ 와 에러를 나타낸다. 에러에 화이트 노이즈가 포함되더라도 적응 주파수의 수렴 특성에는 거의 영향이 없다는 것을 볼 수 있다.

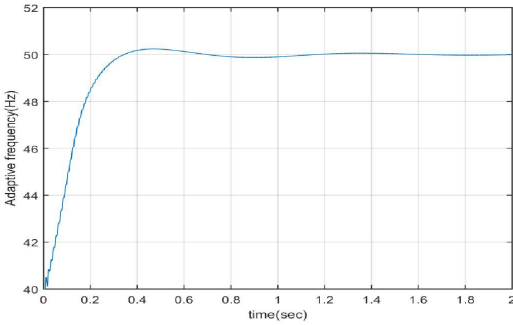


Fig. 2 The adaptive frequency $\hat{\omega}_0$ when applying $d_L(t)$

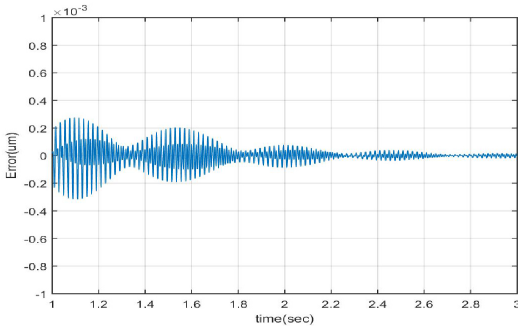


Fig. 3 The error $e(t)$ when applying $d_L(t)$

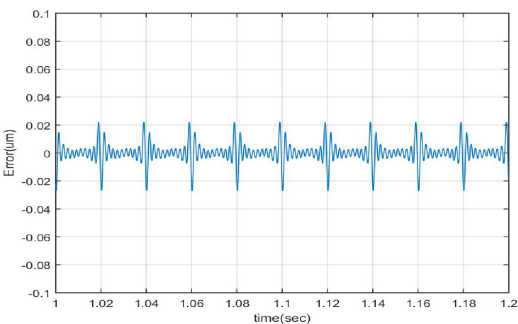


Fig. 4 The error $e(t)$ when the proposed robust adaptive vibration control method is applied

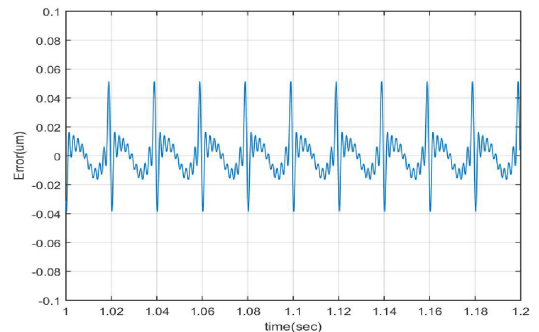


Fig. 5 The error $e(t)$ when the robust H_∞ control method is applied

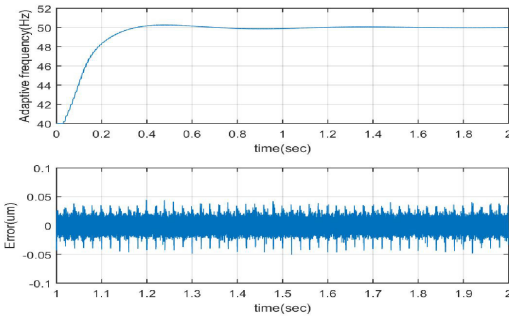


Fig. 6 The adaptive frequency $\hat{\omega}_0$ and the error $e(t)$ when adding a white noise

5. 결 론

이 논문에서는 불확실한 고조파 진동 외란을 제거하기 위한 강인 적응 진동 제어 방법을 제안하였다. 제안된 주파수 적응 알고리즘에 의해 적응 주파수는 기본 주파수로 수렴하였고 적응 제어기는 저주파 진동 외란 성분을 제거하였다. 그리고 강인 H_∞ 제어 방법을 적용하여 고주파 진동 외란 성분을 최대한 감소하는 피드백 제어기와 적응 제어기 게인을 설계하였다. 제어기 설계를 위해 LMI 방법과 PSO 방법을 통합한 최적화 알고리즘을 사용하였고 광디스크 드라이브의 트랙 추종 시스템에 적용된 시뮬레이션 결과를 통해 제안된 강인 적응 진동 제어 방법의 성능을 검증하였다.

References

(1) Marino, R. and Tomei, P., 2017, Hybrid Adaptive Multi-sinusoidal Disturbance Cancellation, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 62, No. 8, pp. 4023~4030.
 (2) Jafari, S., Ioannou, P., Fitzpatrick, B. and Wang, Y., 2015, Robustness and Performance of Adaptive Suppression of Unknown Periodic Disturbances, *IEEE Transactions*

on Automatic Control, Vol. 60, No. 8, pp. 2166~2171.
 (3) Chu, Z., Zhang, W., Zhu, M., Dong, X. and Chen, B., 2020, A Robust Adaptive Cancellation of Unknown Sinusoidal Disturbance, *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, Vol. 67, No. 4, pp. 705~709.
 (4) Kamaldar, M. and Hoagg, J. B., 2020, Adaptive Harmonic Control for Rejection of Sinusoidal Disturbances Acting on an Unknown System, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 28, No. 2, pp. 277~290.
 (5) Kim, H., Shim, H. and Jo, N. H., 2014, Adaptive Add-on Output Regulator for Rejection of Sinusoidal Disturbances and Application to Optical Disc Drives, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 61, No. 10, pp. 5490~5499.
 (6) Kim, W., Kim, H., Chung, C. C. and Tomizuka, M., 2011, Adaptive Output Regulation for the Rejection of a Periodic Disturbance With an Unknown Frequency, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 19, No. 5, pp. 1296~1304.
 (7) Doyle, J., Zhou, K., Glover, K. and Bodenheimer, B., 1994, Mixed H_2 and H_∞ Performance Objective II: Optimal Control, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 39, No. 8, pp. 1575~1587.
 (8) Lee, M., 2014, A Robust Optimal Controller Design for the Stable Track-following Control, *Journal of Korean Institute of Information Technology*, Vol. 12, No. 11, pp. 13~21.
 (9) Shin, J.-H. and Lee, M., 2020, PSO-based Adaptive Neural Control for Trajectory Tracking of a Mobile Robot, *Journal of Control, Robotics and Systems*, Vol. 26, No. 6, pp. 506~516.
 (10) Lee, M., 2021, Estimation of Tracking Vibration Quantity and Optimal Controller Design using a PSO Algorithm, *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 31, No. 3, pp. 298~307.