

무요소 기반 가상 인터페이스를 이용한 비정합 인터페이스 구조의 고유치 해석

An Eigenvalue Analysis of Structures with Non-matching Interfaces using a Meshless Virtual Interface

김 현 기[†] · 김 성 찬^{*}
Hyun-gi Kim[†] and Sungchan Kim^{*}

(Received April 30, 2026 ; Revised June 21, 2026 ; Accepted June 26, 2026)

Key Words : Eigenvalue Analysis(고유치 해석), Meshless Method(무요소법), Moving Least Squares(이동최소 제곱법), Non-matching Interface(비정합 인터페이스)

ABSTRACT

Accurate analysis of structural systems with non-matching interfaces requires effective enforcement of displacement continuity across independently discretized domains. This study presents a formulation of a meshless virtual interface based on the moving least squares (MLS) method for the eigenvalue analysis of structures. The interfaces of each substructure are discretized independently, and a meshless virtual interface that does not require knot vector definitions is introduced to enforce displacement continuity via the penalty method. The interface stiffness matrix is constructed by numerically integrating the product of the substructures' linear shape functions and meshless shape functions defined over a specified support domain. This approach enables flexible coupling without node-matching or knot vector constraints while maintaining numerical consistency. Validating proposed approach against reference solutions from a single-domain model confirmed its high accuracy in natural frequencies and mode shapes. Notably, the high-order continuity provided by the meshless approximation suppressed numerical discontinuities at the interface, which resulted in smoother and more physically consistent mode shapes.

1. 서 론

현대 복합 구조물 시스템의 설계 및 해석에 있어, 전체 구조물을 여러 개의 부분 구조(substructure)로 분할하여 독립적으로 모델링하고 이를 결합하여 해석하는 기법은 필수적인 요소이다. 특히 항공우주 구조물 같은 복합적인 구성 요소를 포함하는 시스템은 각

부품의 설계 변경이 빈번하며, 이때마다 전체 영역의 격자를 재구성하는 것은 상당한 시간과 비용이 소요된다. 이를 해결하기 위한 다양한 결합 기법들이 제안되어 왔다. 기존의 비정합 인터페이스 결합 방법으로는 라그랑지 승수법(Lagrange multiplier method)⁽¹⁾, mortar 방법^(2,3), 그리고 구현의 편의성이 뛰어난 벌칙 기법(penalty method) 등 다양한 수치적 접근법이 연구되어 왔다^(4,5). 그러나 라그랑주 승수법은 인터페

[†] Corresponding Author ; Member, Korea Aerospace Research Institute,
Principal Researcher
E-mail : shotgun1@kari.re.kr

^{*} Korea Aerospace Research Institute, Principal Researcher

[‡] Recommended by Editor Sang Wook Kang
© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

이 조건 부과로 인해 추가적인 자유도가 발생하여 전체 시스템 행렬의 크기가 증가하고 수치적 조건수(condition number)가 악화되는 단점이 있으며, mortar 방법은 격자 비정합성이 심할 경우 인터페이스 상에서의 수치 적분 과정이 매우 복잡해지는 한계가 존재한다.

최근에는 이러한 단점을 극복하고 인터페이스에서의 고차 연속성을 확보하여 수치적 안정성을 높이기 위해 B-spline 기저함수를 이용한 가상 인터페이스 기법이 제안된 바 있다⁽⁶⁻⁸⁾. 그러나 B-spline 기반 기법은 형상함수를 정의하기 위해 각 인터페이스의 매듭 벡터(knot vector)를 엄밀하게 정의해야 하므로, 다중 결합부나 3차원 복합 곡면 구조물 확장 시 모델링의 유연성이 크게 저하되는 기하학적 제약이 수반된다.

이 연구에서는 선행 연구들의 기하학적 제약과 계산 복잡성을 개선하여 모델링의 유연성과 해석의 효율성을 동시에 확보하기 위해, 별도의 매듭 벡터 정의가 필요 없는 이동최소제곱법(moving least squares, MLS) 기반의 무요소(meshless) 가상 인터페이스 기법을 제시한다. 이러한 무요소법은 유한요소에서의 격자 의존성을 최소화할 수 있는 특징이 있으며, 다양한 구조 해석 분야에서 그 유연성과 정확성이 검증된 바 있다^(9,10). MLS 기반 무요소 가상 인터페이스는 복잡한 형상의 인터페이스에서 노드의 배치와 영향 반경(support domain)만을 활용하므로 기하학적 구속 조건에서 완전히 자유로워 다중 결합부와 같은 복잡한 구조물 확장 시에도 모델링의 제약을 받지 않는다. 또한, 무요소 형상함수가 제공하는 고차 연속성을 활용하여 격자가 일치하지 않는 비정합 경계면의 변위 불연속과 수치적 불안정을 효과적으로 억제함으로써 고유 진동 특성을 정밀하게 도출할 수 있다.

이 논문에서는 MLS 기반 무요소 형상함수를 이용한 가상 인터페이스 정식화를 제시하고, 이를 벌칙기법과 결합하여 구조물의 고유치 해석을 수행하였다. 제안된 기법의 정확성을 검증하기 위해 정합 격자를 갖는 기준 모델과의 고유주파수 및 모드 형상을 비교 분석하였으며, 안정적인 해석 결과를 도출할 수 있는 벌칙계수 선정 범위를 제시하였다. 또한, 가상 인터페이스 절점 수에 따른 인터페이스 결합의 안정성을 검토하여 제안된 방법의 신뢰성을 확인하였다. 결과적으로, 가상 인터페이스 질량 안정화 기법과 벌칙계수

설정을 통해 기존 무요소 기법의 한계를 극복하고, 비정합 인터페이스 구조의 고유치 해석에 안정적으로 적용 가능한 정식화를 제시하였다.

2. 무요소 인터페이스 결합

이 장에서는 절점 배치와 요소 구성이 상이한 두 부분 구조 A와 B를 직접 결합하는 대신, MLS 기반의 가상 인터페이스 w 를 매개로 변위 연속 조건을 부과하는 수치 정식화 과정을 기술한다. 가상 인터페이스 w 는 물리적 경계인 u 와 v 사이의 비정합성을 해소하고, 무요소 기법 특유의 고차 연속성을 활용하여 변위장을 매끄럽게 보간하는 핵심적인 역할을 수행한다.

2.1 MLS 기반 가상 인터페이스

이 연구에서는 비정합 인터페이스 간의 변위 연속성을 구현하기 위해 매듭 벡터의 제약이 없는 MLS 기반의 가상 인터페이스를 도입하였다. 가상 인터페이스 상의 임의의 점 s 에서의 근사 변위 u^h 는 식 (1)과 같이 영향 반경 내에 위치한 가상 노드들의 변위 u_i 와 무요소 형상함수 $\Phi_i(s)$ 의 곱으로 정의된다⁽¹¹⁾.

$$u^h(s) = \sum_{i=1}^n \Phi_i(s) u_i = \Phi^T(s) u \quad (1)$$

여기서, 무요소 형상함수 벡터 Φ 는 식 (2)와 같은 과정을 통해 유도된다.

$$\Phi(s) = p^T(s) A^{-1}(s) B(s) \quad (2)$$

이때, 사용되는 주요 행렬과 함수는 식 (3)과 식 (4)와 같다.

- 기저함수벡터 $p(s)$: 1차원 인터페이스에 대해 일반적으로 $p(s) = [1, s, s^2]^T$ 와 같은 다항식을 사용한다.
- 모멘트 행렬:

$$A(s) = \sum_{i=1}^n w_i(s) p(s_i) p^T(s_i) \quad (3)$$

- 가중 행렬:

$$B(s) = [w_1(s)p(s_1), w_2(s)p(s_2), \dots, w_n(s)p(s_n)] \quad (4)$$

형상함수의 연속성을 결정하는 가중치 함수 $w_i(s)$

는 각 노드의 영향 반경 d_m 내에서 정의된다. 이 연구에서는 고차 연속성을 확보하기 위해 식 (5)와 같은 4차 스플라인(quartic spline) 함수를 가중치 함수로 사용한다⁽¹²⁾.

$$w_i(s) = \begin{cases} 1-6r^2+8r^3-3r^4 & (r \leq 1) \\ 0 & (r > 1) \end{cases}, \quad r = \frac{|s-s_i|}{d_m} \quad (5)$$

2.2 벌칙기법 및 이산화

독립적으로 이산화된 두 부분 구조(Ω_A, Ω_B)와 가상 인터페이스(Γ_{vi})사이의 변위 연속조건을 강제하기 위해 벌칙기법을 도입한다. 가상 인터페이스와 각 부분 구조 경계 사이의 변위 차이에 의한 벌칙 에너지 Π_Γ 는 식 (6)과 같이 정의된다^(5,13).

$$\Pi_\Gamma = \frac{\alpha}{2} \int_{\Gamma_{vi}} (u_A - w)^2 ds + \frac{\alpha}{2} \int_{\Gamma_{vi}} (v_B - w)^2 ds \quad (6)$$

여기서, α 는 벌칙계수이며, u_A, v_B 는 각 부분 구조의 경계 변위, w 는 가상 인터페이스의 변위이다.

무요소법의 경계조건 부과를 위한 벌칙계수의 안정성 및 경계조건 부과 특성은 기존 연구에서 검증된 바 있는데⁽¹³⁾, 이 연구에서는 식 (7)과 같이 벌칙계수 범위는 부분 구조의 강성행렬 대각성분의 최댓값보다 크고, 그 10배를 초과하지 않도록 설정하였다. 이는 인터페이스 강성을 각 부분 구조의 강성 범위 내로 유지함으로써 수치적 불안정성을 방지하는 동시에, 비정합 경계에서의 변위 연속성을 효과적으로 확보하기 위함이다. 실제로 다양한 수치 예제를 통해 해당 범위에서 안정적인 수렴 특성과 정확도를 확인하였다.

$$[\text{diag}(K)]_{\max} < \alpha < 10 [\text{diag}(K)]_{\max} \quad (7)$$

식 (6)의 에너지 식은 변위 벡터에 대한 변분을 통해 식 (8)의 약형식이 유도된다^(4,5).

$$\begin{aligned} \delta \Pi_\Gamma &= \alpha \int_{\Gamma_{vi}} (u_A - w)(\delta u_A - \delta w) ds \\ &+ \alpha \int_{\Gamma_{vi}} (v_B - w)(\delta v_B - \delta w) ds \end{aligned} \quad (8)$$

식 (8)의 각 변위장에 대해 식 (9)의 기저함수를 적용하여 이산화시키면, 식 (10)과 같이 인터페이스 결합을 위한 강성행렬 K_p 가 도출된다.

$$u_A = N_u q_u, u_B = N_v q_v, w = \Phi_w d_w \quad (9)$$

$$K_p = \begin{bmatrix} K_{uu} & 0 & K_{uw} \\ 0 & K_{vv} & K_{vw} \\ K_{wu} & K_{wv} & K_{ww} \end{bmatrix} \quad (10)$$

식 (10)의 가상 인터페이스 결합을 위한 벌칙 강성행렬 K_p 를 구성하는 각 블록 성분은 부분 구조의 유한요소 형상함수(N)와 가상 인터페이스의 무요소 형상함수(Φ)의 조합으로 정의된다. 각 성분에 대한 적분식과 수치 적분용 이산화 식은 식 (11)과 같다⁽⁹⁾.

$$\begin{aligned} K_{uu} &= \alpha \int_{\Gamma_{vi}} N_u^T N_u ds \\ &\approx \alpha \sum_{g=1}^{n_g} [N_u(s_g)]^T [N_u(s_g)] \det(J_g) W_g \\ K_{vv} &= \alpha \int_{\Gamma_{vi}} N_v^T N_v ds \\ &\approx \alpha \sum_{g=1}^{n_g} [N_v(s_g)]^T [N_v(s_g)] \det(J_g) W_g \\ K_{uw} &= -\alpha \int_{\Gamma_{vi}} N_u^T \Phi_w ds \\ &\approx -\alpha \sum_{g=1}^{n_g} [N_u(s_g)]^T [\Phi_w(s_g)] \det(J_g) W_g \\ K_{vw} &= -\alpha \int_{\Gamma_{vi}} N_v^T \Phi_w ds \\ &\approx -\alpha \sum_{g=1}^{n_g} [N_v(s_g)]^T [\Phi_w(s_g)] \det(J_g) W_g \\ K_{ww} &= 2\alpha \int_{\Gamma_{vi}} \Phi_w^T \Phi_w ds \\ &\approx 2\alpha \sum_{g=1}^{n_g} [\Phi_w(s_g)]^T [\Phi_w(s_g)] \det(J_g) W_g \end{aligned} \quad (11)$$

여기서, 각 기호의 정의는 다음과 같다.

- Γ_{vi} : 적분이 수행되는 가상 인터페이스 영역
- n_g : 가우스 적분점 개수
- N_u, N_v : 부분 구조 A와 B의 인터페이스를 구성하는 유한요소 형상함수 행렬
- $\Phi_w(s)$: 가상 인터페이스 무요소 형상함수 행렬
- s : 가상 인터페이스 라인을 따라 정의되는 1차원 호 길이 좌표
- s_g : 인터페이스 상에 배치된 g 번째 가우스 적분점의 전역 좌표

· $\det(J_g)$: g 번째 적분점에서의 자코비안 행렬식
 · W_g : 적분점 위치에 부여된 가중치
 최종적으로 구조물의 전체 강성행렬과 질량행렬에 인터페이스 결합 성분을 추가하여 식 (12)와 같은 고유치 방정식을 구성할 수 있다⁽⁴⁾.

$$\left(\begin{bmatrix} K_A & 0 & 0 \\ 0 & K_B & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + K_p \right) \phi_N = w_N^2 \begin{bmatrix} M_A & 0 & 0 \\ 0 & M_B & 0 \\ 0 & 0 & M_w \end{bmatrix} \phi_N \quad (12)$$

여기서, K_A, K_B, M_w : 부분 구조 A와 B의 강성행렬, 가상 인터페이스 질량행렬
 w_N, ϕ_N : 고유진동수 및 해당모드 형상

가상 인터페이스의 절점들은 물리적 질량이 없는 가상의 자유도이다. 그러나 고유치 해석 시 가상 절점에 적절한 질량 성분이 할당되지 않으면, 전체 질량행렬의 수치적 특이성으로 인해 고유치 추출 알고리즘의 수렴성이 저하되거나 해의 부정확성을 초래할 수 있다. 이는 가상 인터페이스 자유도가 물리적 질량을 갖지 않기 때문에 질량행렬이 rank-deficient 구조를 갖게 되기 때문이다. 이를 방지하기 위해 식 (13)과 같이 가상 인터페이스의 질량행렬 구성을 위한 수치 안정화 계수 α_M 을 도입하였다. 이는 가상 노드의 독립적인 자유도로 인해 발생하는 질량 행렬의 수치적 특이성을 제거하고, 고유치 추출 알고리즘의 수렴성을 보장하기 위함이다. 사전 민감도 분석 결과, 질량안정

화 계수(α_M)가 0.1일 때 수치적 안정성과 수렴성이 가장 우수함을 확인하였다. 이에 따라 이 연구의 수치예제에 $\alpha_M = 0.1$ 을 최적값으로 공통 적용하였다⁽¹²⁾.

$$M_w = \alpha_M \int_{\Gamma_{vi}} \Phi_w^T \Phi_w ds \quad (13)$$

$$\simeq \alpha_M \sum_{g=1}^{n_g} [\Phi_w(s_g)]^T [\Phi_w(s_g)] \det(J_g) W_g$$

2.3 무요소 기반 인터페이스 수치 적분

식 (11)의 인터페이스 관련 행렬 성분들을 계산하기 위해서는 각 부분 구조 인터페이스 요소의 형상함수와 가상 인터페이스를 정의하는 무요소 형상함수의 곱에 대한 수치 적분 과정이 요구된다. 이 연구에서 각 부분 구조의 인터페이스 경계는 2절점 선형 요소로 이산화되어 있으므로, 인터페이스 강성 성분은 각 요소의 선형 형상함수와 고차 연속성을 갖는 무요소 형상함수의 결합 적분을 통해 산출된다.

가상 인터페이스 Γ_{vi} 상에서 구조계의 결합 강성행렬을 구성하기 위한 수치 적분은 복잡한 역매핑 과정 없이 물리 좌표계에서 직접 수행된다. MLS 기반의 무요소 형상함수 산출 및 적분 과정은 4단계로 구성된다. 먼저 인터페이스 선상을 따라 가우스 적분점 (Fig. 1에서 ‘x’)을 배치하는 것으로 시작된다. 무요소 기법의 특성상 해당 적분점은 매개변수 공간이 아닌 실제 물리 공간의 전역 좌표계 상에서 정의된다. 두

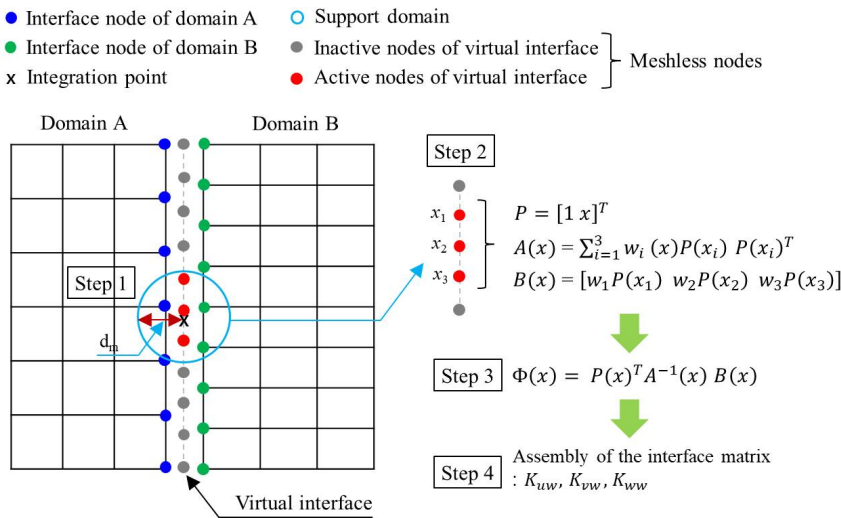


Fig. 1 Schematic of the numerical integration process for the Meshless-based virtual interface

번째 단계로 각 적분점을 중심으로 설정된 영향 영역 내에 가상 인터페이스를 구성하는 절점들이 포함되는지 확인하는 탐색 과정을 거친다. 이때 영향 영역의 크기는 사용자가 정의한 영향 반경(d_m)에 의해 결정되며, 이 영역 내에 위치한 절점들은 해당 적분점에서의 수치 연산에 참여할 활성 노드로 식별된다. 세 번째 단계에서는 식별된 활성 노드들과 적분점 사이의 상대 거리를 기반으로 가중치 함수를 적용하며, 이를 다항식 기저함수와 결합한 MLS 연산을 수행하여 해당 적분점에서의 무요소 형상함수 $\Phi(s)$ 를 산출하게 된다. 최종적으로 각 적분점에서 계산된 유한요소 형상함수와 무요소 형상함수의 곱을 가우스 적분법을 통해 합산함으로써 인터페이스 결합 행렬을 구성한다.

Fig. 1은 MLS 기반 인터페이스 적분에서 활성 노드 탐색 및 형상함수 구성 과정을 도식화한 것이다.

3. 수치 예제

이 수치 예제에서는 비정합 인터페이스 모델과 단일 영역 기준 모델의 고유치 해석 결과를 비교하여, 제안된 벌칙기법의 신뢰성을 검증하였다. 가상 인터페이스의 절점 수는 두 부분 구조 인터페이스 절점수의 평균값으로 설정하였고, 영향 반경은 MLS 형상함수 구성 시 모멘트 행렬의 비특이성을 보장하고 수치적 안정성을 확보하기 위해 기존 연구를 참고하여 절점 간격의 2.5배로 정의하였다⁽¹³⁾. Table 1은 고유

치 해석에 적용된 물성치 정보이고, Table 2는 각 수치예제의 강성 성분 최대값과 그에 따라 적용된 벌칙계수이다.

3.1 Cantilever Plate

Fig. 2는 한쪽을 고정한 평판이다. 이 예제는 직선 인터페이스 조건에서 제안된 방법의 기본적인 정확도를 검증하기 위해 수행되었다. 해석 모델은 길이 200 mm, 폭 20 mm, 두께 2.0 mm의 평판이며, $x = 100$ mm에서 비정합 인터페이스를 구성하였다. 두 부분 구조는 서로 다른 격자 밀도를 가지도록 설정하였는데, 영역 A의 인터페이스 절점은 13개, 영역 B의 인터페이스 절점은

Table 1 Material properties for numerical analysis

Item	Value	Unit
E	2.1×10^5	MPa
Poisson's ratio	0.3	N/A
Density	7850	kg/m ³

Table 2 Maximum stiffness value and penalty value in each case

Case	Max.Stiffness value	Penalty value
3.1 Cantilever plate	2.32×10^6	1×10^7
3.2 Half cylinder	8.97×10^7	1×10^8
3.3 Quarter cylinder	1.11×10^8	1×10^9
3.4 Rocket projectile	9.80×10^{10}	1×10^{11}

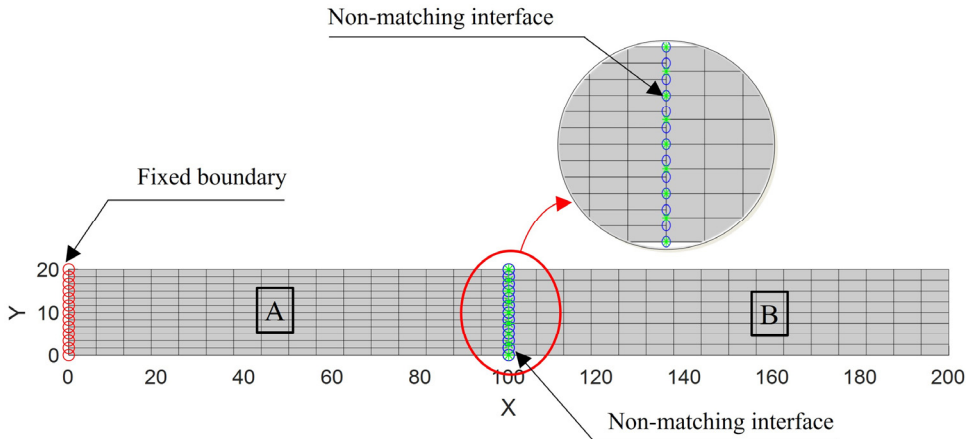


Fig. 2 Analysis condition of the cantilever plate

9개, 가상 인터페이스 절점수는 11개로 설정하였다.

Table 3의 모드 형상 비교 결과, 인터페이스 영역에서 변위 불연속이나 국부적인 왜곡 없이 연속성이 잘 유지됨을 확인하였다. 이는 무요소 형상함수가 제

공하는 고차 연속성이 인터페이스에서의 수치적 불안정을 효과적으로 억제함을 의미한다. 또한, Table 4에 나타난 고유주파수 비교 결과, 최대 오차는 4차 모드에서 0.54 %로 나타났으며, 전반적으로 모든 모드에

Table 3 Comparison of natural modes

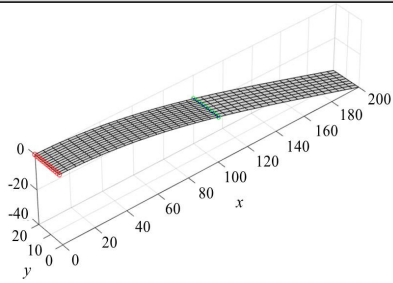
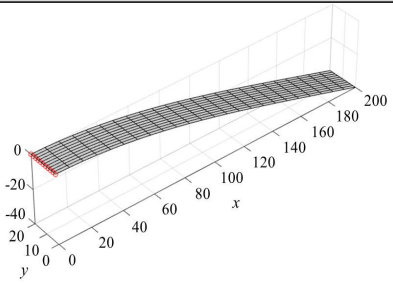
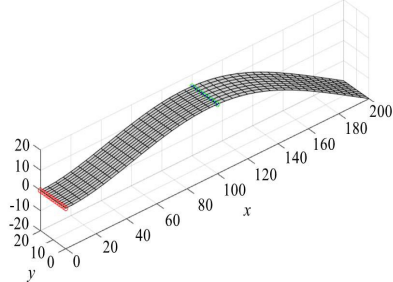
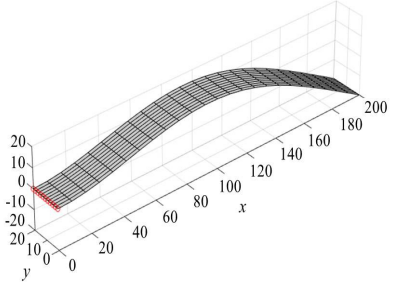
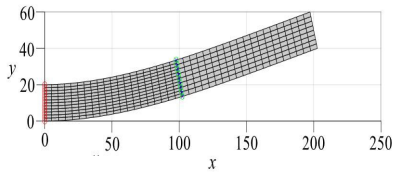
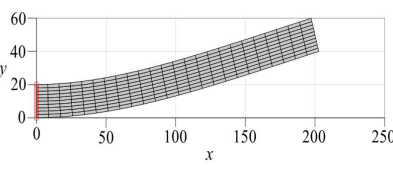
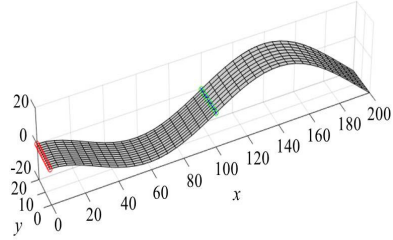
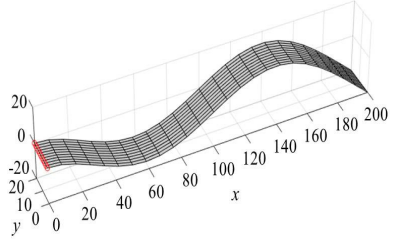
Mode no.	Proposed model	Reference model
1		
2		
3		
4		

Table 4 Comparison of natural frequencies

Method	1st	2nd	3rd	4th
Proposed [Hz]	1.330	8.331	13.130	23.350
Reference [Hz]	1.331	8.353	13.137	23.476
Error [%]	0.08	0.26	0.05	0.54

서 1 % 이하의 오차를 유지하였다. 특히, 저차 및 고차 모드 모두에서 오차가 특정 구간에 집중되지 않고 균일하게 분포하는 것으로 파악되었다. 이는 제안된 가상 인터페이스 기법이 특정 주파수 대역에 의존하지 않고 전 영역에 걸쳐 안정적인 결합 성능을 제공함을 의미한다.

3.2 Half Cylinder

이 예제는 곡선 형태의 인터페이스를 갖는 구조에서 제안된 무요소 기반 가상 인터페이스 기법의 적용 가능성과 안정성을 검증하기 위해 수행되었다. 특히, 곡률을 갖는 인터페이스 조건에서의 변위 연속성 확보 및 고유치 해석 정확도를 평가하는 데 목적이 있다.

Fig. 3은 해석에 사용된 half cylinder 모델과 경계 조건을 나타낸다. 해석 모델은 반원통 형상으로, 길이 500 mm, 반경 100 mm, 두께 1.5 mm로 구성된다. 비정합 인터페이스는 $x = 250$ mm에서 원주 방향을 따라 형성되며, 서로 다른 격자 밀도를 갖는 두 개의 부분 구조로 분할하였다. 부분 구조 A와 B는 각각 160개와 224개의 요소로 구성되었으며, 가상 인터페이스는 두 영역의 절점 수를 고려하여 13개의 절점으로 설정하였다. 기준 모델은 비교를 위해 유사한 수준의 요소 밀도를 갖도록 440개의 요소로 구성하였다.

Table 5의 모드 형상 비교 결과, 모든 모드에서 두 부분 구조 간 인터페이스 부근에서 변위 불연속이나

국부적인 왜곡 현상이 나타나지 않았으며, 연속적인 변형 형상이 안정적으로 유지되었다. 이는 무요소 형상함수가 제공하는 고차 연속성이 곡선 인터페이스에서도 효과적으로 작용하여, 수치적 불안정을 완화하는 데 기여함을 의미한다. Table 6에 나타난 고유주파수 비교 결과, 제안된 방법은 최대 1.09 %의 오차를 보이며 전반적으로 1 % 내외의 높은 정확도를 유지하였다. 또한, 오차가 특정 모드에 국한되지 않고 전 모드에 걸쳐 비교적 균일하게 분포하는 경향을 나타내어, 제안된 기법이 특정 진동 모드에 의존하지 않고 안정적인 결합 성능을 제공함을 확인할 수 있다. 따라서, 이 예제를 통해 제안된 무요소 기반 가상 인터페이스 기법은 곡률을 갖는 복잡한 인터페이스 조건에서도 안정적이고 정확한 고유치 해석이 가능함을 확인할 수 있다.

Fig. 4는 질량행렬에 적용하는 안정화 계수의 변화에 따른 고유주파수의 해석 결과이다. 안정화 계수는 0.01, 0.1, 0.5, 1.0, 2.0, 5.0, 10.0으로 각각 반영하였는데, 전체적으로 모든 주파수에 대해 크게 민감하지 않고, 안정적인 수렴 특성을 나타내었다.

3.3 Quarter Cylinder

이 예제는 곡면 구조에서 제안된 무요소 기반 가상 인터페이스 기법의 적용 가능성과 저주파 영역에서의 해석 정확도를 검증하기 위해 수행되었다.

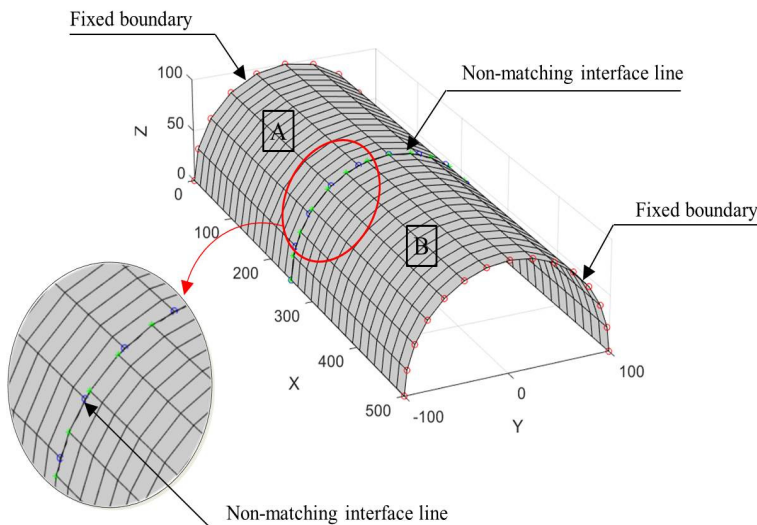


Fig. 3 Analysis condition of half cylinder

Fig. 5는 해석에 사용된 Quarter cylinder 모델과 경계 조건을 나타낸다. 모델은 길이 방향 500 mm, 반경 200 mm, 두께 2.5 mm로 구성되며, 인터페이스는 $\theta = 45^\circ$ 위치에서 x 방향을 따라 형성된다. 두 부분

구조는 서로 다른 격자 밀도를 갖도록 분할되었으며, 부분 구조 A와 B는 각각 144개와 192개의 요소로 구성하였다. 가상 인터페이스는 두 영역의 절점 수를 고려하여 15개의 절점으로 설정하였으며, 기준 모델

Table 5 Comparison of natural modes

Mode no.	Proposed model	Reference model
1		
2		
3		
4		

Table 6 Comparison of natural frequencies

Method	1st	2nd	3rd	4th
Proposed [Hz]	14.065	16.592	27.706	27.996
Reference [Hz]	13.941	16.413	27.813	28.001
Error [%]	0.89	1.09	0.38	0.02

은 유사한 수준의 요소 밀도를 갖도록 312개의 요소로 구성하였다.

Table 7의 모드 형상 비교 결과, 모든 모드에서 두 부분 구조 간 인터페이스 부근에서 변위 불연속이나 국부적인 왜곡 없이 연속적인 변형 형상이 안정적으로 유지되었다. 이는 제안된 가상 인터페이스 기법이 대형 곡면 구조에서도 일관된 변위 전달 특성을 확보하고 있음을 보여준다. Table 8에 나타난 고유주파수 비교 결과, 제안된 방법은 최대 0.10 %의 매우 작은 오차를 보였으며, 전 모드에 걸쳐 1 % 이하의 높은 정확도를 유지하였다. 특히, 1차 모드와 같은 저주파 영역에서도 기준 모델과 거의 동일한 결과를 나타내어, 질량 행렬 구성과 인터페이스 결합 과정에서 수치적 안정성이 충분히 확보되었음을 확인할 수 있다. 또한, 오차가 특정 모드에 집중되지 않고 전반적으로 균일하게 분포하는 경향을 보이며, 이는 제안된 기법이 구조 크기 증가나 곡률 변화에 관계없이 안정적인 해석 성능을 유지함을 의미한다. 따라서, 이 예제를

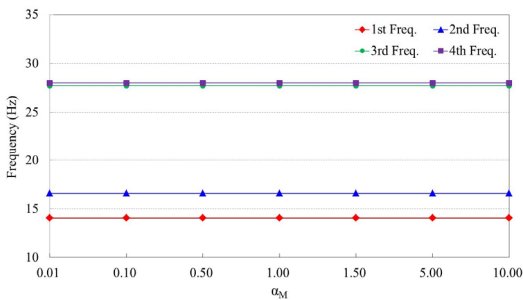


Fig. 4 Natural frequencies according to mass matrix stabilization coefficients

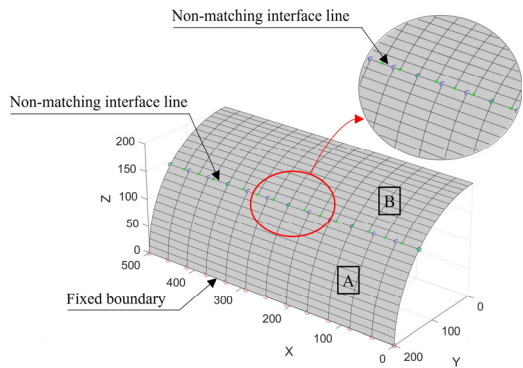


Fig. 5 Analysis condition of the fixed quarter cylinder

통해 제안된 무요소 기반 가상 인터페이스 기법은 곡면 구조 및 저주파 영역에서도 높은 정확도와 안정성을 유지하며 적용 가능함을 확인하였다.

Fig. 6은 가상 인터페이스 절점 수의 변화가 고유주파수 해석 결과에 미치는 영향을 분석한 것이다. 가상 인터페이스의 절점 수는 두 부분 구조 중 더 조밀한 인터페이스의 절점 수를 기준으로 0.8배에서 2.0배까지 일정한 비율을 곱하여 산정하였다. 해석 결과, 가상 절점 수의 증감과 무관하게 고유주파수 오차가 안정적으로 유지됨을 확인하였다. 이는 제안된 무요소 기반 가상 인터페이스 기법이 절점 밀도 변화에 민감하지 않으며, 일관된 결합 성능을 제공할함을 의미한다.

3.4 Rocket Projectile with Tail Fin

이 예제는 실제 구조물에 근접한 복합 형상에서 제안된 무요소 기반 가상 인터페이스 기법의 적용 가능성과 실용성을 검증하기 위해 수행되었다. 특히, 독립적으로 생성된 구조 부재 간 결합 시 발생하는 비정합 인터페이스 문제에 대해 안정적인 고유치 해석이 가능한지를 평가하는 데 목적이 있다.

Fig. 7은 해석에 사용된 로켓 발사체 모델과 인터페이스 위치를 나타낸다. 모델은 실린더 형태의 동체와 4개의 tail fin으로 구성되며, 각 tail fin은 동체 하단의 0°, 90°, 180°, 270° 위치에서 독립적으로 결합된다. 이로 인해 각 결합부에서 비정합 인터페이스가 형성된다. 해석 모델은 동체 960개 요소와 각 tail fin 당 35개 요소로 구성되었으며, 기준 모델은 유사한 요소 밀도를 갖도록 총 1160개의 요소로 구성하였다.

이 예제에서는 전체 모드 중 인터페이스 거동과 밀접한 관련이 있는 모드를 중심으로 분석을 수행하였다. 1차, 2차, 7차, 8차 및 10차 모드는 동체의 전반적인 굽힘 거동이 지배적인 모드로서 인터페이스 영향이 제한적이므로, 인터페이스에서의 변위 연속성 검증에 적합하지 않다. 이에 따라, 인터페이스 결합 특성이 직접적으로 반영되는 3차, 4차, 5차, 6차 및 9차 모드를 중심으로 비교 분석하였다.

Table 9의 모드 형상 비교 결과, 선택된 모든 모드에서 동체와 tail fin 사이의 인터페이스 부근에서 변위 불연속이나 분리 현상이 발생하지 않았으며, 전체 구조에 걸쳐 연속적이고 안정적인 변형 형상이 유지되었다. 특히, 대칭적인 구조 특성에 의해 4차 및 5차 모드는 각각 0° ~ 180°와 90° ~ 270° 방향의 tail fin

Table 7 Comparison of natural modes

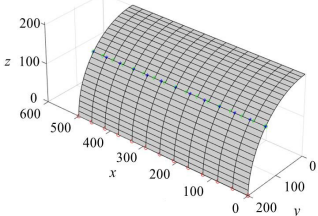
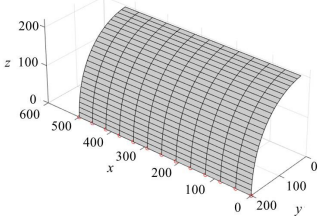
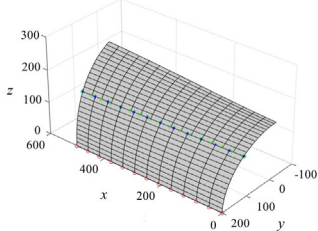
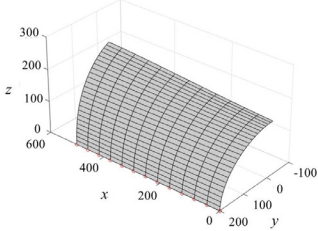
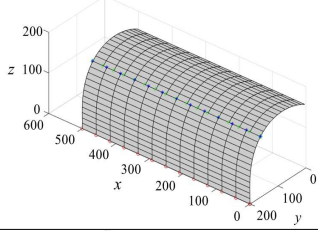
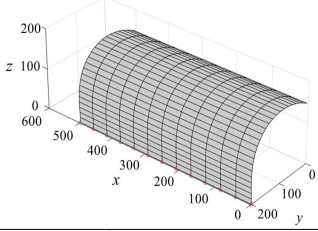
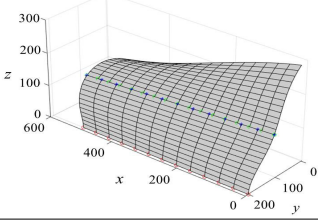
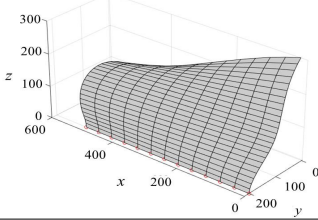
Mode no.	Proposed model	Reference model
1		
2		
3		
4		

Table 8 Comparison of natural frequencies

Method	1st	2nd	3rd	4th
Proposed [Hz]	0.736	1.224	3.547	3.897
Reference [Hz]	0.737	1.223	3.551	3.896
Error [%]	0.08	0.04	0.10	0.03

쌍이 유사한 형태로 거동하는 모드로 나타났으며, 제안된 방법은 이러한 대칭 모드에서도 일관된 결과를 제공하였다. Table 10에 나타난 고유주파수 비교 결과, 최대 오차는 9차 모드에서 0.20 %로 나타났으며, 모든 모드에서 1 % 미만의 매우 높은 정확도를 유지하였다. 또한, 오차가 특정 모드에 집중되지 않고 전반적으로 균일하게 분포하는 경향을 보이며, 이는 복잡한 다중 인터페이스 조건에서도 제안된 기법이 안

정적인 결합 성능을 제공함을 의미한다. 따라서, 이 예제를 통해 제안된 무요소 기반 가상 인터페이스 기법은 다중 비정합 인터페이스를 포함하는 복잡한 실제 구조물에서도 높은 정확도와 안정성을 유지하며 적용 가능함을 확인하였다.

Fig. 8은 다중 인터페이스를 갖는 발사체 모델에 대하여 가상 인터페이스 절점 수 변화가 해석 결과에 미치는 영향을 분석한 것이다. Fig. 6과 유사하게 가

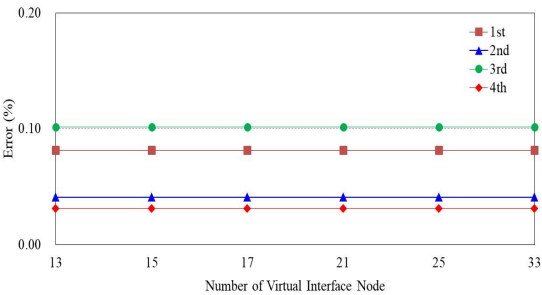


Fig. 6 Error of natural frequencies according to number of the virtual interface node

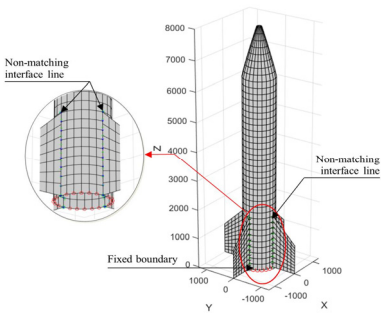


Fig. 7 Analysis condition of rocket projectile

Table 9 Comparison of natural modes

Mode no.	Proposed model	Reference model
3rd		
4th & 5th		
6th		
9th		

Table 10 Comparison of natural frequencies

Method	3rd	4th/5th	6th	9th
Proposed [Hz]	2.074	2.101	2.105	3.595
Reference [Hz]	2.071	2.099	2.103	3.588
Error [%]	0.14	0.10	0.10	0.20

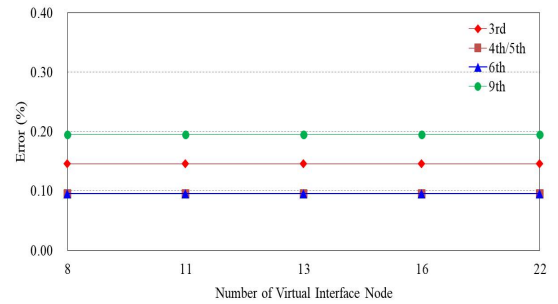


Fig. 8 Error of natural frequencies according to number of the virtual interface node

상 인터페이스의 절점 수는 두 부분 구조 중 더 조밀한 인터페이스의 절점 수를 기준으로 0.8배에서 2.0배까지 일정한 비율을 곱하여 산정하였다. 분석 결과, 단일 인터페이스 모델과 동일하게 모든 조건에서 오차가 안정적으로 유지됨을 확인하였다. 이는 제안된 기법이 가상 인터페이스 절점 수의 변화와 관계없이, 복잡한 실용 구조물에서도 일관된 해석 정밀도를 확보할 수 있음을 보여준다.

4. 결 론

이 연구에서는 비정합 인터페이스를 갖는 구조계의 고유치 해석을 위해 MLS 기반의 무요소 가상 인터페이스 결합 기법을 제안하였다. 제안된 기법은 서로 독립적으로 이산화된 부분 구조 간의 변위 연속성을 벌칙기법을 통해 안정적으로 부과하며, 별도의 매듭 벡터 정의나 절점 정합 과정 없이도 일관성 있는 인터페이스 결합을 가능하게 한다.

다양한 수치 예제를 통해 제안 기법의 성능을 검증한 결과, 기준 모델 대비 고유주파수 오차가 최대 1.09 % 수준으로 매우 정확하였으며, 모드 형상 또한 높은 일치도를 나타내었다. 이는 무요소 가중치 함수가 제공하는 고차 연속성이 인터페이스에서 발생할 수 있는 수치적 불연속을 효과적으로 억제하여, 기준

의 선형 보간 기반 인터페이스 기법보다 물리적으로 타당하고 매끄러운 모드 형상을 도출할 수 있음을 의미한다. 특히, 가상 인터페이스의 절점 밀도 변화에 관계없이 고유치 해석 결과가 일정하게 수렴하는 격자 독립성과 강건성을 확인하였다. 또한, 가상 노드의 수치적 특성 제거를 위해 도입된 질량 행렬 안정화 계수(α_M)를 통해 고유치 추출 과정의 수렴성과 안정성을 동시에 확보하였다.

이 논문에서는 무요소 기반 가상 인터페이스의 정식화와 수치적 타당성 검증에 중점을 두었으며, 안정적인 해석 결과를 도출할 수 있는 벌칙계수 적용 범위를 제시하였다. 그러나 제안 기법은 벌칙기법을 기반으로 하고 있어, 구조물의 형상 특성이나 강성에 따라 적정 벌칙계수를 수동으로 탐색해야 하는 파라미터 의존성이 존재한다. 또한, 제안 기법을 3차원 면대 면(surface-to-surface) 인터페이스 결합으로 확장할 경우 수치 적분점 탐색에 따른 계산 비용이 증가할 수 있는 문제를 지니고 있다. 이러한 수치적 한계를 극복하기 위해, 향후에는 구조물의 특성을 고려한 벌칙계수 산정기법을 도입하고 수치연산 루틴을 최적화하는 연구를 지속적으로 수행할 예정이다. 이 연구에서 적용한 질량안정화계수는 민감도 분석을 통해 검증된 값이나, 향후 연구에서는 구조물의 규모 및 비정합 인터페이스 특성에 따라 이를 자동으로 최적화하는 기법을 추가로 연구할 계획이다. 또한, 격자가 일치하지 않는 구조 간에서도 모드 형상을 상호 매핑하여 신뢰성을 객관적으로 검증할 수 있는 MAC값 산정 알고리즘을 추가로 반영할 계획이다. 나아가 이 기법을 대형 항공우주 복합 구조물의 전역 진동 해석 및 동특성 최적화에 적용하여 그 실용성을 더욱 확장해 나갈 계획이다.

후 기

이 연구는 2026년 주요사업(FR26C03, 우주비행기 구조 및 세부계통 개념연구)의 연구비 지원으로 수행되었습니다.

References

(1) Melosh, R. J., 1963, Basis for Derivation of Matrices for the Direct Stiffness Method, AIAA Journal,

Vol. 1, No. 7, pp. 1631~1637.

(2) Bernardi, C., Maday, Y. and Patera, A. T., 1993, Domain Decomposition by the Mortar Element Method, In Asymptotic and Numerical Methods for Partial Differential Equations with Critical Parameters, NATO ASI Series, Springer, Vol. 384, Dordrecht, Netherlands.

(3) Wohlmuth, B. I., 2000, A Mortar Finite Element Method using Dual Spaces for the Lagrange Multiplier, SIAM Journal on Numerical Analysis, Vol. 38, No. 3, pp. 989~1012.

(4) Bathe, K. J. and Wilson, E. L., 1973, Solution Methods for Eigenvalue Problems in Structural Mechanics, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 6, No. 2, pp. 213~226.

(5) Babuška, I., 1973, The Finite Element Method with Penalty, Mathematics of Computation, Vol. 27, No. 122, pp. 221~228.

(6) Hughes, T. J., Cottrell, J. A. and Bazilevs, Y., 2005, Isogeometric Analysis: CAD, Finite Elements, NURBS, Exact Geometry and Mesh Refinement, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 194, No. 39~41, pp. 4135~4195.

(7) Boor, C., 1972, On Calculating with B-splines, Journal of Approximation Theory, Vol. 6, No. 1, pp.

50~62.

(8) Cox, M. G., 1972, The Numerical Evaluation of B-splines, IMA Journal of Applied Mathematics, Vol. 10, No. 2, pp. 134~149.

(9) Belytschko, T., Lu, Y. Y. and Gu, L., 1994, Element-free Galerkin Methods, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 37, No. 2, pp. 229~256.

(10) Liu, G. R. and Gu, Y. T., 2001, A Local Point Interpolation Method for Stress Analysis of Two-dimensional Solids, Structural Engineering and Mechanics, Vol. 11, No. 2, pp. 221~236.

(11) Lancaster, P. and Salkauskas, K., 1981, Surfaces Generated by Moving Least Squares Methods, Mathematics of Computation, Vol. 37, No. 155, pp. 141~158.

(12) Liu, G. R., 2002, Mesh Free Methods: Moving Beyond the Finite Element Method, CRC Press, FL, United States.

(13) Fernández-Méndez, S. and Huerta, A., 2004, Imposing Essential Boundary Conditions in Mesh-free Methods, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 193, No. 12~14, pp. 1257~1275.